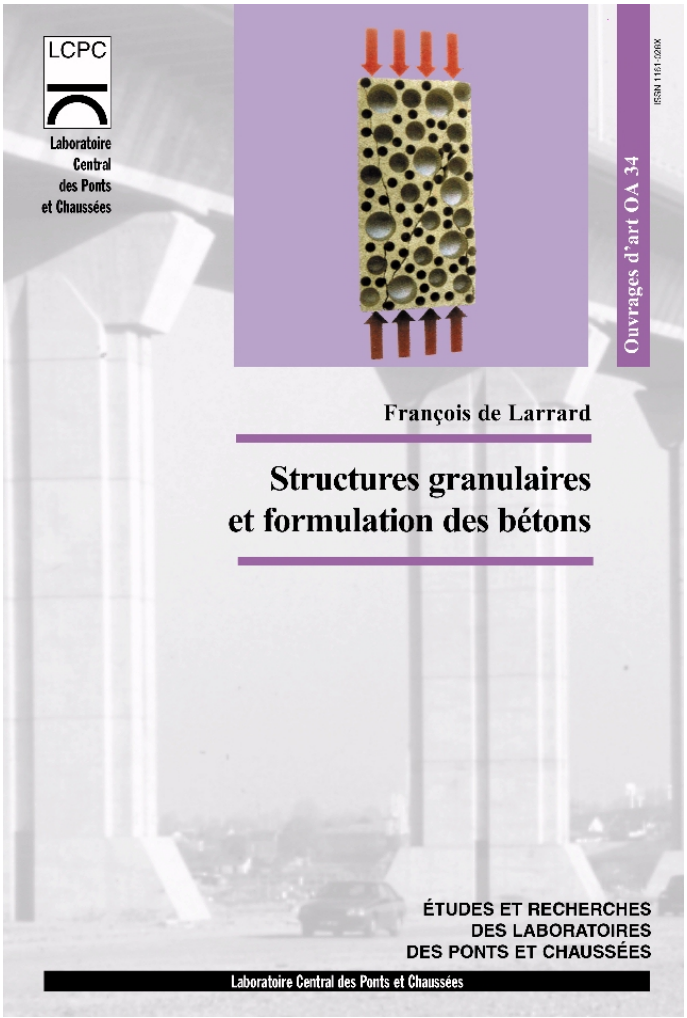
# Structures granulaires et formulation des bétons

par

**François de Larrard**
Docteur de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
Chef de la division Méthodes et matériels
de construction des routes
Laboratoire central des Ponts et Chaussées
Centre de Nantes

Traduit de l'anglais par
André Lecomte
Université Henri Poincaré Nancy 1
EGA/IUT Génie civil de Nancy-Brabois




Cet ouvrage est paru sous le n° OA 34 dans la collection Etudes et Recherches des Laboratoires des Ponts et Chaussées.

Ouvrage original:
F. DE LARRARD, "Concrete Mixture-Proportioning – A Scientific Approach", Modern Concrete Technology Series, No. 9, E & FN SPON, Londres, 1999.

Les modèles développés dans cet ouvrage constituent la base scientifique du logiciel **BétonlabPro** (pour plus d'information : http://www.lcpc.fr/betonlabpro)

Pour commander cet ouvrage :
Laboratoire central des Ponts et Chaussées
IST – Diffusion des Editions
58, bd Levebvre, F 75732 Paris Cedex 15
Téléphone 01 40 43 52 26
Télécopie 01 40 43 54 95
Internet http://www.lcpc.fr

# *Table des matières*

Avant propos 7
Introduction 9
Résumé long 13

1. COMPACITE ET HOMOGENEITE DES MELANGES GRANULAIRES 33

1.1. Compacité virtuelle d'un mélange granulaire. Un modèle linéaire 34
1.1.1. Mélange binaire sans interaction 34
1.1.2. Mélange binaire avec interaction totale 36
1.1.3. Mélange binaire avec interaction partielle 37
1.1.4. Mélange polydispersé sans interaction 40
1.1.5. Mélange polydispersé : cas général 41

1.2. Compacité réelle : le modèle d'empilement compressible 43
1.2.1. Indice de serrage et compacité réelle 43
1.2.2. Etalonnage du modèle sur mélanges binaires 45
1.2.3. Validation avec des données provenant de différentes origines 55

1.3. Effets des conditions aux limites sur la compacité moyenne 65
1.3.1. Effet de la paroi du récipient 65
1.3.2. Effet de l'inclusion de fibres 68

1.4. Mélanges de compacité maximale 72
1.4.1. Une approche simplifiée ; le modèle appolonien 72
1.4.2. Mélanges binaires 73
1.4.3. Mélanges ternaires 75
1.4.4. Mélanges optimisés dans une étendue granulaire donnée 79
1.4.5. Effet des conditions aux limites 85

1.5. Ségrégation des mélanges granulaires 87
1.5.1. Quelques constats expérimentaux 87
1.5.2. Indicateurs quantitatifs : diagramme de remplissage et potentiel de ségrégation 89
1.5.3. Exemples. Quelques simulations avec le MEC 94

1.6. Résumé du chapitre 100

2. RELATIONS ENTRE COMPOSISTION ET PROPRIETES DU BETON 103

2.1. Propriétés du béton frais 103
2.1.1. Comportement rhéologique du béton frais 104
2.1.2. Viscosité plastique 112
2.1.3. Seuil de cisaillement 119
2.1.4. Affaissement au cône d'Abrams 124

2.1.5. Compactabilité 130
2.1.6. Air occlus 133
2.1.7. Stabilité (prévention du ressuage et de la ségrégation) 137
2.1.8. Modèles simplifiés pour caractériser la maniabilité 143

2.2. Elévation de la température en conditions adiabatiques 146
2.2.1. Capacité thermique 146
2.2.2. Degré d'hydratation des liants 147
2.2.3. Chaleur d'hydratation 151
2.2.4. Elévation de la température en conditions adiabatiques 152

2.3. Résistance à la compression 155
2.3.1. Pâte de ciment Portland durcie 155
2.3.2. Effet de la quantité de ciment sur la résistance à la compression 158
2.3.3. Inclusion granulaire : effet de la topologie des granulats 161
2.3.4. Inclusion granulaire : effet de la nature de la roche 165
2.3.5. Développement de la résistance en fonction du temps 172
2.3.6. Contribution des additions pouzzolaniques 174
2.3.7. Contribution des fillers calcaires 179
2.3.8. Résumé : un modèle général de résistance à la compression 184

2.4. Résistance à la traction 187
2.4.1. Relation de type "loi de puissance" entre résistance à la traction et résistance à la compression 187
2.4.2. Effet de la nature du granulat 189

2.5. Déformations du béton durci 191
2.5.1. Nature biphasique du béton durci : le modèle trisphère 192
2.5.2. Module élastique 197
2.5.3. Fluage propre 204
2.5.4. Fluage total 209
2.5.5. Retrait endogène 211
2.5.6. Retrait total 215
2.5.7. Conclusion . Effet des paramètres de la formule sur la déformation du béton 222

2.6. Facteurs controlant la perméabilité du béton 223

2.7. Résumé - Les différents systèmes granulaires à considérer dans la formulation des bétons 227

3. CONSTITUANTS DU BETON - PARAMETRES PERTINENTS 229

3.1. Granulats 229
3.1.1. Densité 229
3.1.2. Porosité et absorption d'eau 230
3.1.3. Granularité 230
3.1.4. Compacité résiduelle ($\beta i$) 231
3.1.5. Module élastique 232

3.1.6. Contribution à la résistance à la compression (p, q) 233
3.1.7. Contribution à la résistance à la traction ($k_t$) 234
3.1.8. Capacité thermique 234

3.2. Ciment 236
3.2.1. Densité 236
3.2.2. Granularité 237
3.2.3. Compacité résiduelle, avec ou sans adjuvant 237
3.2.4. Composition de Bogue 239
3.2.5. Résistance à la compression en fonction du temps 239
3.2.6. Contribution au retrait endogène 240

3.3. Additions minérales 242
3.3.1. Densité 242
3.3.2. Granularité 242
3.3.3. Compacité résiduelle, avec ou sans adjuvant 244
3.3.4. Coefficient d'activité en fonction du temps 245

3.4. Plastifiants/Superplastifiants 248
3.4.1. Densité et extrait sec 248
3.4.2. Courbe de saturation du couple liant - adjuvant 249

4 FORMULATION DES BÉTONS 255

4.1. Cahier des charges d'un béton en vue d'un usage donné 255
4.1.1. Propriétés du béton frais 256
4.1.2. Propriétés de durcissement des bétons 262
4.1.3. Propriétés des bétons durcis 264
4.1.4. Propriétés du béton à long terme 265
4.1.5. Quelques règles pour fixer une liste de spécifications 268

4.2. Solution au problème de la formulation 270
4.2.1. Solution analytique et relations générales 270
4.2.2. Solution numérique - discussion des relations précédentes 280
4.2.3. Procédé pratique de formulation des mélanges 286
4.2.4. Exemple 290

4.3. Questions relatives au squelette granulaire 298
4.3.1. Choix de la taille maximale du granulat ($D_{max}$) 298
4.3.2. Granulats roulés ou concassés 298
4.3.3. Bétons de granularité continue ou discontinue 301

4.4. Questions relatives aux liants 306
4.4.1. Utilisation des fillers calcaires 306
4.4.2. Utilisation des cendres volantes 308
4.4.3. Utilisation des fumées de silice 310

4.5. Stabilité du béton dans un contexte de production industriellle 315
4.5.1. Stratégie pour concevoir un mélange de variabilité minimum 315

4.5.2. Estimation par les essais 317
4.5.3. Estimation par simulation 318

4.6. Examen de quelques méthodes usuelles de formulation à la lumière de la présente approche 320
4.6.1. Méthode américaine (ACI 211) 320
4.6.2. Méthode britannique (BRE 1988) 323
4.6.3. Méthode française (Dreux 1970) 325
4.6.4. Méthode Baron Lesage (France) 328

5. APPLICATIONS : QUELQUES FAMILLES DE BETON 331

5.1. Simulations préliminaires : des bétons ordinaires aux BTHP 331

5.2. Bétons de structures courants 338
5.2.1. Béton B40 pour ouvrage d'art 338
5.2.2. Béton B25 pour bâtiment 341

5.3. Bétons à hautes performances 344
5.3.1. BHP "de base" 344
5.3.2. BHP à faible chaleur d'hydratation pour centrale nucléaire 347
5.3.3. Béton ultra-stable pour tablier de ponts mixtes 349
5.3.4. Mortier à ultra-hautes performances 352

5.4. Bétons de mise en place particuliere 355
5.4.1. Béton compacté au rouleau 355
5.4.2. Béton projeté (procédé humide) 358
5.4.3. Béton autonivelant (ou autoplaçant) 362

5.5. Bétons de composition spéciale 366
5.5.1. Béton de granulat léger 366
5.5.2. Béton à fort volume de cendres volantes 375
5.5.3. Béton de sable 378

CONCLUSION 381

BIBLIOGRAPHIE 385

LISTE DES SYMBOLES 399

APPENDICE: Organigramme d'aide à la simulation des mélanges 406

INDEX 411

# *Avant propos*

L'auteur témoigne sa profonde gratitude à toutes les personnes sans qui ce travail n'aurait pu aboutir :

— les deux institutions où il a effectué ses recherches (le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées de Paris / Nantes, et le "National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, Maryland" où il a été aimablement accueilli de septembre 1996 à juin 1997 en tant que chercheur invité) ;

— les personnes qui, par leur intérêt pour ses travaux, l'ont soutenu dans son projet d'écrire ce livre : partenaires industriels, étudiants et praticiens ayant participé aux nombreuses sessions de formation sur le béton auxquelles il a contribué depuis plus de 10 ans ;

— les amis qui l'ont accompagné comme co-chercheur dans l'aventure scientifique relatée dans ce livre : Paul Acker, Daniel Angot, Chiara F. Ferarris, Chong Hu, Ali Khreirbeck, Pierre Laplante, Robert Le Roy, Jacques Marchand, Thierry Sedran, Tannie Stovall, Patrick Tondat, Vincent Waller ;

— les collègues qui ont bien voulu communiquer de précieuses données non publiée pour calibrer/valider les modèles : François Cussigh, Pierre Laplante, Gilbert Peiffer, Paul Poitevin, Thierry Sedran, Erick Sellevold ;

— les collègues qui ont consacré du temps pour corriger certaines parties du livre : Mony Ben-Bassat, Dale Bentz, Nicholas Carino, Gilles Chanvillard, Jim Cliton, Clarissa Ferraris, Edward Garboczi, Geneviève Girouy, Robert Le Roy, Thierry Sedran, Vincent Waller ;

— son épouse et ses enfants, qui ont souffert de voire leur mari/père collé à son ordinateur pendant des mois au détriment de toutes les attentions qu'ils peuvent normalement attendre de lui.

Enfin, ce livre est dédié à Albert Belloc, Technicien Supérieur, qui a dirigé pendant 39 années l'équipe du laboratoire béton du LCPC. Par son courage et sa rigueur, il a été un exemple unique pour des générations de techniciens du béton, et joua un rôle majeur dans de nombreuse expériences originales relatée dans ce livre. Cette dédicace s'étend aussi à tous les expérimentateurs du LCP et d'ailleurs, sans qui aucun modèle ou théorie ne peuvent être conçus.

Note aux lecteurs : les propriétés des formules établies d'après la méthode proposée doivent être vérifiées sur des gâchées d'essai.

# *Introduction*

…diviser chacune des difficultés que j'examinerais en autant de parcelles qu'il se pourrait, et qu'il serait requis pour les mieux résoudre…

…conduire par ordre mes pensées, en commençant par les objets les plus simples et les plus aisés à connaître, pour remonter peu à peu, comme par degrés, jusques à la connaissance des plus composés…

…faire partout des dénombrements si entiers et des revues si générales, que je fusse assuré de ne rien omettre.

René Descartes

"Discours de la méthode", 1637

Le but de ce livre est de proposer une approche cohérente, rationnelle et scientifiquement fondée pour formuler un béton, préoccupation récurrente dans la plupart des applications du génie civil. Il a été écrit sur la base des constats suivants, qui ont sensiblement modifié la nature des problèmes rencontrés par nos prédécesseurs (de René Féret et Duff Abrams, aux plus récents auteurs) :

— de nos jours, les bétons ne sont plus fabriqués seulement avec des granulats, du ciment Portland et de l'eau ; ils incorporent très souvent, si ce n'est pas toujours, au moins l'un des produits suivants : adjuvants organiques, additions minérales, fibres ;

— en plus de la résistance finale en compression, ces bétons doivent répondre à de nombreuses spécifications relatives aux propriétés rhéologiques, aux caractéristiques au jeune âge, aux propriétés de déformations et aux aspects de durabilité ;

— l'étendue des exigences possibles a augmenté de façon spectaculaire. Par exemple, l'affaissement au cône varie de 0 (bétons de démoulage immédiat) à plus de 25 cm pour les bétons autoplaçants. De même, les résistances requises à 28 jours en compression peuvent s'échelonner depuis des valeurs modestes, de l'ordre de 10 MPa pour certains bétons de masse, à des valeurs très élevées, supérieure à 200 MPa et plus pour certains produits spéciaux préfabriqués ;

— enfin, une optimisation purement expérimentale et empirique est de moins en moins possible, en raison notamment du grand nombre de paramètres impliqués (à la fois en amont et en aval) et de la somme de travail que cela représente, difficilement compatible avec les contraintes économiques et les délais imposées par le monde industriel.

Cependant, à coté de ces aspects négatifs (vis-à-vis de la facilité à optimiser un béton), il y a, heureusement, d'autres aspects positifs :

— la technologie du béton n'est plus une technologie jeune ; depuis le début du siècle, de très nombreuses données expérimentales ont été publiées, qu'il est possible d'exploiter et de synthétiser. La dernière édition du livre d'Adam Neville fournit un aperçu exceptionnel de cette littérature [Neville 1995] ;

— le développement des ordinateurs permet au chercheur de traiter un grand nombre de données expérimentales. Des lois physiques peuvent alors être déduites de ces analyses, pour ensuite être exprimés par des modèles mathématiques semi-empiriques, ajustés sur les données de bases [Kaëtzel & Clifton 1995] ;

— ces modèles, une fois transformés en logiciels conviviaux, deviennent aisément utilisables par les praticiens, même si ceux-ci n'ont qu'une connaissance limitée de la vaste complexité du système. Des réponses optimales peuvent alors être apportées rapidement à des problèmes industriels concrets. Toutefois, au stade actuel du développement de ces outils, des essais de convenance sur les formules proposées sont encore nécessaires. Mais, déjà, les logiciels réduisent radicalement le nombre de ces tests, ce qui permet au formulateur de mieux cerner les programmes expérimentaux et de tirer le plus d'avantages possibles des nouvelles données obtenues.

L'objectif de ce livre, déduit des constats précédents, est double :

— développer des modèles simples reliant la composition des bétons à leurs propriétés, afin d'établir une solution analytique répondant aux différents problèmes de l'optimisation. C'est aussi un moyen de démontrer les principales lois et

tendances observées et, donc, de parvenir à une meilleur compréhension du "système béton" ;

— construire des modèles plus complexes, mais aussi plus complets, qui soient facilement programmables et utilisables pour formuler des bétons avec des matériaux réels, pour des applications réelles.

Il est clair que formuler un béton est *avant tout* un problème de *compacité*. Toutes les méthodes existantes reconnaissent implicitement ce principe en suggérant, pour certaines, de mesurer les compacités des constituants (ACI 211) ou, pour d'autres, de s'approcher d'une "courbe granulaire idéale" supposée donner la compacité maximale avec les matériaux utilisés. A vrai dire, pour cette dernière approche, chaque auteur propose différentes courbes (ou familles de courbes), ce qui soulève des réserves quant à la pertinence du concept lui-même… Le chapitre 1 de ce livre présente en détail une théorie développée par l'auteur et ses collègues, fruit de 12 années de recherches. C'est la première fois, à sa connaissance, que le problème de la compacité d'un mélange sec est résolu dans toute sa généralité et avec une précision suffisante pour des applications pratiques. La théorie concorde avec la plupart des résultats classiques et elle montre que les proportions idéales d'un ensemble de granulats dépendent non seulement de la granularité, mais aussi de la compacité de chacune des tranches granulaires, y compris les fines.

Le chapitre 2 est consacré à l'analyse des relations entre la composition du béton et ses propriétés. Les modèles développés se réfèrent souvent au concept de compacité, en considérant soit la gamme entière des matériaux solides dans le béton frais, soit uniquement le squelette granulaire dans le béton durci. La plupart des propriétés d'usage sont traitées par ces modèles avec, toutefois, des développements restreints pour ce qui concerne la durabilité. Cela ne signifie pas que le sujet soit de moindre importance mais, simplement, qu'il n'existe jusqu'à présent que peu de données disponibles couvrant la large gamme des bétons et concernant des propriétés intrinsèques au matériau.

Le chapitre 3 inventorie les propriétés des constituants qui déterminent, dans les modèles développés précédemment, les caractères du béton. Il convient de noter que cette liste est limitée, par comparaison à l'imposante collection de paramètres qui encombrent parfois certaines études.

Le chapitre 4 montre comment utiliser les modèles présentés au chapitre 2. Il constitue en fait le cœur de ce livre. Le problème de l'optimisation est tout d'abord résolu analytiquement à l'aide de modèles simplifiés. Cette approche qualitative met en avant les plus importantes caractéristiques du "système béton". Une solution plus raffinée est ensuite obtenue grâce à l'utilisation de modèles plus complets, faisant appel à des outils informatique contenant un utilitaire d'optimisation ("*solveur*"). Les questions générales se rapportant à la recherche des proportions optimales des mélanges sont discutées à la lumière de diverses simulations numériques, et une revue critique de quelques méthodes empiriques existantes est proposée.

Le chapitre 5 présente un certain nombre d'applications industrielles traitées grâce à l'approche développée dans ce livre. Il y est montré que les arguments avancés fournissent un cadre conceptuel s'appliquant à tous les matériaux granulaires contenant du ciment, depuis les mortiers, jusqu'aux bétons compactés au rouleau ou aux bétons projetés. Un accent particulier est mis sur le béton à hautes performances, mais l'approche s'applique tout aussi bien pour beaucoup d'autres

fournitures de type "béton courant". Des formules de béton réel, avec leurs propriétés mesurées, sont comparées aux prédictions du modèle obtenues avec les mêmes spécifications.

La conclusion souligne les recherches qui sont encore nécessaires pour améliorer les modèles. Le problème de la durabilité est l'un de ceux qui demanderont le plus d'efforts, car on est loin encore de savoir concevoir parfaitement un béton destiné à la fois à une structure et à un environnement donné. Les raisons en sont que certains modèles sont trop empiriques ou reposent sur des bases scientifiques imprécises, issues parfois d'extrapolations hasardeuses. Rappelons cependant, si cela peut constituer une justification, qu'un ingénieur *se doit de résoudre* chaque problème qui lui est posé. Il utilise pour cela les moyens les plus récents et les plus appropriés dont il dispose, même si ceux-ci comportent une part d'empirisme. Le but des recherches futures sera de réduire le plus possible cet aspect des choses.

En complément des développements présentés dans ce livre, il est proposé, en appendice 1, un formulaire d'aide à l'écriture des logiciels concernant les différents modèles. De même, il est brièvement montré que les concepts présentés peuvent être utilisés aussi bien pour concevoir de nouveaux mélanges que pour exercer un contrôle de la qualité. D'ailleurs, dans un procédé industriel où les propriétés des matières premières varient continûment, le "système béton" doit être remanié en temps réel pour donner une production aussi constante que possible [Day 1995]. C'est probablement là l'un des plus grands défis de l'industrie du béton de demain, au moins aussi important que le développement de nouvelles 'recettes exotiques'.

Ce livre n'est pas un "état des lieux" sur la formulation des mélanges, c'est-à-dire une compilation des connaissances existantes et publiées. Au contraire, il contient pour l'essentiel le résultat de recherches originales menées par l'auteur et ses collègues au *Laboratoire Central des Ponts et Chaussées* à Paris. En ce lieu, il a eu la chance de passer 12 années dans un environnement scientifique exceptionnel pendant lesquelles il a été au contact du "monde réel du béton", grâce notamment à des échanges avec le réseau des Laboratoires Régionaux des Ponts et Chaussées. L'approche proposée essaye ainsi d'être en avance sur les technologies courantes. Toutefois encore, les points de vue présentés sont souvent personnels. C'est pourquoi l'auteur espère que, par ce livre, la communauté scientifique et technique adhérera à une partie des ses idées.

Une dernière remarque est adressée aux ingénieurs du génie civil : ce livre ne contient que peu (sinon pas) de chimie[1]. C'est dû pour partie au fait que l'auteur n'est pas chimiste de formation, mais surtout parce que le concept par lequel la formulation du béton est envisagée est celui, primordial, de *l'assemblage* des composants. Les faits relatifs aux phases des matériaux (par exemple les granulats ou la pâte pure) sont pris comme des hypothèses ; seules les conséquences dans le béton sont étudiées ici. Cependant, l'auteur est conscient qu'il faut aussi prendre en compte l'aspect chimique, en particulier si une approche comparable doit être étendue aux problèmes de la durabilité.

[1] Cette remarque peut être considérée aussi bien négativement que positivement, selon la formation du lecteur…

# *Résumé long*

L'objectif de ce livre est à la fois scientifique et pratique : fournir une vue cohérente du "système-béton", considéré comme un assemblage de constituants connus, pour comprendre et maîtriser son fonctionnement. L'approche peut être considérée comme cartésienne, au sens où on a d'abord cherché à décomposer cette construction complexe qu'est le matériau béton en systèmes élémentaires simples, décrits par des modèles mathématiques. Puis, par pas successifs, on a enrichi l'objet de la recherche, en lui adjoignant des constituants supplémentaires, et on a tâché de faire évoluer les modèles en parallèle, de façon à ce qu'ils gardent leur pertinence. On a ainsi abouti à des modèles analytiques relativement lourds, mais faciles à programmer dans un logiciel moderne de type tableur. La prise en compte simultanée de ces modèles permet alors la formulation pratique et objective d'un mélange, sur la base d'un cahier des charges performantiel. On arrive ainsi, par quelques aller/retours entre l'ordinateur et le laboratoire, à déterminer rapidement une composition de béton dont on maîtrise un nombre beaucoup plus grand de propriétés d'usage que par le passé, en ayant éventuellement, au préalable, envisagé un grand nombre de combinaisons de constituants susceptibles d'entrer dans la composition du matériau final.

Cependant, il y a toujours un certain danger à élaborer des modèles complexes dont on ne peut plus suivre le détail du fonctionnement, une fois le système achevé. Dans un autre domaine du génie civil, on a pu ainsi assister à des ruptures catastrophiques de structures qui avaient été vérifiées au moyen de logiciels sophistiqués, mais qui avaient échappé à une analyse globale, "à la main", d'un concepteur de structure expérimenté. Même si l'élaboration d'une formule de béton ne présente pas les mêmes risques que le calcul d'une structure de béton précontraint - car on vérifie d'abord en laboratoire les propriétés du béton recherché, alors que la structure est la plupart du temps un prototype - il reste important de garder une certaine hauteur de vue par rapport au noeud de relations et d'interactions entre caractéristiques des constituants et propriétés des bétons. C'est pourquoi on a cherché, à partir des développements précédents, à formuler des modèles beaucoup plus simples, qui ont l'avantage de permettre un traitement analytique du problème de formulation lui-même, vu comme le calcul des proportions du béton satisfaisant à un jeu de spécifications donné *a priori*. Ce traitement conduit alors à la redécouverte d'un ensemble de règles de l'art, dont la plupart sont connues des praticiens, mais n'avaient, semble-t-il, jamais été démontrées rigoureusement.

Finalement, on a appliqué l'approche de formulation proposée à un ensemble assez large de types de bétons, et les formulations théoriques ont été rapprochées de compositions réelles utilisées dans l'industrie. Ce n'est pas un des moindres avantages d'une telle démarche que d'intégrer dans un corpus unique et cohérent différents matériaux qui, jusque là, faisait l'objet d'approches empiriques spécifiques. Une conséquence pratique de cette unification est qu'elle rend possible l'élaboration de combinaisons inédites, à la frontière de domaines anciennement séparés. L'ingénieur-constructeur peut alors faire un usage renouvelé et optimisé de la grande famille des matériaux granulaires hydrauliques.

# Chapitre 1 : Compacité et homogénéité des mélanges granulaires

L'objet de ce chapitre est de développer un modèle de prévision de la compacité des mélanges granulaires *secs*, puis d'essayer d'appréhender la question difficile de la ségrégabilité des mélanges. Le contenu de ce chapitre n'est donc pas spécifique au béton, et peut sans doute s'appliquer pour d'autres matériaux granulaires.

## 1.1 Compacité virtuelle d'un mélange granulaire. Un modèle linéaire

Lors de l'élaboration du modèle de suspension solide, on avait défini la notion de compacité virtuelle. En effet, jusque là, les auteurs considéraient qu'à un mélange granulaire on associait une compacité, caractéristique intrinsèque du mélange. Pourtant, il est clair que cette compacité dépend du mode de mise en place des grains. La compacité virtuelle est donc définie comme la compacité maximale que l'on peut atteindre avec une population donnée, en plaçant le mélange grain par grain. En pratique, les mélanges utilisés en génie civil sont toujours des mélanges aléatoires (sauf peut-être les murs de pierre sèche, qui sont en dehors du champ de cette étude), si bien que la compacité virtuelle constitue un idéal jamais atteint. Par contre, sa prévision constitue un préalable au calcul de la compacité réelle.

Le principe du calcul de la compacité virtuelle est le même que celui du "Modèle linéaire de compacité des mélanges granulaires". On commence par le calcul classique de la compacité d'un mélange binaire sans interactions, simple expression du remplissage de l'espace par deux matériaux de densité locale différente. On généralise ensuite ce calcul à un nombre quelconque de classes éloignées en taille. Puis on introduit les deux effets d'interactions entre classes qui régissent ces systèmes: l'effet de paroi et l'effet de desserrement (appelé aussi effet d'interférence par d'autres auteurs), afin d'appliquer le calcul au cas le plus général. Par effet de paroi, on entend le fait qu'un mélange de compacité donnée présente, au contact d'un grain plus gros, un supplément de porosité, supplément qui est dans un premier temps proportionnel à la surface des gros grains. Le desserrement est observé lorsqu'on place dans un empilement de gros grains quelques grains fins isolés qui ne peuvent plus pénétrer dans la porosité des gros. La simplification, qui peut paraître outrancière au physicien mais qui s'avère très féconde, est de considérer que ces deux effets restent linéaires par rapport au volume de la classe étrangère, à l'intérieur du domaine des proportions pour lesquelles une classe est dominante, c'est à dire responsable du serrage du système par formation d'une matrice connexe. Le comportement d'un système à n classes reste alors gouverné par des effets binaires, que l'on peut mesurer sur des mélanges simples.

## 1.2 Compacité réelle. Le modèle d'empilement compressible

Le modèle linéaire avait, à l'époque de sa construction, montré sa capacité à décrire la topologie des surfaces d'isocompacité. Par contre, ses performances quantitatives étaient limitées, notamment dans les zones de mélanges optimums, qui sont bien sûr celles qui intéressent l'ingénieur. D'où la création du modèle de suspension solide, qui introduisait la notion de viscosité du mélange, et qui permettait une bien meilleure reproduction desdites surfaces, en gommant notamment les points anguleux.

La viscosité du mélange sec était définie par analogie avec la viscosité d'une suspension, par "importation" d'un concept tiré du modèle de Mooney. Pour un

mélange sec, la viscosité était considérée comme une description du degré de serrage du système, inhérente au mode de mise en place. A l'époque, ce terme avait été adopté dans l'espoir que le modèle puisse s'appliquer aussi à des suspensions granulaires dont on chercherait à prévoir les propriétés rhéologiques. Malheureusement, cette espérance ne devait pas être confirmée par les premiers essais de vérification sur les données expérimentales collectées par Chang et Powell. En outre, un réexamen des équations du modèle de suspension solide avait mis en évidence une erreur de calcul, ou plutôt une prise en compte imparfaite des interactions granulaires subies par une classe au sein d'une suspension.

On a donc conçu le nouveau modèle, appelé *modèle d'empilement compressible*, pour exprimer la dépendance de la compacité atteinte et de l'énergie de serrage fournie au système. L'ancienne notion de viscosité est remplacée par un *indice de serrage K*, somme des indices partiels relatifs à chaque classe. L'indice partiel est fonction du rapport entre le volume effectif de la classe considéré et sa valeur maximale, toutes les autres classes étant gardées constantes en volume. La fonction hyperbolique, par laquelle le rapport des volumes est pris en compte dans l'expression de l'indice de serrage partiel, est une simple conséquence de l'auto-cohérence du modèle. Ainsi, l'hypothèse principale de ce modèle est celle de l'additivité des contributions à l'indice de serrage global. La tentation est forte de rapprocher cet indice d'une énergie fournie au système pour sa mise en place. Mais les preuves expérimentales manquent encore pour faire ce pas...

Le modèle est calibré par exploitation de mélanges binaires effectués par le laboratoire de Blois (dans le cadre du programme de recherche du réseau des laboratoires des ponts et chaussées), puis validé sur d'autres mesures de la même origine, en plus de données tirées de la littérature. Parmi ces dernières, signalons les résultats de Joisel obtenu dans les années cinquante au CERILH, qui permettent une confirmation saisissante de la pertinence du modèle. Au final, on dispose d'un modèle qui, à partir de la connaissance des compacités élémentaires, des granulométries et du mode de mise en place de classes unidimensionnelles, permet de prédire la compacité de toute combinaison de ces classes, placées de façon identique ou différente. Les différents modes de mise en place correspondent à différents indices de serrage, tabulés par calibration sur divers jeux de données. La précision du modèle est en général meilleure que le pourcent de compacité (en valeur absolue).

## 1.3 Effet des conditions aux limites sur la compacité moyenne

Il avait déjà été montré que le modèle de suspension solide pouvait s'appliquer à des mélanges placés dans des récipients non nécessairement grands devant la taille du granulat. Le principe consiste à appliquer la théorie de Ben-Aïm pour prédire la diminution de la compacité au voisinage de la paroi du moule. Le calcul demeure valable dans le cadre du modèle d'empilement compressible. La nouveauté récente réside dans la prise en compte d'inclusions fibreuses. Pour ce faire, il a fallu imaginer un modèle qui rende compte d'une interaction non monotone en fonction de la taille du granulat. En effet, l'expérience montre que, pour une forme géométrique de fibres donnée, un empilement de particules de taille d n'est perturbé que pour un certain domaine de valeurs de d. Pour des particules beaucoup plus petites, ou beaucoup plus grosses, les fibres ont un effet négligeable sur la compacité d'ensemble. Le

modèle proposé rend bien compte de ce phénomène, en tout cas sur des mélanges fibre/gravillon et fibre/sable tirés de la littérature.

## 1.4 Mélanges de compacité maximale

Dans cette partie, on a cherché à calculer les distributions optimales prévues par le modèle d'empilement compressible. Pour un traitement analytique, on a proposé une forme simplifiée du modèle (restreinte aux mélanges multimodaux sans interaction), que nous avons appelée *modèle appolonien*. On a pu ainsi analyser successivement les cas binaires, ternaires et à n classes. La limitation du concept de courbe granulaire idéale est alors apparue: il n'est pas douteux que la combinaison optimale d'une certaine population de classes granulaires dépende autant de la forme des grains que de leurs tailles respectives, décrites par leurs granulométries. Cette évidence est pourtant niée par nombre de démarches antérieures. Au passage, on s'est intéressé à la relation entre porosité minimale et étendue granulaire, ce qui fournit l'occasion de remettre en cause la "loi" de Caquot, selon laquelle la porosité varierait en fonction de la racine cinquième du rapport des tailles extrêmes. En fait, la loi de puissance s'applique si on s'intéresse à la compacité virtuelle, mais pas dans le cas de la compacité réelle. En corollaire, il apparaît que, pour une énergie de serrage donnée, il existe une porosité minimale "incompressible", même avec une étendue granulaire infinie...

## 1.4 Ségrégation des mélanges granulaires

Le formulateur de matériaux granulaires doit souvent faire face à des phénomènes de séparation, surtout lorsqu'il manipule des particules grossières (de taille supérieure à quelques millimètres). Il est donc important de prendre en compte ce phénomène lors de l'optimisation du mélange. Malheureusement, la littérature scientifique est extrêmement pauvre en terme d'analyse et de modélisation de la ségrégation. C'est pourquoi on a cherché ici à proposer quelques concepts simples pour prévoir la ségrégabilité des mélanges.

Pour un mélange granulaire continu en taille, on commence par montrer que, du point de vue de la ségrégation, il est licite d'agréger les grains en classes élémentaires, à l'intérieur desquelles un grain ne peut passer à travers une caverne formée par ses "camarades". Ensuite, on propose de calculer, pour chacune de ces classes agrégées, le rapport entre le volume effectif présent dans le mélange et le volume maximal qu'on pourrait placer sans toucher aux volumes partiels des autres classes. On construit ainsi un histogramme, appelé *diagramme de remplissage*, qui s'avère être un outil d'analyse fécond pour la structure du mélange granulaire. En effet, un diagramme uniforme signifie que le degré de serrage de chaque classe agrégée est identique. Par conséquent, sous l'effet d'une accélération d'inertie, aucune classe n'aura tendance à se tasser plus que les autres, et le mélange présentera une propension minimale à la ségrégation. Au contraire, quand le diagramme fait apparaître un "trou", c'est à dire une classe pour laquelle l'indice de remplissage est nettement plus faible, cette catégorie de grain aura tendance à migrer préférentiellement dans une région du récipient.

A partir du diagramme de remplissage, on définit l'indice de ségrégation par le complémentaire à 1 du pic le plus faible, ce qui correspond physiquement au maximum de la proportion relative de matériau ségrégé (i.e. dans lequel au moins

une des classes agrégées est absente). Cet indice fournit alors un bon outil numérique pour optimiser des mélanges sous l'angle de la ségrégabilité. Cette partie se termine par une analyse comparative de diverses classes de distributions granulaires préconisées dans le passé pour formuler des matériaux. On voit notamment que les optima de compacité et de non-ségrégabilité ne coïncident pas, ce qui expliquent en partie les nombreuses controverses suscitées autrefois par les questions d'optimisation granulaire.

# Chapitre 2 : Relation entre composition et propriétés des bétons

Dans ce deuxième chapitre, on a développé des modèles mathématiques reliant la composition du matériau (en terme de proportions des constituants) et ses principales propriétés d'usage. La plupart de ces modèles sont de type semi-empiriques: aussi loin qu'on a pu, on a tâché de justifier la forme et le contenu des modèles par des considérations de physique des milieux granulaires. Cependant, à l'échelle de la pâte de ciment, il est apparu le plus souvent nécessaire de traiter le problème par lissage de valeurs expérimentales, le but final étant tout de même de parvenir à des modèles utilisables par l'ingénieur, avec les données dont il dispose.

## 2.1 Propriétés du béton frais

Le béton frais peut être regardé de deux façons: soit comme un matériau granulaire, dont la phase poreuse est faite d'eau et d'air occlus, soit comme un milieu continu et déformable, justiciable d'une approche rhéologique. En fait, cette dernière approche n'est licite que pour des bétons suffisamment fluides, qui présentent une dilatance faible lorsqu'ils sont cisaillés.

Ces notions sont présentées et justifiées sur la base de mesures acquises grâce au rhéomètre BTRHEOM, conçu et réalisé au LCPC. C'est, semble-t-il, le premier appareil de ce genre capable de fournir des grandeurs fondamentales décrivant les propriétés d'écoulement du béton.

En terme de comportement, on a commencé par appliquer le modèle classique de Bingham, qui s'est cependant avéré insuffisant pour décrire certains mélanges. Sur la base d'un large programme expérimental réalisé au National Institute of Standards and Technology (USA), on est arrivé à la conclusion que, même dans une plage de gradients de vitesse relativement étroite, le béton n'a pas un comportement strictement linéaire, mais qu'une loi de puissance est plus à même de décrire son comportement (modèle de Herschel-Bulkley). Ce raffinement permet notamment de trouver des seuils de cisaillements toujours positifs, même pour les bétons ultrafluides de type autoplaçants. Finalement, nous avons proposé de revenir au modèle de Bingham, qui a l'avantage de ne présenter que deux paramètres, mais en corrigeant le calcul du seuil de cisaillement et de la viscosité plastique.

Ayant ainsi décrit le comportement à l'écoulement d'une catégorie de bétons (ceux dont l'affaissement au cône dépasse 10 cm), nous avons ensuite cherché à modéliser les deux caractéristiques de Bingham en fonction de la composition du mélange. Pour ce faire, il fallait d'abord résoudre le problème préliminaire de la prévision du volume minimal de vides d'un béton non maniable. Par rapport aux systèmes granulaires étudiés au chapitre 1, la présence d'eau remettait-elle en cause la validité de l'approche? A partir de mesures de demande en eau relatives à

des mélanges binaires de poudres, il a été montré que le modèle d'empilement compressible fonctionnait avec la même précision que sur des mélanges secs, avec une valeur d'indice de serrage adaptée. Admettant que la présence d'eau ne changeait pas le serrage des granulats, on pouvait alors appliquer le modèle d'empilement au béton dans son ensemble.

La modélisation des paramètres de Bingham devenait alors possible. Il est apparu que la viscosité plastique était contrôlée par la concentration solide relative des mélanges, i.e. par le rapport du volume solide sur la compacité du béton "essoré". Ce modèle simple a l'avantage de s'appliquer à une large catégorie de mélanges, mortiers ou bétons, avec ou sans superplastifiant. Un modèle plus complexe a été nécessaire pour décrire la dépendance entre le seuil de cisaillement et la composition. En effet, contrairement à la propriété précédente, vis à vis de laquelle les différentes classes granulaires ne jouent que par leur contribution à la compacité d'ensemble, le seuil est davantage contrôlé par les grains fins que par les grains grossiers. On explique ce phénomène en remarquant que le seuil de cisaillement est la signature macroscopique des frottements entre grains, qui dépendent de leur surface spécifique, alors que la viscosité résulte des dissipations visqueuses du fluide suspendant lors du cisaillement du squelette granulaire. Les modèles, calibrés sur les données du NIST, ont étés vérifiés sur des résultats obtenus antérieurement au LCPC, dans le cadre de différents contrats de recherche.

Dans un souci d'applicabilité maximale de la recherche, on a ensuite cherché à relier ces modèles à l'affaissement au cône d'Abrams, qui demeure le seul essai répandu dans l'industrie. Il avait déjà été montré que l'on pouvait établir une corrélation acceptable entre le résultat du *slump test,* et le seuil de cisaillement mesuré au rhéomètre. Cette relation a été vérifiée, et améliorée sur les données du NIST, et on a pu en déduire un modèle reliant la composition du matériau et l'affaissement au cône d'Abrams. Ce dernier modèle a été largement validé sur de nombreuses autres données: utilisé de façon purement prédictive, il fournit une évaluation des résultats expérimentaux avec une erreur moyenne de l'ordre de 4 cm, valeur peu supérieure à la reproductibilité de l'essai.

Revenant ensuite aux fondements du modèle d'empilement compressible, on a montré que ce dernier pouvait être utilisé *directement* pour décrire la compactabilité (*placeability*) du béton frais. En effet, et ce concept est fondamental si l'on veut couvrir l'ensemble des bétons, y compris ceux dont la consistance est "ferme", on doit faire la distinction entre les propriétés d'écoulement (décrites par les modèles d'Herschel-Bulkley ou, de façon simplifiée, de Bingham), relatives à des déformations de cisaillement, et le comportement en serrage, phase dans laquelle le matériau subit une contraction unidimensionnelle. L'indice de serrage du béton sans air est alors proposé comme indicateur de la compactabilité, avec des valeurs cibles tirées du programme expérimental du NIST. Cette approche trouve sa justification dans le chapitre 5, lorsqu'on la confronte à la variété des bétons modernes.

Enfin, on s'est intéressé à la teneur en air du béton frais après vibration, car cette grandeur intervient dans les propriétés du béton durci. Sur la base de données expérimentales acquises au LCPC dans le passé, un modèle semi-empirique a été proposé et calibré, modèle qui fonctionne bien sur des gâchées de petite dimension, et qui place en sécurité (i.e. qui surestime le volume d'air) pour des gâchées plus importantes.

Ce chapitre relatif au béton frais est clos par le développement de modèles simplifiés reliant formulation et viscosité *apparente*. Dans un des deux modèles (dit modèle pâte/granulat), on illustre très bien les résultats expérimentaux, en exprimant la viscosité d'ensemble par le produit d'un terme relatif à la pâte de ciment, et d'un autre terme dépendant de la concentration relative du squelette granulaire. C'est l'approche classique de Farris. Cependant, du fait des interactions granulaires non prises en compte dans ce modèle bi-phasique, les paramètres dépendent des matériaux utilisés. C'est pourquoi un tel modèle, utile pour un traitement analytique de la formulation (à des fins de compréhension globale du système), a peu de chances de fonctionner *quantitativement* avec d'autres jeux de matériaux.

## 2.2 Elévation de température en conditions adiabatiques

Plus on avance dans la pratique des bétons à hautes performances, et plus on bute contre une des limitations inhérentes aux matériaux à base de ciment, à savoir leur propension à dégager une quantité de chaleur pendant la prise croissant avec les caractéristiques finales du matériau. C'est pourquoi, dans une approche globale de la formulation des bétons, et spécialement pour les structures de grandes dimensions, il est critique de prendre en compte le paramètre exothermie.

La première étape du travail de modélisation a été d'évaluer à partir de la composition du béton sa capacité thermique. Il a rapidement été montré qu'on pouvait se contenter de la valeur initiale (celle du béton frais), moyenne des capacités thermiques des différents constituants pondérée par leurs masses respectives. Ensuite, se posait le problème de l'évaluation du degré de transformation des liants entre l'état initial et l'état final du béton. Pour ce faire, on a collecté des mesures de degré d'hydratation acquises par résonance magnétique nucléaire (RMN) du silicium 29. Il apparaît que ces degrés finaux sont essentiellement contrôlés par les paramètres de formulation de la pâte liante (rapports eau/ciment, pouzzolane/ciment etc.); on en déduit donc un modèle semi-empirique pour les degrés de transformation des liants. L'étape suivante a consisté à calculer la chaleur dégagée par le béton en multipliant les degrés d'hydratation par des chaleurs élémentaires, produites par la transformation d'une unité de masse de liant. Il était alors facile de parvenir au but final, à savoir la prévision de l'élévation de température maximale atteinte par le béton, placé en condition adiabatique. Le modèle a été calibré sur un programme expérimental important comportant des bétons de tous niveaux de résistance, avec et sans additions minérales pouzzolaniques (cendres volantes ou fumées de silice).

## 2.3 Résistance à la compression

La prévision de la résistance en compression est un vaste sujet, qu'on a tenté de reprendre à la base. La résistance en compression de la pâte de ciment pure a tout d'abord été abordée. Appliquant un modèle de micro-flambement, on a pu justifier la loi de puissance trouvée en fonction du volume solide initial. L'introduction du granulat se manifeste alors au travers de trois effets. Le premier effet dit de *confinement*, correspond à la notion d'épaisseur maximale de pâte. A même nature de pâte, la résistance en compression du béton est contrôlée par la distance moyenne de deux gros granulats adjacents. La prise en compte de cet effet divise par deux le résidus des modèles classiques, du type de ceux de Féret ou de

Bolomey, qui ne prennent en compte que les caractéristiques de la pâte. Les deux effets suivants, relatifs à l'adhérence pâte/granulat et à l'épuisement de la résistance de l'inclusion, sont dictés par la nature minéralogique du granulat. Ils ont été mis en évidence en comparant, sur plusieurs familles de granulats, l'évolution de la résistance de la pâte pure, et celle du composite. Il apparaît que les courbes obtenues sont soit rectilignes (cas des basaltes ou des silex), soit concaves (cas des calcaires, dont la résistance mécanique propre est en fourchette inférieure des granulats à béton usuels). L'enrichissement du modèle de pâte de ciment par un terme granulat, incorporant les trois effets précédemment décrits, permet finalement de construire un modèle global de résistance en compression du béton mature (conventionnellement à 28 jours d'âge).

Dans la pratique, il est important de contrôler la résistance du béton à des âges autres que 28 jours. A cette fin, on constate que la courbe de montée en résistance d'un béton contenant un ciment donné reste parallèle à une courbe maîtresse caractéristique de ce ciment. On a calibré sur cette base un modèle général prenant également en compte la contribution des pouzzolanes à la résistance, pour tout âge compris entre quelques jours et 1 an. Un complément final au modèle concerne la prise en compte des fillers calcaires.

Ce dernier point a soulevé dans le passé de nombreuses discussions, les fillers apparaissant tantôt inertes, et tantôt actifs. Grâce à l'exploitation d'un important programme expérimental exécuté par le CEBTP pour le compte de la profession des producteurs de granulats, une analyse de la contribution des fillers calcaires est proposée, distinguant un effet d'accélération d'un effet liant. Le premier effet est conditionné par la finesse du filler, et par la cinétique d'hydratation propre au ciment: il est sensible à un âge donné si, dans le béton témoin considéré au même âge, le ciment a encore des composés anhydres en réserve, et si le filler offre en quantité suffisante des sites de nucléation. Quant à l'effet liant, il est régi par la présence d'aluminates dans le ciment, qui forment dès le jeune âge des composés ayant un effet liant (faible mais notable). La prise en compte quantitative de ces deux effets conduit à enrichir encore le modèle général de résistance en compression, qui donne globalement une précision de 2-3 MPa sur l'ensemble des données examinées.

## 2.4 Résistance à la traction

Alors que la rupture en compression a été peu étudiée par les mécaniciens de la rupture, la fissuration en traction (mode I) est souvent abordée dans la littérature scientifique. Malheureusement, force est de constater qu'on est encore loin de modèles capables de prédire quantitativement la résistance en traction d'un matériau minéral à partir de la connaissance de sa microstructure. De même, si les paramètres d'entrée sont les proportions du mélange, il reste encore du travail à faire pour générer par le calcul une microstructure réaliste, sous l'angle des grandeurs mécaniques pertinentes. C'est pourquoi on s'est résolu à conserver l'approche très empirique des règlements pour la prévision de la résistance en traction, qui se contentent de la relier à la résistance en compression au moyen d'une loi de puissance. A l'examen de données expérimentales originales, on a pu cependant s'assurer, ce qui est très important en pratique, que la relation entre les deux types de résistance ne dépendait que de l'origine du granulat, et non de sa concentration ni de sa répartition en taille, ni encore de la composition de la matrice. On peut alors tabuler un coefficient en fonction de la nature minéralogique du granulat, ce qui

fournit à l'ingénieur un modèle notablement plus précis que ceux disponibles auparavant.

## 2.5 Déformations du béton durci

Dans cette partie, le béton durci est analysé au travers du *modèle trisphère,* ou modèle de Hashin modifié. Dans le modèle original, le béton est vu comme un empilement de sphères composites, constituées d'un noyau granulaire entouré d'une pellicule de pâte de ciment. L'empilement de ces sphères, de type appolonien, est supposé remplir l'espace, d'où la nécessité de disposer d'une granularité non limitée vers le bas. Pourtant, le seuil de 80 µm est en général une valeur plancher pour la grosseur des granulats du béton, ce qui rend l'édification du matériau de Hashin impossible.

L'idée du modèle trisphère consiste à compléter l'empilement par des sphères équivalentes de pâte pure, ce qui conduit à corriger les propriétés moyennes de la phase granulaire, en lui incluant un noyau de pâte. Une autre façon de voir le modèle est de dire que le béton à teneur maximale en inclusions comporte encore une fraction de pâte, et que, du fait des contacts entre grains, cette phase peut à la limite être considérée comme une inclusion souple dans une matrice continue rigide. On arrive finalement à un modèle à trois phases : le noyau pâteux, une couche intermédiaire de granulat et une croûte externe en pâte de ciment.

Ce modèle est tout d'abord utilisé pour la prévision du module élastique du béton. Se pose alors le problème du calcul du module équivalent de la pâte. L'introduction dans l'arrangement trisphère d'un module de matrice mesuré sur un échantillon de pâte pure conduit à un module global systématiquement trop fort par rapport aux données expérimentales. Cet écart est attribué à l'imperfection de la liaison pâte/granulat, problème déjà rencontré dans la modélisation de la résistance en compression. On montre alors que la simple prise en compte de ces effets complexes par une proportionnalité entre module de la matrice et résistance en compression *du béton* (qui intègre les effets de confinement et d'adhérence) conduit à une excellente prévision des données expérimentales.

Le fluage propre et le fluage total du béton chargé à l'état mature sont ensuite abordés de la même façon, au travers de calculs de modules différés. Pour le module de la matrice, on garde la référence à la résistance en compression, mais on prend également en compte l'origine de cette résistance. En effet, on s'est rendu compte depuis longtemps qu'à même résistance, les bétons aux fumées de silice fluaient nettement moins que les bétons de ciment Portland pur. On introduit donc un terme multiplicatif, fonction de la proportion de pouzzolane par rapport au ciment, terme justifié par une calibration en parallèle sur des essais de pâte pure, et sur des essais de béton. Les modèles de fluage sont finalement validés sur des données extraites de la littérature. Lorsqu'ils sont exprimés en module différé, leur précision est comparable à celle obtenue pour le module instantané.

Vient finalement la question de la prévision du retrait du béton. Celui-ci, comme le fluage, est envisagé pour deux types de cure: le retrait endogène apparaît spontanément en l'absence de séchage, alors que le retrait total est provoqué par une exposition d'un échantillon à une humidité extérieure constante, prise conventionnellement égale à 50 %. La prévision des deux types de déformation repose encore sur le modèle trisphère, qui fournit une expression analytique

dépendant des rigidités des phases et du retrait de la matrice. En ce qui concerne le retrait endogène de la matrice, on a exprimé cette déformation comme le résultat de l'application, sur un matériau poreux dont la rigidité est décrite par le module différé, d'une *contrainte hydrique* liée au phénomène d'autodessiccation. Cette contrainte est alors trouvée décroissante en fonction du rapport eau/ciment, mais croissante en fonction du rapport pouzzolane/ciment. Il faut de plus ajouter un terme dépendant du ciment, car l'expérience montre une forte dépendance du retrait endogène et de certaines caractéristiques du ciment Portland, comme par exemple sa teneur en aluminates. Au contraire, le retrait total de la matrice ne semble dépendre que de la résistance finale de cette matrice, quelle que soit l'origine de cette résistance. Les modèles de retrait finaux sont finalement validés par confrontation avec d'autres jeux de données expérimentales.

Le modèle trisphère apparaît globalement comme un excellent outil d'analyse des propriétés mécaniques du béton durci. On trouve d'ailleurs, au passage, que l'épaisseur de la couche externe est, à une constante près, l'épaisseur maximale de pâte utilisée pour décrire l'effet de confinement de la pâte par le granulat, dans le modèle de résistance en compression. De même, on pourrait utiliser ce modèle pour d'autres propriétés d'usage du béton, telles que le coefficient de dilatation thermique.

## 2.6 Facteurs contrôlant la perméabilité du béton

Le prochain chantier, pour l'établissement d'une approche scientifique globale de la formulation des bétons, réside bien sûr dans l'établissement de modèles reliant la composition du matériau à sa durabilité. Presque tout reste à faire dans ce domaine. La seule propriété relativement facile à prévoir, à savoir la porosité du béton durci, est en fait non pertinente, car c'est la répartition en taille des vides beaucoup plus que leur volume total qui contrôle les propriétés de transport (perméabilité à l'eau et aux gaz, diffusivité des ions de divers types). Tout ceci pour dire qu'on ne pouvait, dans le cadre de ce travail, proposer des modèles quantitatifs pour les propriétés reliées à la durabilité, comme on l'a fait pour les autres propriétés d'usage du matériau béton.

Dans un premier temps, on s'est proposé de voir si la perméabilité était reliée à d'autres propriétés que l'on savait modéliser, comme par exemple la résistance en compression. La raison du choix de cette propriété réside dans le fait que les deux grandeurs sont contrôlées par les qualités de la matrice et de sa liaison avec la phase granulaire.

Sur les quatre jeux de données recensés, force est de constater que la perméabilité, mesurée par des procédures différentes, se corrèle assez bien, voire très bien avec la résistance du béton mature. En fait, pour chaque ensemble de données expérimentales, les auteurs se sont intéressés aux paramètres relatifs à la matrice (rapport eau/ciment, présence ou absence de pouzzolanes), à squelette granulaire constant. Des résultats plus récents relatifs à l'effet des fillers calcaires sur les propriétés de durabilité[2] montrent qu'en raffinant le squelette, à même nature de matrice, on diminue significativement la perméabilité, alors que l'effet sur la résistance est minime. Il serait donc erroné de se satisfaire définitivement de mesures de résistance en compression pour caractériser la perméabilité des bétons,

[2]CARÉ S., BAROGHEL V., LINDER R., DE LARRARD F. (1998), "Effet des fillers sur les propriétés d'usage des bétons - Plan d'expérience et analyse statistique", Rapport interne, LCPC Paris.

et encore plus leur durabilité en général. Par contre, si l'on songe à certaines normes en vigueur selon lesquelles le rapport eau/liant équivalent constituerait un bon indicateur de la durabilité, les données examinées tendent à contredire cette assertion. En l'absence d'un essai de perméabilité normalisé, de reproductibilité connue, l'exigence d'une résistance en compression minimale à des fins de durabilité paraît plus recommandable que celle d'un rapport eau/liant maximal, qui est de plus très difficile à contrôler précisément.

### 2.7 Récapitulation : les différents systèmes granulaires à considérer dans la formulation des bétons.

On récapitule ici, dans un souci de clarification, les différentes applications de concepts de physique des milieux granulaires réalisées tout au long de ce chapitre. Il apparaît notamment que les systèmes granulaires à analyser varient par leur composition (granulat seul, ou intégralité des composants solides du béton), par leur concentration (concentration nominale, ou augmentée par élimination de l'air, voire de l'eau en excès des vides du squelette) et par leurs conditions aux limites (en pleine masse, ou à l'échelle de la structure soumise à différents effets de paroi). Une fois ces distinctions bien établies, on se rend finalement compte que la modélisation du système béton a été effectuée avec une certaine économie de moyens, rendue possible par la fécondité d'un petit nombre de concepts de base.

## Chapitre 3 : Constituants des bétons - Paramètres pertinents

Ce chapitre présente peu de contenu scientifique supplémentaire, par rapport aux deux chapitres précédents. Par contre, il analyse le problème de la modélisation des diverses propriétés du matériau sous l'angle des contributions des différents constituants. Les paramètres relatifs aux composants sont énumérés, avec leur mode de détermination, leur plage de variation d'un matériau à l'autre et les normes qui leurs sont relatives, lorsqu'elles existent. On arrive alors à une liste relativement modeste de grandeurs, si on la compare à celle qui encombre nombre d'ouvrages spécialisés. On en déduit qu'à l'issue d'un examen approfondi du système béton, il n'y a plus adéquation parfaite entre les grandeurs mesurées classiquement sur les constituants et celles dont on a besoin pour prévoir les propriétés du béton. Si, par exemple, on se restreint aux granulats, on constate que l'essai dit "Los Angeles" n'est utilisé dans aucun modèle, alors qu'il n'existe pas, semble-t-il, d'essai normalisé caractérisant l'adhérence entre la matrice et le granulat.

L'approche empruntée pour décrire la contribution des ciments et poudres diverses aux propriétés de béton frais (compactabilité et comportement rhéologique) mérite quelques commentaires, car elle intègre la *méthode des coulis*. Il apparaît qu'on ne peut faire abstraction aujourd'hui de l'usage des plastifiants/superplastifiants dans les formulations de béton; cependant, le mode d'action de ces adjuvants sur le comportement rhéologique est encore mal compris, et encore plus mal prévu. D'ailleurs, ces produits sont toujours mis au point de façon essentiellement empirique, au travers de leur performance sur différents ciments. On propose donc de considérer dans le système global le couple ciment/adjuvant comme un matériau caractérisé notamment par la dose de saturation de l'adjuvant et par la demande en eau du ciment à cette dose de superplastifiant. Les modes opératoires permettant la détermination de cette dose de saturation ont étés récemment révisés par un groupe

de l'AFREM (Association de Recherche et d'Etude des Matériaux et des constructions).

# Chapitre 4: Formulation des bétons

Après un examen croisé des propriétés d'usage des bétons, et des contributions des constituants à ces propriétés, le chapitre 4 s'attaque au coeur du problème de formulation.

## 4.1 Cahier des charges d'un béton en vue d'un usage donné

Avant toute opération de formulation, il est important de préciser le mieux possible la nature du problème, exprimée au travers d'une liste de spécifications. Celles-ci sont énumérées par ordre chronologique, depuis la fabrication jusqu'au comportement à très long terme. On a tâché dans cette partie de collecter un certain nombre d'expériences pratiques, tant il est vrai qu'on ne peut spécifier que ce qu'il est possible d'atteindre, étant donné non seulement la connaissance du matériau en laboratoire, mais aussi les possibilités des installations industrielles. Le problème de la spécification d'un béton pompable a été rapidement abordé, et a fait depuis l'objet d'un approfondissement dans le cadre du projet national CALIBE.

Un point classique émerge de la discussion sur les cahiers des charges, à savoir la préférence qu'on doit avoir pour des exigences *performantielles*, par rapport à des *prescriptions*. Cette question est particulièrement d'actualité pour ce qui concerne la durabilité du matériau. Aujourd'hui, on est entre deux époques: celle où on prescrivait des dosages minimaux en ciment - ce qui, entre autres désavantages, décourage souvent le producteur d'optimiser son matériau - et celle où l'on exigera la satisfaction de performances mesurées dans des essais, qui seront à la fois normalisés et validés par rapport au comportement du béton dans la structure, en ayant maîtrisé les effets liés au caractère accéléré des procédures. Le sous-chapitre se termine par une liste de conseils de type méthodologique visant à réussir au mieux cette phase préliminaire, mais essentielle, du processus de formulation.

## 4.2 Solution du problème de formulation

On commence ici par utiliser les modèles simplifiés mis au point au chapitre 2, pour résoudre de façon analytique le problème de formulation le plus simple et le plus commun: mettre au point un béton ayant une maniabilité et une résistance en compression données, pour un coût minimum. L'existence et l'unicité de la solution sont démontrées, et on profite de la compacité du formalisme pour énoncer (et démontrer) dix-sept règles de formulation, dont la plupart sont des règles de l'art connues et admises par les praticiens. Ces règles concourent à donner au lecteur une compréhension du système, lui permettant de prévoir les tendances et les sens de variation des propriétés lorsqu'on change un ou plusieurs paramètres des constituants ou du cahier des charges.

On passe ensuite à une approche plus quantitative, au travers de la programmation des modèles fins dans un logiciel de type tableur, muni d'un module d'optimisation (*solveur*). Avant de montrer quel usage pratique on peut faire d'un tel outil, on l'utilise pour approfondir quelques-unes des règles précédemment démontrées dans le cadre du formalisme simplifié. Ainsi, on commence par montrer que le problème de

la détermination des proportions optimales du squelette granulaire ne se réduit pas à une recherche d'optimum de compacité. Tout d'abord, la prise en compte du liant déplace l'optimum obtenu sur le granulat seul empilé à sec. Ensuite, suivant la propriété du béton frais que l'on met en avant - seuil de cisaillement, viscosité plastique, compactabilité - les proportions optimales du squelette varient. D'autre part, le fait d'avoir des tranches granulaires dont les contributions à la résistance en compression diffèrent - cas d'un sable roulé de rivière et d'un gravillon calcaire concassé - n'est pas non plus neutre dans la recherche du béton satisfaisant au cahier des charges au moindre coût. Finalement, il apparaît que la formulation la plus pure du problème d'optimisation peut parfois conduire à des bétons risquant de présenter des phénomènes de ségrégation, notamment par excès de gravillon. C'est pourquoi l'approche de Baron-Lesage, consistant à fixer dans un premier temps la nature et la quantité de pâte pour rechercher les proportions des granulats maximisant une propriété du béton frais, paraît toujours d'actualité au sens où elle évite ce piège de bétons sous-dosés en sable et en éléments fins, qui sont d'ailleurs, le plus souvent, rejetés par les utilisateurs. Par contre, c'est la compactabilité qui doit être le plus souvent optimisée, surtout dans le cas où le béton subit dans la structure des effets de paroi importants.

Une autre règle, qui gagne à être discutée au moyen de modèles raffinés, est relative à l'effet de la taille maximale du granulat (paramètre D) sur la demande en liant du béton. Si la contrainte relative à la limitation du rapport eau/ciment prend le pas sur l'exigence de résistance mécanique, la préférence, classique, pour un gros granulat, reste valide. Par contre, si on spécifie un béton par sa compactabilité et sa résistance mécanique, la quantité de ciment nécessaire varie de façon insignifiante en fonction du "D", pourvu que ce dernier soit supérieur à 10 mm. De cette nouvelle façon d'aborder un vieux problème, peuvent découler de nouvelles souplesses d'utilisation de la ressource naturelle. Une autre conséquence, c'est qu'il est possible de formuler des bétons routiers à la fois économiques et peu bruyants (par réduction de la dimension maximale du granulat).

Cette section se termine par un exemple réel et "vécu" d'application de la méthode à la formulation d'un béton B 45 pour ouvrage d'art. On montre que, dans le cas relaté, la réalisation de trois gâchées d'essai a été suffisante pour disposer, un mois après le démarrage de l'étude, d'un béton satisfaisant strictement au cahier des charges, en ayant au passage acquis des données permettant une future adaptation de la formule à des changements d'exigences ou de caractéristiques des constituants. Encore ce nombre aurait-il été réduit à une ou deux gâchées, si la classe vraie du ciment avait été connue au démarrage de l'étude (mais c'est rarement le cas dans la pratique).

## 4.3 Questions relatives au squelette granulaire

Le problème du choix de la taille maximale du granulat ayant été abordé précédemment, on s'intéresse ensuite aux mérites comparés des matériaux roulés et concassés. A même cahier des charges, les premiers réduisent généralement la demande en eau, et conduisent à des bétons de teneur en gravillon plus élevé. Cependant, la demande en liant dépend non seulement des caractéristiques des granulats considérés, mais aussi du niveau de résistance recherché: entre un calcaire mi-dur concassé et un roulé siliceux, le premier risque d'être plus

économique pour formuler un béton ordinaire, alors que le deuxième prendra l'avantage pour un béton à très hautes performances.

La question de la continuité du squelette granulaire, qui termine ce sous-chapitre, est l'une de celle qui fut, dans le passé, la plus âprement débattue. Comme on pouvait s'y attendre, une investigation scientifique conduit à formuler une réponse nuancée. Pour un granulat dont les propriétés intrinsèques seraient uniformes dans toute l'étendue granulaire, il n'y a pas d'intérêt à ménager une discontinuité. Par contre, dès qu'un étage de la granularité est occupé par des matériaux de qualité moindre, notamment en terme de forme, il peut être intéressant d'omettre la fraction concernée. De plus, certains bétons discontinus peuvent être avantagés par le mode de préparation des éprouvettes, au sens où ce dernier, provoquant une ségrégation du gros granulat, aurait tendance à diminuer localement l'épaisseur maximale de pâte, dont on a vu qu'elle influençait la résistance en compression. Enfin, l'intérêt du recours aux sables correcteurs dans le cas de sables de rivière pauvres en éléments fins est bien illustré par les modèles, qui montrent que ces ajouts permettent à la fois de gagner sur les dosages en liant, tout en réduisant les risques de ségrégation.

## 4.4 Questions relatives aux liants

A notre époque, il est une question que l'on se pose systématiquement lorsqu'on formule un béton, à savoir: faut-il utiliser du ciment Portland pur, ou vaut-il mieux lui adjoindre une addition minérale? Laissant de côté le choix entre addition dosée directement dans le béton d'une part, et utilisation d'un ciment composé de l'autre, on passe en revue les trois classes d'additions les plus couramment employées en France : filler calcaire, cendre volante et fumée de silice. Dans chaque cas, on compare des bétons de ciment seul, et des bétons avec addition obéissant au même cahier des charges. Notons au passage que cette comparaison n'est presque jamais faite dans la littérature, où les bétons sont généralement comparés sur la base d'un dosage total en liant identique.

Une analyse au premier ordre laisse penser qu'un ajout de filler calcaire n'est intéressant que dans les bétons maigres, i.e. lorsque la résistance requise est faible. En fait, le filler n'étant ni inerte, ni gratuit, on peut presque toujours le trouver profitable (à condition que le ciment contienne une phase aluminate), mais en quantité relativement faible. Le dosage optimum décroît avec la résistance requise, mais augmente si on utilise un adjuvant. En termes de propriétés secondaires, le filler ne modifie guère la montée en résistance, ce qui est un avantage par rapport aux additions minérales pouzzolaniques. Sur le plan de la durabilité, il serait favorable à la perméabilité, mais défavorable vis-à-vis de la résistance au gel et à l'écaillage.

La contribution finale des cendres volantes silico-alumineuses à la résistance en compression est généralement supérieure à celle des fillers. C'est pourquoi une analyse économique tend à promouvoir un usage plus massif de ces sous-produits, selon des tendances globalement comparables à celles trouvées dans le cas précédent. Une différence réside dans l'effet défavorable des cendres volantes sur les résistances au jeune âge, qui va de pair avec une nécessité de cure plus stricte. Comme pour les fillers, l'utilisation de cendres volantes tend à augmenter le retrait total des bétons, sauf si l'on réduit fortement la quantité d'eau au moyen de superplastifiant.

L'emploi de la fumée de silice est envisagé quant à lui sous deux angles: d'une part, il fournit la possibilité d'atteindre les très hautes performances tout en conservant des propriétés du béton acceptables; d'autre part, il permet de parcourir la gamme des BHP dans de meilleures conditions qu'avec du ciment seul, du moins d'un point de vue strictement technique. Economiquement, les fumées de silice restent coûteuses pour les B 60, ce qui explique la tendance générale à ne pas utiliser cette addition à ce niveau de performances. Au passage, on retrouve la réduction drastique des déformations de fluage consécutive à l'incorporation de fumée de silice dans les BHP, réduction prise en compte dans les règlements les plus récents.

### 4.5 Stabilité du béton dans un contexte de production industrielle

On souligne dans cette partie la nécessité d'envisager, au stade de la formulation, les conditions réelles de production du matériau, et les écarts de performances auxquels on doit s'attendre. Les fluctuations des propriétés peuvent s'étudier expérimentalement - et le fascicule 65 A du Ministère de l'Equipement est un des rares documents réglementaires à le demander - mais il peut être plus économique, et plus exhaustif, de traiter le problème au moyen de simulations numériques. On peut ainsi minimiser *a priori* la variabilité des propriétés du matériau, tout en l'évaluant au plus près, ce qui permet d'atteindre le meilleur compromis entre sécurité et économie.

### 4.6 Examen de quelques méthodes usuelles de formulation à la lumière de la présente approche

On ne peut juger de l'intérêt d'une démarche novatrice que par comparaison avec les approches usuelles. C'est pourquoi il paraissait utile de procéder à une analyse critique des méthodes couramment utilisées en France, en Grande-Bretagne et aux USA. La première remarque, c'est que ces méthodes empiriques ne sont pas compatibles entre elles, et conduisent, en l'absence d'essais, à des compositions très différentes. Ensuite, toutes ces méthodes se limitent à la gestion d'un nombre très réduit de propriétés des bétons (résistance et maniabilité, le plus souvent au travers de l'essai au cône d'Abrams). Pour ce qui concerne les aspects granulaires, la méthode de l'ACI est la seule qui fasse appel à une mesure de compacité, malheureusement limitée au gravillon. Mais elle est muette sur la détermination des proportions optimales, lorsque le nombre de classes de granulats utilisés est supérieur à deux. Ainsi, il apparaît que la méthodologie proposée dans ce livre permet d'expliquer, en les dépassant, toutes les méthodes empiriques existantes. Par rapport à ces dernières, son seul manque, qui devra être comblé dans les années qui viennent, réside dans la non-prise en compte de l'air entraîné dans les propriétés du béton frais.

## Chapitre 5 : Quelques familles de bétons

On parcourt dans ce chapitre le paysage des bétons modernes. C'est l'occasion de présenter, pour un certain nombre de cas typiques, un exemple de cahier des charges, et la réponse de l'ordinateur à ces spécifications, en gardant le même éventail de constituants. Le mélange théorique obtenu est ensuite comparé à des compositions réelles, tirées de cas "de terrain". D'une façon générale, la

méthodologie présente retrouve de façon rationnelle et unifiée les réponses apportées empiriquement et séparément par les praticiens. Certains ne manqueront pas alors de s'interroger sur l'utilité de la démarche théorique. La réponse est triple: d'une part, la résolution des problèmes pratiques gagnera en *rapidité*, et on évitera plus souvent les malfaçons de début de chantier; d'autre part, on pourra envisager, du fait de la légèreté et de la rapidité des simulations, un *nombre beaucoup plus grand d'alternatives* en termes d'origine des constituants, ce qui permettra d'adopter des solutions plus satisfaisantes; enfin, lorsqu'on sera en présence de conditions techniques ou économiques nouvelles, l'ordinateur proposera souvent des *solutions innovantes*, qui ne seraient peut-être pas venues à l'esprit d'un expérimentateur obéissant seulement à une démarche empirique, reposant nécessairement sur son expérience passée.

## 5.1 Simulations préliminaires : des bétons ordinaires aux BTHP

Avant d'aborder des cas industriels, on peut se demander comment évoluent les différentes propriétés du béton, lorsque la résistance requise augmente, et suivant le choix préliminaire de constituants. On voit ainsi se dessiner "naturellement" des domaines d'emploi de tels ou tels produits. Les simulations effectuées montrent bien sûr que la demande en liant et le coût augmentent avec la résistance en compression. C'est aussi le cas du module élastique, qui présente cependant un phénomène de saturation lorsque le volume de la matrice devient trop fort. La chaleur d'hydratation croît également, ce qui démontre qu'on doit d'autant plus s'intéresser aux effets thermiques que l'on cherche des résistances élevées. A l'intérieur d'une catégorie de bétons, le retrait augmente, mais subit des chutes importantes lorsqu'on introduit, par exemple, les fumées de silice. Quant à la fissurabilité à retrait empêché, elle fournit une autre occasion de montrer l'intérêt des simulations, car elle est commandée par plusieurs propriétés (chaleur d'hydratation, retrait, fluage/relaxation) qui ne jouent pas toutes dans le même sens. Avec les constituants pris en compte dans les calculs, la fissurabilité, définie comme le rapport entre la contrainte de traction à long terme et la *résistance* en traction du matériau, augmente ou reste relativement stable suivant que le matériau est protégé ou non du séchage. On verra cependant au paragraphe 5.3 qu'il y a moyen, pour les BHP de la gamme B 60, d'échapper à cette apparente fatalité d'une fissurabilité accrue, par rapport aux bétons classiques.

## 5.2 Bétons de structure courants

Dans cette partie, on s'intéresse successivement à un béton B 40 pour ouvrage d'art, suivi d'un B 25 pour bâtiment. Dans le premier cas, on met en évidence le poids prédominant de la résistance au jeune âge dans la détermination du dosage en liant, ce qui conduit à une surqualité en terme de résistance à 28 jours (mais peut-être pas en termes de durabilité). Quant au deuxième exemple, il illustre la nécessité, pour formuler rationnellement un tel matériau, de disposer soit d'un ciment composé de résistance modeste, soit d'un ciment pur assorti d'une addition minérale.

## 5.3 Bétons à hautes performances

On commence ici par traiter les deux cas classiques d'un B 60 de ciment Portland pur, et d'un B 80 avec fumée de silice. Le choix d'adopter un dosage en

superplastifiant proche de la saturation permet de retrouver les ordres de grandeur des formules réelles utilisées sur les chantiers, même s'il n'est pas le plus économique.

On s'intéresse ensuite à un cas moins courant, celui d'un B 60 pour structure massive coulée par levées successives, problème a priori difficile étant donnée la propension plus grande des BHP à fissurer dans de telles occasions (cf. paragraphe 5.1). Le recours à un liant ternaire (ciment Portland/filler calcaire/fumée de silice) permet de trouver une solution satisfaisante, très proche de celle adoptée dans l'étude du béton de la centrale de Civaux. Cette étude avait fourni à l'époque l'occasion de démontrer le caractère critique de la formulation des bétons dans des grands ouvrages de génie civil. En effet, en jouant uniquement sur le matériau, on avait pu diviser par deux le taux de fuite d'une enceinte de confinement, comme démontré, des années après la construction, par la comparaison des mesures effectuées sur les enceintes de Civaux I et Civaux II.

Le troisième type de BHP traité correspond à une étude plus récente, dans laquelle on cherchait à minimiser non seulement la chaleur d'hydratation, mais aussi le retrait *total* du béton, en vue d'une application dans les dalles de ponts mixtes. L'idée principale a consisté à raffiner le liant de façon à minimiser son effet de desserrement vis-à-vis du granulat, tout en augmentant son efficacité liante (la partie grossière des ciments s'hydratant très peu dans les BHP). Là encore, on constate un grand accord avec les résultats d'une optimisation automatique, et ceux obtenus par d'autres voies.

Le dernier cas de BHP examiné correspond aux mortiers à ultra-hautes performances, qui ont fait, il y a quelques années, l'objet de nombreuses recherches, notamment en France. Les proportions du mélange maximisant la résistance mécanique sont bien retrouvées par les modèles, mais la résistance est surestimée, car on sort du domaine de calibration du modèle de résistance en compression. Par contre, la résistance expérimentale après étuvage se rapproche de la valeur prédite, ce qui montre la nécessité d'un traitement thermique pour compléter la transformation des fumées de silice, lorsqu'elles sont employées en grande quantité dans des mélanges à très faible rapport eau/ciment.

## 5.4 Bétons nécessitant des méthodes de mise en place particulières

Il était particulièrement intéressant de voir si l'approche scientifique proposée permettrait de couvrir certains bétons très particuliers, dans lesquels le LCPC n'avait pas d'expérience récente. C'est le cas des bétons compactés au rouleau, qui se traitent sans difficulté, et même plus simplement que les bétons coulés, dans la mesure où les clauses du cahier des charges liées à la rhéologie disparaissent et sont remplacées par la seule exigence de compactabilité. C'est aussi le cas des bétons projetés par voie humide, qui nécessitent cependant une analyse particulière au niveau de leur cahier des charges. En effet, ces matériaux doivent satisfaire à une exigence de seuil de cisaillement minimum pour rester collés à leur support après projection. Par ailleurs, leur compactabilité doit être excellente (correspondant à une faible valeur de l'indice de serrage), du fait de l'absence de vibration à la mise en oeuvre. Etant donné que les éléments fins, et notamment le sable, participent plus au seuil de cisaillement qu'à l'indice de serrage global, on comprend que ces bétons soit caractérisé par un surdosage en sable, comparativement aux bétons ordinaires. Là

encore, théorie et expérience sont en bonne coïncidence. Comme annoncé plus haut, les bétons projetés fournissent une preuve tangible à l'assertion selon laquelle on doit considérer la rhéologie *et* la compactabilité pour formuler rationnellement les bétons. En effet, la seule prise en compte de l'affaissement au cône conduirait à des teneurs en sable classiques, de l'ordre de 700 kg/m$^3$. Mais alors, de tels bétons se compacteraient mal à la projection, et retomberaient piteusement sur l'opérateur...

A l'opposé de ces bétons de consistance ferme, les bétons autoplaçants (BAP) suscitent actuellement un intérêt grandissant. Ces matériaux apparus il y a quelques années au Japon ne font pas encore l'objet de méthodes de formulation stabilisées. Ce fait s'explique non seulement par leur jeunesse, mais aussi par la complexité du problème. En effet, pas moins de six exigences relatives au béton frais sont nécessaires pour les optimiser, sans compter les spécifications relatives au béton durci. On montre ici que la méthode générale de ce livre s'applique aux BAP sans agents de viscosité (bétons obtenus par utilisation des constituants classiques, mais avec de forts dosages en sable et en fines).

## 5.5 Bétons de composition spéciale

Les bétons de granulats légers doivent faire l'objet d'un traitement particulier pour la prévision de leurs propriétés mécaniques. En effet, ils sont essentiellement constitués d'un mortier classique, enrobant des granulats poreux et souples. Faisant l'hypothèse que cette souplesse des gravillons, reportant les contraintes dans la matrice en mortier, est responsable de la rupture du béton en compression, un modèle simple a été élaboré et validé, à partir de résultats expérimentaux tirés de la littérature. Ce modèle permet d'expliquer un certain nombre de tendances observées dans les bétons légers. Au passage, on montre qu'un schiste expansé ne conduit pas, pour des résistances de béton ordinaire, à une demande en ciment sensiblement plus élevée que celle obtenue avec un gravillon de densité normale. Enfin, on valide la démarche par comparaison du béton théorique avec celui utilisé dans la travée centrale du pont de l'Elorn, application récente et prestigieuse de cette famille de matériaux.

Les bétons à haut volume de cendre ont été inventés par le CANMET à Ottawa pour consommer le plus possible de ce déchet de centrales thermiques. Les bétons à hauts volumes de cendre peuvent être vus comme des BHP dans lesquels la moitié du ciment est remplacée par des cendres volantes silico-alumineuses. Ils sont donc couverts sans aucune difficulté par les modèles, au même titre que les BHP. Par rapport à des bétons ordinaires de même résistance, ils présentent d'intéressantes propriétés thermiques. Ils risquent cependant d'être moins réguliers dans le temps, et présentent, semble-t-il, une susceptibilité supérieure à l'écaillage en présence de sels de déverglaçage.

La toute dernière catégorie de matériaux envisagée dans le livre est constituée par la famille des bétons de sable. Ils peuvent être vus quant à eux comme des mortiers à hautes performances, dans lesquels une partie du ciment serait remplacée par une addition minérale. Là encore, les modèles prévoient bien tant leurs proportions que leur caractéristiques générales: forts dosages en eau, en air occlus et en poudres, excellente compactabilité, mais forte déformabilité (retrait et fluage), aliée à un module élastique limité. Dans un contexte de pénurie en gravillon, et avec certaines

précautions, les bétons de sable peuvent cependant remplacer les bétons conventionnels dans la plupart des applications.

## Conclusion

La conclusion de ce livre comprend trois parties. Tout d'abord, une récapitulation des acquis montre les progrès effectués dans la compréhension et la maîtrise du système béton. Puis, on évoque les possibilités futures d'application des théories au contrôle du matériau en continu, qui permettrait de tendre vers un matériau de composition variable et de propriétés constantes. Enfin, une liste de besoins en recherche est proposée, visant à parfaire et à consolider l'édifice commencé. Le manque le plus grand reste, comme déjà dit, le champ de la durabilité, vers lequel tendront, nous l'espérons, les efforts de collègues chercheurs, pour parvenir à un éclaircissement des liens existant entre composition des bétons et vieillissement des structures.

* * *

# 1. Compacité et homogénéité des mélanges granulaires

La compacité d'un mélange granulaire est égale, par définition, au volume solide $\Phi$ dans le volume total unité. Elle peut être déduite de la porosité

$$\pi = 1 - \Phi \tag{1.1.1}$$

ou de l'indice des vides

$$e = \frac{\pi}{\Phi} = \frac{1}{\Phi} - 1 \tag{1.1.2}$$

La prévision de la compacité d'un mélange granulaire est un problème capital pour le béton [Johansen et Andersen 1991], mais aussi pour de nombreuses autres applications industrielles [Guyon et Troadec 1994]. En effet, beaucoup de matériaux composites (tel le béton) sont fabriqués avec des inclusions granulaires noyées dans une matrice liante. L'objectif est souvent de combiner les grains de façon à minimiser la porosité, afin d'utiliser le moins possible de liant.

La compacité d'un mélange de grains polydispersés dépend de trois paramètres principaux :

la taille des grains considérés (décrite par la courbe granulométrique),

la forme des grains (morphologie, état de surface…),

la façon dont est réalisé l'empilement.

Jusqu'à présent, la stratégie de formulation revient généralement à proportionner les différents granulats pour obtenir une courbe granulométrique proche d'une courbe 'idéale', laquelle est supposée fournir la compacité maximale. L'optimisation finale est faite par ajustements expérimentaux. Il existe aussi des modèles empiriques décrivant la variation de la compacité d'un mélange donné en fonction de quelques paramètres descriptifs du processus de serrage. Mais peu de ces modèles sont valides (à la connaissance de l'auteur) et leur précision est insuffisante lorsqu'il s'agit de concevoir un mélange granulaire optimisé (en considérant les 3 paramètres cités plus haut). En effet, la plupart de ces modèles [Johansen et Andersen 1991, Dewar 1993] ne sont conçus que pour un nombre limité de granulats ou ne considèrent qu'une distribution granulaire simplifiée pour chaque granulat. Par contre, le Modèle d'Empilement Compressible (MEC), dont les aspects théoriques sont développés dans ce chapitre, couvre la combinaison d'un nombre quelconque de granulats, de distributions granulaires également quelconques.

Le MEC est la version améliorée d'un premier modèle, le Modèle Linéaire de Compacité pour mélanges granulaires [Stovall *et al.* 1987], qui a été transformé par la suite en Modèle de Suspension Solide [de Larrard *et al.* 1994a,b]. Ce travail a été conduit indépendamment d'un autre modèle, similaire au modèle linéaire, qui a été proposé par Lee [Lee 1970].

Les fondements du modèle linéaire sont présentés dans le paragraphe 1.1. La *compacité virtuelle* y est définie comme étant la compacité maximale atteinte pour un mélange granulaire donné (avec le maximum de serrage). La *compacité réelle* est déduite de cette compacité virtuelle, par référence à un indice de serrage. Le calcul de la compacité réelle, accompagné d'une série d'expériences d'étalonnage, est donné au paragraphe 1.2. Le problème des conditions aux limites est examiné et modélisé au paragraphe 1.3 (notamment l'effet de paroi exercé par le récipient et l'effet induit par la présence de fibres). En 1.4, le modèle est utilisé pour la recherche

de la distribution granulaire optimale. Enfin, un court rappel sur les connaissances relatives à la ségrégation est donné au paragrpahe 1.5, avec proposition de deux nouveaux concepts – le diagramme de remplissage et le potentiel de ségrégation – qui concernent les mélanges ségrégeables.

## 1.1 Compacité virtuelle d'un mélange granulaire. Un modèle linéaire

Par définition, la compacité *virtuelle* est la compacité *maximale* atteinte par un mélange donné, chaque particule, placée une à une, gardant sa forme originelle. Par exemple, la compacité virtuelle d'un mélange ordonné de sphères de même tailles est égale à 0,74 (ou $\pi/3\sqrt{2}$) – il s'agit de la compacité de l'arrangement cubique faces centrées des sphères –, tandis que la compacité physique qui est mesurée sur le mélange aléatoire des mêmes sphères est de l'ordre de 0,60-0,64, selon l'intensité du serrage [Cumberland et Crawford 1987]. *La compacité dont il est question dans toute cette section est la compacité virtuelle.*

### 1.1.1 Mélange binaire sans interaction

Considérons un mélange de grains 1 et 2, de diamètre (grosseur) $d_1$ et $d_2$. Les deux classes de grains sont dites sans interaction si :

$$d_1 >> d_2 \tag{1.1.3}$$

"Sans interaction" signifie que l'arrangement local d'un ensemble de grains d'une taille n'est pas perturbé par la présence des grains de l'autre taille.

Calculons la compacité (virtuelle) $\gamma$ d'un mélange de ces grains. Pour cela, il faut tout d'abord connaître les *compacités résiduelles* $\beta_1$ et $\beta_2$ de chaque classe 1 et 2 prise isolément. Les titres volumiques des ces deux classes dans le mélange sont désignés par $y_1$ et $y_2$, avec :

$$y_1 + y_2 = 1 \tag{1.1.4}$$

Les volumes partiels $\Phi_1$ et $\Phi_2$ sont les volumes occupés par chaque classe dans l'unité de volume du mélange granulaire. Nous avons :

$$y_1 = \frac{\Phi_1}{\Phi_1 + \Phi_2} \tag{1.1.5}$$

et la compacité est :

$$\gamma = \Phi_1 + \Phi_2 \tag{1.1.6}$$

Marquons maintenant une distinction entre le cas des "gros grains dominants" et celui des "grains fins dominants".

Lorsque les gros grains sont dominants, ils remplissent le volume disponible comme s'il n'y avait pas de grains fins présents, de sorte que :

$$\Phi_1 = \beta_1 \tag{1.1.7}$$

La compacité peut alors être calculée comme suit :

$$\begin{aligned}\gamma &= \Phi_1 + \Phi_2 = \beta_1 + \Phi_2 \\ &= \beta_1 + (\Phi_1 + \Phi_2)\, y_2 \\ &= \beta_1 + \gamma\, y_2\end{aligned}$$

soit :

$$\gamma = \gamma_1 = \frac{\beta_1}{1 - y_2} \tag{1.1.8}$$

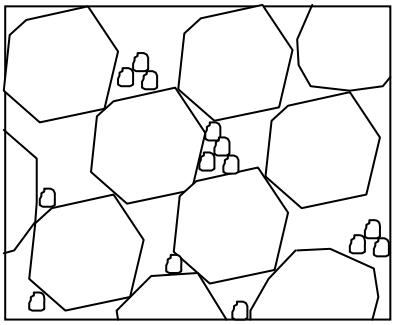


*Fig. 1.1.1. Mélange binaire sans interaction. Gros grains dominants.*

Lorsque les petits grains sont dominants, ils remplissent la porosité des gros grains, de sorte que :

$$\Phi_2 = \beta_2 (1 - \Phi_1) \tag{1.1.9}$$

Par une approche similaire, on en déduit :

$$\gamma = \gamma_2 = \frac{\beta_2}{1 - (1 - \beta_2) y_1} \tag{1.1.10}$$

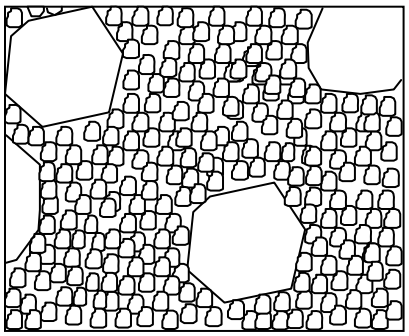


*Fig. 1.1.2. Mélange binaire sans interaction. Grains fins dominants.*

Notons que les compacités $\gamma_1$ et $\gamma_2$ peuvent être calculées, quelle que soit la classe dominante. Dans chaque cas, on peut écrire :

$$\gamma \leq \gamma_1$$

$$\Leftrightarrow \Phi_1 + \Phi_2 \leq \frac{\beta_1}{1 - \dfrac{\Phi_2}{\Phi_1 + \Phi_2}}$$

$$\Leftrightarrow \Phi_1 \leq \beta_1 \tag{1.1.11}$$

relation dans laquelle on aura reconnu l'équation 1.1.7. Cette dernière inégalité est appelée la *contrainte d'impénétrabilité* relative à la classe 1. De façon similaire, nous avons toujours :

$$\gamma \leq \gamma_2$$

$$\Leftrightarrow \Phi_1 + \Phi_2 \leq \frac{\beta_2}{1-(1-\beta_2)\dfrac{\Phi_1}{\Phi_1+\Phi_2}}$$

$$\Leftrightarrow \Phi_2 \leq \beta_2(1-\Phi_1) \tag{1.1.12}$$

en raison de la validité de la contrainte d'impénétrabilité relative à la classe 2. Comme soit la classe 1, soit la classe 2 est dominante[3], nous pouvons affirmer, sans considérer laquelle des deux classes est effectivement dominante,

$$\gamma = \inf(\gamma_1, \gamma_2) \tag{1.1.13}$$

Sur la figure 1.1.3, on peut voir l'évolution de la compacité granulaire, depuis le mélange ne contenant que des gros grains (à gauche), jusqu'au mélange ne contenant que des petits grains (à droite). En partant de $y_2$=0 jusqu'au pic, on voit que la compacité augmente, puisqu'une partie des interstices des gros grains est progressivement comblée par les petits grains. Au pic, les petits grains emplissent juste la place laissée disponible par les gros grains. Pour des valeurs supérieures de $y_2$, les gros grains sont remplacés par un volume équivalent de grains fins (en masse), ce qui fait diminuer le volume solide total.

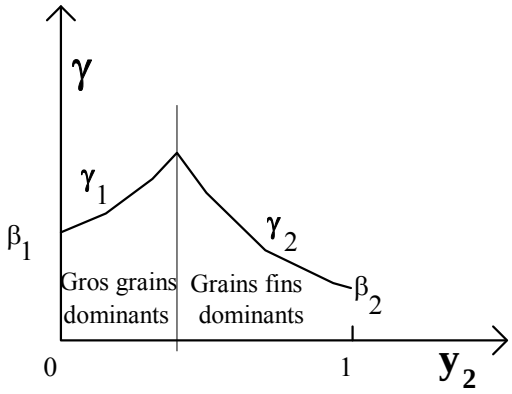



*Fig. 1.1.3. Evolution de la compacité en fonction de la proportion de grains fins, pour un mélange binaire sans interaction.*

### 1.1.2 Mélange binaire avec interaction totale

Deux populations de grains sont dites en interaction totale quand :

$$d_1 = d_2 \tag{1.1.14}$$

alors que leurs compacités résiduelles $\beta_i$ sont différentes. Pour calculer la compacité de ce mélange, nous supposerons qu'une ségrégation totale ne change pas le serrage moyen. Il est alors possible de considérer qu'une partie du conteneur est remplie par seulement les grains "1", tandis que l'autre partie du conteneur est remplie par les grains "2". Dans ce cas :

$$\frac{\Phi_1}{\beta_1} + \frac{\Phi_2}{\beta_2} = 1 \tag{1.1.15}$$

[3] Tant que les équations (1.1.11) et (1.1.12) ne sont pas "saturées", le mélange reste en deçà de l'empilement "bloqué" et les grains peuvent encore se compacter dans un volume plus petit.

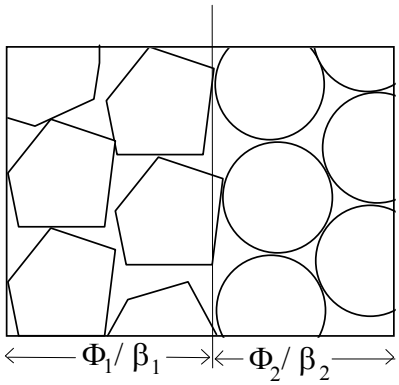



*Fig. 1.1.4. Calcul de la compacité dans le cas d'une interaction totale.*

La compacité est alors calculée en remplaçant dans l'équation 1.1.6 l'un des volumes partiels par son expression fonction de l'autre volume, tirée de l'équation 1.1.15. Pour garder le même formalisme que dans la section précédente, nous devons écrire :

$$\gamma_1 = \frac{\beta_1}{1-(1-\beta_1/\beta_2)\,y_2}$$

$$\gamma_2 = \frac{\beta_2}{1-(1-\beta_2/\beta_1)\,y_1} \qquad (1.1.16)$$

étant donné que l'équation 1.1.13 s'applique encore. En utilisant la relation $y_1 + y_2 = 1$, il est facile de voir, dans ce cas particulier, que $\gamma = \gamma_1 = \gamma_2$ .

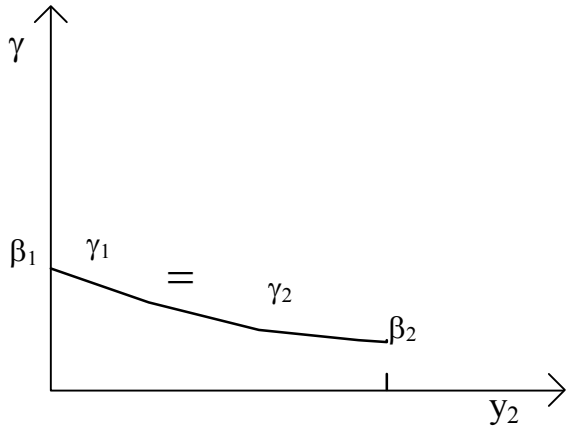



*Fig. 1.1.5. Evolution de la compacité en fonction de la proportion de grains fins, pour un mélange binaire avec interaction totale.*

### 1.1.3 Mélange binaire avec interaction partielle

Nous avons maintenant une interaction partielle entre classes, définie par l'équation suivante :

$$d_1 \geq d_2 \,. \qquad (1.1.17)$$

Commençons par décrire deux effets physiques rencontrés dans les mélanges binaires. Nous construirons ensuite les équations générales en associant ces deux effets aux deux cas "parfaits" précédents.

Si un grain fin (2) est inséré dans la porosité de l'empilement des gros grains (1), lesquels sont dominants, et s'il n'est pas suffisamment petit pour se placer dans un vide, il y a alors localement une diminution du volume des gros grains (effet de desserrement). Si chaque grain fin est assez loin des autres grains fins, cet effet peut être considéré comme une fonction linéaire du volume des petits grains. Dans ce cas :

$$\begin{aligned}\gamma = \Phi_1 + \Phi_2 &= \beta_2\left(1 - \lambda_{2\to 1}\Phi_2\right) + \Phi_2 \\ &= \beta_1 + \left(\Phi_1 + \Phi_2\right)\left(1 - \lambda_{2\to 1}\Phi_2\right) y_2 \\ &= \beta_1 + \gamma\left(1 - \lambda_{2\to 1}\Phi_2\right) y_2\end{aligned}$$

où $\lambda_{2\to 1}$ est une constante qui dépendant des caractéristiques des deux populations de grains.

La compacité est alors :

$$\gamma = \gamma_1 = \frac{\beta_1}{1 - \left(1 - \lambda_{2\to 1}\right) y_2} \tag{1.1.18}$$

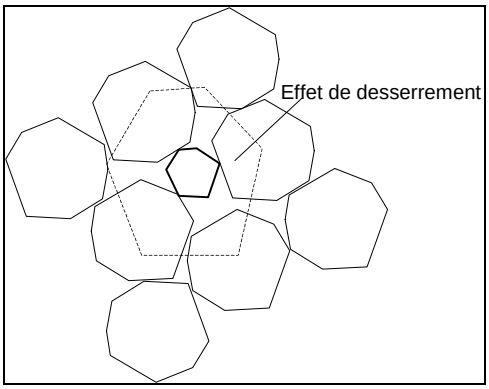



*Fig. 1.1.6. Effet de desserrement exercé par un grain fin dans un empilement de gros grains.*

Toutefois, pour adopter une modélisation uniforme couvrant tous les cas, nous préférerons la forme suivante pour $\gamma_1$ :

$$\gamma_1 = \frac{\beta_1}{1 - \left(1 - a_{12}\ \beta_1/\beta_2\right) y_2} \tag{1.1.19}$$

où $a_{12}$ est le coefficient de desserrement. Quand $d_1 >> d_2$ (sans interaction), $a_{12}=0$ ; lorsque $d_1=d_2$ (interaction totale), $a_{12}=1$.

Lorsque quelques gros grains isolés sont immergés dans l'océan des grains fins (lesquels sont dominants), il existe une certaine quantité de vides dans l'empilement des grains 2, localisée à l'interface (effet de paroi). Si les gros grains sont assez éloignés les uns des autres, cette perte de volume solide peut être considérée proportionnelle à $\frac{\Phi_1}{1-\Phi_1}$, et nous pouvons écrire :

$$\gamma = \Phi_1 + \Phi_2 = \Phi_1 + \beta_2\left(1 - \frac{\Phi_1}{1-\Phi_1}\lambda_{1\to 2}\right)(1-\Phi_1)$$
$$= \beta_2 + \gamma\left[1 - \beta_2(1+\lambda_{1\to 2})\right]y_1$$

où $\lambda_{1\to 2}$ est une autre constante dépendante des caractéristiques des deux populations de grains. La compacité est alors :

$$\gamma = \gamma_2 = \frac{\beta_2}{1 - \left[1 - \beta_2(1-\lambda_{1\to 2})\right]y_1} \tag{1.1.20}$$

que nous préférons écrire :

$$\gamma_2 = \frac{\beta_2}{1 - \left[1 - \beta_2 + b_{21}\beta_2(1 - 1/\beta_1)\right]y_1} \tag{1.1.21}$$

où $b_{21}$ est le coefficient d'effet de paroi. Quand $d_1 >> d_2$ (sans interaction), $b_{21}=0$ ; lorsque $d_1=d_2$ (interaction totale), $b_{21}=1$.

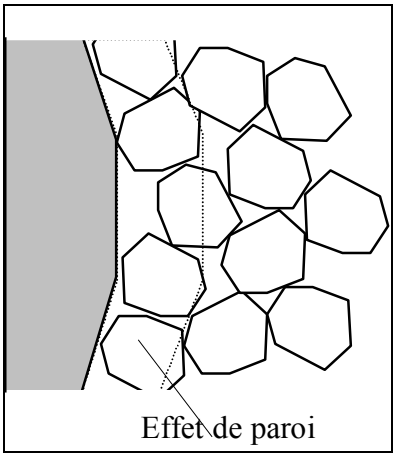



*Fig. 1.1.7. Effet de paroi exercé par un gros grain dans un empilement de grains fins.*

Comme pour les mélanges binaires sans interaction, il est facile de montrer, pour toutes combinaisons de proportions $y_i$, que nous avons :

$$\gamma = \inf(\gamma_1, \gamma_2)$$

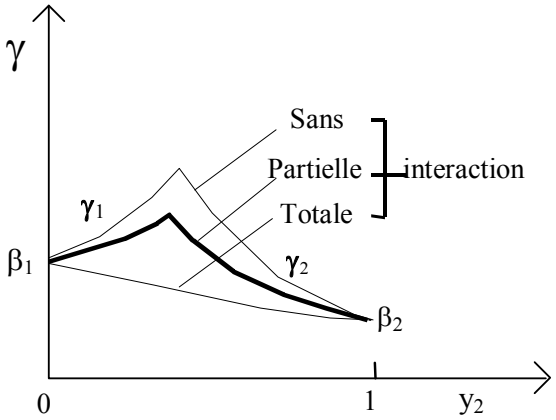



*Fig. 1.1.8. Evolution de la compacité d'un mélange binaire en fonction de la proportion de grains fins. Cas général.*

### 1.1.4 Mélange polydispersé sans interaction

Considérons maintenant un mélange avec *n* classes de grains (n>2), tel que :

$$d_1 >> d_2 .... >> d_n \tag{1.1.22}$$

Le grain *i* sera dominant si :

$$\Phi_i = \beta_i\left(1 - \Phi_1 - \Phi_2 ... - \Phi_{i-1}\right) \tag{1.1.23}$$

Dans ce cas, la compacité est calculée de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
\gamma &= \sum_{j=1}^{n} \Phi_j \\
&= \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \Phi_j + \beta_i\left(1 - \sum_{j=1}^{i-1} \Phi_j\right) \\
&= \beta_i + \left(1 - \beta_i\right)\sum_{j=1}^{i-1} \Phi_j + \sum_{j=1+1}^{n} \Phi_j \\
&= \beta_i + \gamma\left[\left(1 - \beta_i\right)\sum_{j=1}^{i-1} y_j + \sum_{j=1+1}^{n} y_j\right].
\end{aligned}$$

Alors :

$$\gamma = \gamma_i = \frac{\beta_i}{1 - \left(1 - \beta_i\right)\sum_{j=1}^{i-1} y_j - \sum_{j=1+1}^{n} y_j} \tag{1.1.24}$$

Montrons maintenant qu'il y a toujours au moins une classe dominante dans un tel empilement. Tout d'abord, si la classe 1 n'était pas dominante, nous aurions :

$$\Phi_1 < \beta_1 \tag{1.1.25}$$

Faisons alors un agrandissement dans le milieu interstitiel des grains 1 (on y trouve les grains plus fins empilés et des vides). Si la classe 2 n'y est pas dominante, nous pouvons écrire :

$$\Phi_2 < \beta_2\left(1 - \Phi_1\right) \tag{1.1.26}$$

En considérant des échelles de plus en plus petites, et en supposant à chaque fois que la classe correspondante n'est pas dominante, nous obtenons finalement :

$$\Phi_n < \beta_n\left(1 - \Phi_1 - ... - \Phi_{n-1}\right) \tag{1.1.27}$$

Lorsque ces n inégalités sont strictement et simultanément vérifiées, chaque classe de grain du mélange présente un certain jeu au regard du volume qu'il lui est disponible (figure 1.1.9). Dans ce cas, le mélange n'atteint pas le stade d'un empilement, mais se présente plutôt sous la forme d'une suspension.

Nous concluons donc qu'au moins une des n équations 1.1.24 doit être vérifiée.

Par similitude avec le cas des mélanges binaires de la section précédente, la contrainte d'impénétrabilité relative à la classe i s'écrit alors :

$$\gamma \leq \gamma_i \tag{1.1.28}$$

et, par conséquent :

$$\gamma = \inf_{1 \le i \le n} \gamma_i \tag{1.1.29}$$

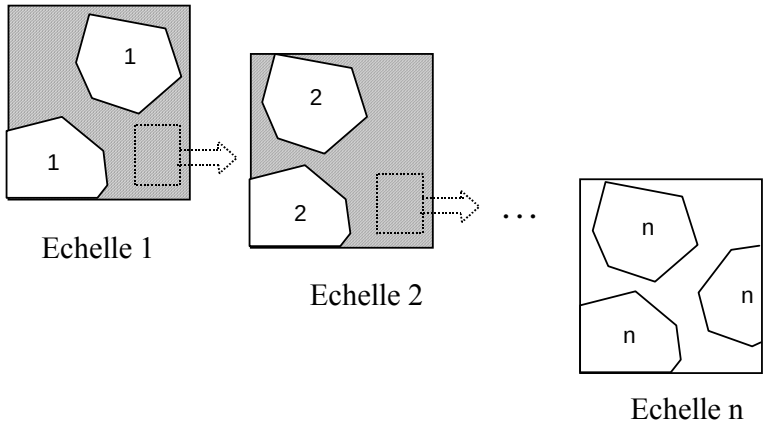



*Fig. 1.1.9. Mélange polydispersé examiné à plusieurs échelles, lorsque aucune classe n'est dominante.*

### 1.1.5 Mélange polydispersé : cas général

Considérons tout d'abord un mélange ternaire, dans lequel :

$$d_1 \ge d_2 \ge d_3 \tag{1.1.30}$$

Supposons que la classe 2 soit dominante. Les grains correspondants sont alors soumis à l'effet de desserrement exercé par les grains 3, et à l'effet de paroi exercé par les grains 1. Dans ce cas, la compacité du mélange est :

$$\begin{aligned}\gamma &= \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 \\ &= \Phi_1 + \beta_2\left(1 - \lambda_{3\to 2}\frac{\Phi_3}{1-\Phi_1} - \lambda_{1\to 2}\frac{\Phi_1}{1-\Phi_1}\right)(1-\Phi_1) + \Phi_3 \\ &= \beta_2 + \gamma\left[1 - \beta_2(1+\lambda_{2\to 1})\right]y_1 + \gamma\left(1-\lambda_{3\to 2}\right)y_3\end{aligned} \tag{1.1.31}$$

et

$$\begin{aligned}\gamma &= \gamma_2 \\ &= \frac{\beta_2}{1 - \left[1 - \beta_2(1+\lambda_{1\to 2})\right]y_1 + \left(1-\lambda_{3\to 2}\right)y_3} \\ &= \frac{\beta_2}{1 - \left[1 - \beta_2 + b_{21}\beta_2(1-1/\beta_1)\right]y_1 - \left(1 - a_{23}\beta_2/\beta_3\right)y_3}\end{aligned} \tag{1.1.32}$$

Cette formulation linéaire assure l'additivité de toutes les interactions exercées sur une classe. Elle peut être facilement généralisée aux n classes d'un mélange granulaire. On obtient ainsi, grâce à l'équation 1.1.29, la compacité virtuelle $\gamma$ du mélange ; la compacité $\gamma_i$, lorsque la classe i est dominante est, quant à elle, définie par :

$$\gamma_i = \frac{\beta_i}{1 - \sum_{j=1}^{i-1}\left[1 - \beta_i + b_{ij}\beta_i(1-1/\beta_j)\right]y_j - \sum_{j=i+1}^{n}\left[1 - a_{ij}\beta_i/\beta_j\right]y_j} \tag{1.1.33}$$

Ces relations décrivent de la façon la plus générale la compacité virtuelle d'un mélange granulaire.

Comme, par définition, cette compacité virtuelle est inaccessible à l'expérience, nous devons poursuivre les développements théoriques pour parvenir au calcul de la compacité réelle. Il faudra ensuite étalonner le modèle, c'est-à-dire déterminer les coefficients $a_{ij}$ et $b_{ij}$, avant de le valider.

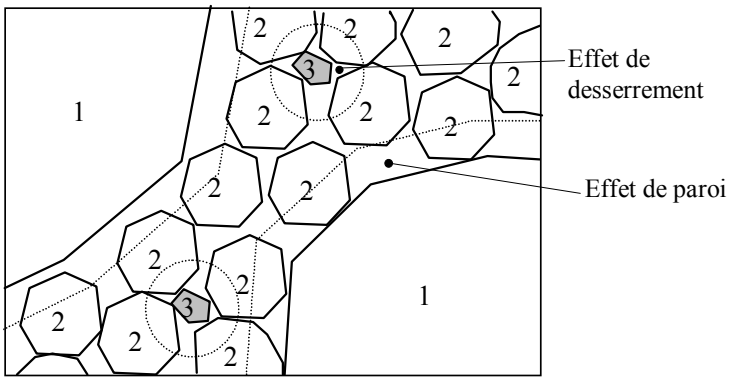



*Fig. 1.1.10. Perturbations exercées sur la classe intermédiaire par les gros gains et les grains fins. Cas d'un mélange ternaire.*

## 1.2 Compacité réelle. Le modèle d'empilement compressible

Considérons maintenant un empilement réel de grains obtenu avec un procédé physique de construction donné. Désignons par $\Phi$ le volume solide total, avec $\Phi < \gamma$.

### 1.2.1 Indice de serrage et compacité réelle

Cherchons un indice de serrage, baptisé K, dont la valeur ne dépend que du procédé de construction de l'empilement. Par analogie avec certains modèles de viscosité [Mooney 1951], nous proposons la forme suivante pour cet indice :

$$K = \sum_{i=1}^{n} K_i$$

$$\text{avec } K_i = H\left(\frac{\Phi_i}{\Phi_i *}\right) \tag{1.2.1}$$

où $\Phi_i$ est le volume solide réel de la classe i, tandis que $\Phi_i$* est le volume maximum que les grains de cette même classe peuvent occuper, compte tenu de la présence des autres grains. En d'autres termes, dans ce cas, les n classes de grains, de volume partiel égal respectivement à $\Phi_0$, $\Phi_1$,… $\Phi_{i-1}$, $\mathbf{\Phi_i}$*****, $\Phi_{i+1}$, … $\Phi_n$, forment un empilement virtuel.

La fonction H peut être calculée en considérant simplement l'auto cohérence du système. Commençons par un mélange binaire ayant ses deux classes identiques (c'est-à-dire $d_1=d_2$ ; $\beta_1=\beta_2=\beta$). La seule contrainte d'impénétrabilité est :

$$\Phi_1 + \Phi_2 \leq \beta \tag{1.2.2}$$

Pour calculer l'indice de serrage de ce mélange, écrivons :

$$K = H\left(\frac{\Phi_1}{\beta - \Phi_2}\right) + H\left(\frac{\Phi_2}{\beta - \Phi_1}\right) = H\left(\frac{\Phi_1 + \Phi_2}{\beta}\right) \tag{1.2.3}$$

relation qui correspond à l'équation fonctionnelle suivante :

$$H\left(\frac{x}{1-y}\right) + H\left(\frac{y}{1-x}\right) = H(x+y) \tag{1.2.4}$$

avec $x = \frac{\Phi_1}{\beta}$ ; $y = \frac{\Phi_2}{\beta}$

Montrons maintenant que les seules fonctions qui vérifient l'équation 1.2.4 sont de la forme :

$$H(u) = k.\frac{u}{1-u} \tag{1.2.5}$$

Pour cela, définissons une fonction *k(u)* telle que :

$$H(u) = k(u).\left(\frac{u}{1-u}\right) \tag{1.2.6}$$

En replaçant H dans l'équation fonctionnelle 1.2.4, on obtient :

$$(x+y).k(x+y) = x.k\left(\frac{x}{1-y}\right) + y.k\left(\frac{y}{1-x}\right). \tag{1.2.7}$$

Si $x = y = \frac{u}{2}$, alors

$$k(u) = k\left(\frac{u/2}{1-u/2}\right) = k\left(\frac{u/4}{1-\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right]u}\right) = \ldots k\left(\frac{u/2^n}{1-\left[1-\frac{1}{2^n}\right]u}\right) = \ldots k(0) \qquad (1.2.8)$$

Par conséquent, *k(u)* est constant pour tout $u \in [0,1[$, domaine de variation de $\frac{\Phi_i}{\Phi_i *}$.

Par souci de simplicité, nous prendrons :

$$k = 1 \qquad (1.2.9)$$

Dans ce cas, l'indice de serrage devient :

$$K = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\frac{\Phi_i}{\Phi_i *}}{1-\frac{\Phi_i}{\Phi_i *}}\right) \qquad (1.2.10)$$

$\Phi_i$* est égal à $\Phi_i$ lorsque la classe i est dominante. Nous pouvons alors utiliser la même approche que celle qui a été développée pour fonder l'équation 1.1.33, en prenant pour $\Phi_i$* (cas généralisé à n classes, i dominant) :

$$\Phi_i* = \beta_i\left[1-\sum_{j=1}^{i-1}\left(1-b_{ij}\left[1-\frac{1}{\beta_j}\right]\right)\Phi_j - \sum_{j=i+1}^{n}\frac{a_{ij}}{\beta_j}\Phi_j\right], \qquad (1.2.11)$$

ce qui donne pour K :

$$K = \sum_{i=1}^{n}\frac{y_i/\beta_i}{\frac{1}{\Phi}-\left[\sum_{j=1}^{i-1}\left(1-b_{ij}\left[1-\frac{1}{\beta_j}\right]\right)y_j - \sum_{j=i+1}^{n}\frac{a_{ij}}{\beta_j}y_j + \frac{y_i}{\beta_i}\right]}. \qquad (1.2.12)$$

Toutefois, en remplaçant *1* par $\sum_{i=1}^{n} y_i$ dans l'équation 1.1.33, nous obtenons :

$$\sum_{j=1}^{i-1}\left(1-b_{ij}\left[1-\frac{1}{\beta_j}\right]\right)y_j - \sum_{j=i+1}^{n}\frac{a_{ij}}{\beta_j}y_j + \frac{y_i}{\beta_i} = \frac{1}{\gamma_i}. \qquad (1.2.13)$$

et l'expression finale de l'indice de serrage devient :

$$K = \sum_{i=1}^{n} K_i = \sum_{i=1}^{n}\frac{y_i/\beta_i}{\frac{1}{\Phi}-\frac{1}{\gamma_i}}. \qquad (1.2.14)$$

La compacité réelle, $\Phi$, est alors définie implicitement par cette relation dans laquelle les "$y_i$" sont les paramètres de contrôle de l'expérience. Les "$\beta_i$" sont les caractéristiques des classes de grains et les "$\gamma_i$" sont donnés par l'équation 1.1.33. Le paramètre K dépend du processus de mise en place du mélange granulaire.

Ce terme, K, résulte de la sommation de plusieurs fonctions. C'est une fonction strictement croissante de $\Phi$ (figure 1.2.1), ce qui montre qu'il existe bien, pour toute valeur positive de K, une valeur unique de $\Phi$ qui satisfasse l'équation 1.2.14.

Pour un empilement de grains de même taille, K prend la forme suivante :

$$K = \frac{1}{\frac{\beta}{\Phi}-1} \qquad (1.2.15)$$

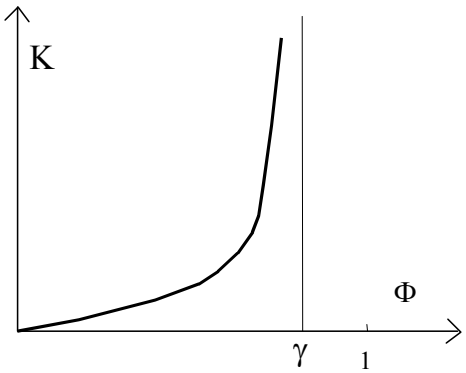



*Fig. 1.2.1. Variation de K en fonction de Φ.*

### 1.2.2 Etalonnage du modèle sur mélanges binaires

Les expériences relatées dans cette section ont été réalisées au Laboratoire Régional de Ponts et Chaussées de Blois [de Larrard *et al.* 1994b]. Il s'agissait de réaliser une série de mélanges binaires destinés à l'étalonnage des coefficients d'interaction. Les coupures élémentaires ont été sélectionnées de façon à être les plus unimodales possible.

#### Matériaux

Deux familles de granulats ont été sélectionnées et tamisées :

— des granulats roulés de la Loire ("carrière Decize"), avec des formes arrondies,

— des granulats concassés anguleux (carrière "Pont-de-Colonne" à Arnay-le-Duc).

*Tab. 1.2.1. Caractéristiques des granulats roulés utilisés dans les expériences de compacité. Certains grains ont été réutilisés plusieurs fois, ce qui a pu favoriser l'attrition et augmenter les valeurs de $\beta_i$. Les compacités corrigées ont été obtenues par régression linéaire sur les mesures pratiquées sur les mélanges binaires.*

| Désignation | $d_{min}$ (mm) | $D_{max}$ (mm) | Compacité | Compacité corrigée |
|---|---|---|---|---|
| **R<0,5** | 0,08 | 0,5 | 0,593 | - |
| **R05** | 0,5 | 0,63 | 0,592 | 0,594 |
| **R1** | 1 | 1,25 | 0,609 | 0,613 |
| **R2** | 2 | 2,5 | 0,616 | 0,620 |
| **R4** | 4 | 5 | 0,6195 | 0,629 |
| **R8** | 8 | 10 | 0,628 | 0,632 |

*Tab. 1.2.2. Caractéristiques des granulats concassés utilisés dans les mêmes expériences.*

| Désignation | $d_{min}$ (mm) | $D_{max}$ (mm) | Compacité | Compacité corrigée |
|---|---|---|---|---|
| **C<0,5** | 0,08 | 0,5 | 0,630 | - |
| **C05** | 0,5 | 0,63 | 0,516 | 0,523 |
| **C1** | 1 | 1,25 | 0,507 | 0,528 |
| **C2** | 2 | 2,5 | 0,529 | 0,525 |
| **C4** | 4 | 5 | 0,537 | 0,557 |
| **C8** | 8 | 10 | 0,572 | 0,585 |

Ces granulats ont été choisis de façon à couvrir la gamme des matériaux du génie civil, depuis des grains lisses quasi-sphériques (telles les cendres volantes) jusqu'à des grains anguleux, plats et allongés (comme le sont certains granulats concassés).

Pour chaque famille, cinq classes élémentaires ont été préparées. Elles sont délimitées par deux tamis consécutifs de la ‘série de Renard’. Les tamis normalisés de la série française ont des ouvertures qui suivent une progression géométrique de raison $r = \sqrt[10]{10}$ ($\approx$1,26). Les tailles moyennes des classes retenues ont permis d’obtenir des rapports de 1/2, 1/4, 1/8 et 1/16. Les grosseurs extrêmes ont été limitées, vers les grandes tailles, pour tenir compte de la dimension du conteneur et, vers les petites tailles, pour éviter que les matériaux ne soient trop sensibles à l’humidité. Pour les mélanges polydispersés (paragraphe 1.2.3), une sixième classe (0,08 à 0,5 mm) a été ajoutée, afin d’augmenter le spectre granulométrique et les valeurs maximales de compacité. Les photographies des grains utilisés sont données dans la publication originale. Leurs caractéristiques apparaissent dans les tableaux 1.2.1 et 1.2.2.

### Procédé de mise en place

Un échantillon de 7 kg a été sélectionné pour chaque classe granulaire. Après pesée des diverses fractions prélevées, les mélanges ont été homogénéisés de la façon suivante :

— lorsque le rapport des tailles ne dépassait pas 4, les grains ont été placés dans un cylindre modifié adapté à la machine "Deval" (norme française P 18-577) qui est équipée normalement de deux conteneurs inclinés par rapport à l’axe de rotation. Ce conteneur, de diamètre 160 mm et de hauteur 320 mm, supportait un autre cylindre de 160x160 mm utilisé pour déverser le mélange non compacté. La rotation a duré 2 minutes ou 66 révolutions. Après retrait de la machine, le conteneur servait à la mesure de la compacité.

— pour les autres mélanges binaires, sujets à ségrégation, une homogénéisation manuelle a été pratiquée : après brassage, les granulats ont été étalés horizontalement, repris verticalement avec une pelle, puis placés par couches successives dans le conteneur cylindrique.

— les deux techniques de préparation ont été utilisées l’une après l’autre pour les mélanges polydispersés.

Le cylindre contenant les granulats a alors été fermé avec un piston en acier de 20 kg, appliquant ainsi une pression moyenne de 10 kPa sur l’échantillon. L’ensemble a été fixé sur une table vibrante et soumis à la séquence de vibration suivante : deux minutes à une amplitude de 0-4 mm, 40 secondes à 0,2 mm et unr minute à 0,08 mm. La hauteur de l’échantillon a été enregistrée continûment avec un télémètre à ultrasons d’une précision de 0,001 mm. Le processus de vibration a été gardé constant pour toutes les classes granulaires, afin d’avoir des réponses comparables dans la durée limitée du cycle total. Une stabilisation parfaite de la hauteur n’a toutefois pu être obtenue avec un tel procédé, ce qui confirme que la compacité réelle n’est pas une propriété intrinsèque du matériau, mais dépend plutôt du type de mélange réalisé *et* du processus de mise en place. La compacité de chaque mélange a été calculée en divisant la masse de l’échantillon par la densité moyenne du granulat, puis par son volume total. Chaque valeur expérimentale prise en compte dans le modèle est la moyenne de deux mesures successives faites sur le même échantillon. Entre les deux mesures, le cylindre a été vidé puis reconstitué en appliquant de tout le processus décrit ci-avant.

### Compacité des classes élémentaires

Les compacités réelles obtenues sont données dans les tableaux 1.2.1 et 1.2.2. Pour les deux familles, ces compacités augmentent avec la grosseur des grains (figure 1.2.2). Ce comportement peut s'expliquer par des différences de forme selon la taille. Mais c'est surtout la vibration qui est en cause car, malgré nos efforts, elle a été probablement plus efficace pour les gros grains que pour les petits grains. En effet, ces derniers présentent un plus grand nombre de points de contacts dans le volume unité, ce qui pénalise l'efficacité de la vibration. A taille égale, les grains arrondis sont plus compacts que les grains concassés. En outre, il ne semble pas qu'une loi générale gouverne les relations entre la taille et la compacité des granulats.

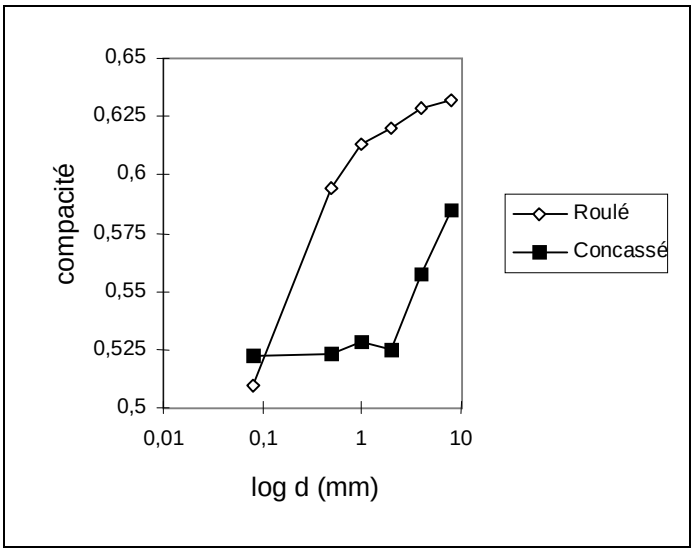



*Fig. 1.2.2. Compacités expérimentales des classes élémentaires en fonction de la taille des grains.*

### Etalonnage du modèle

A priori, les coefficients d'interaction ($a_{ij}$ et $b_{ij}$) ne dépendent que du contraste de taille entre grains $d_i$ et $d_j$. Afin de vérifier cette assertion, les séries binaires ont été dédoublées, tant du coté des gros grains que de celui des petits grains, à l'exception du rapport 1/16. Pour chaque combinaison de classe, la variation de compacité prévisible est en principe plus rapide du côté des gros grains dominants que de celui du coté des grains fins dominants (figure 1.1.8). C'est pourquoi la proportion de grains fins a été incrémentée par pas réduits de 5%, entre 0 et 30%, puis par pas plus espacés de 10% pour les étapes suivantes. Les valeurs de compacité obtenues sont données dans les tableaux 1.2.3 et 1.2.4, et sur les figures 1.2.7 et 1.2.8. On remarquera que le contraste de taille est bien le principal paramètre qui contrôle le comportement des mélanges binaires, bien que des différences significatives apparaissent entre couples de même contraste.

Chaque série de mélanges binaires fournit un point expérimental pour les deux coefficients $a_{ij}$ et $b_{ij}$. La relation entre l'indice des vides et la proportion de grains fins est figurée par deux lignes droites reliées par une partie courbe. La pente de ces droites exprime directement les interactions granulaires entre classes [Powers 1968] (figure 1.2.3).

Dans l'hypothèse d'une valeur infinie pour l'indice de serrage, (la compacité virtuelle serait alors atteinte), on peut aisément montrer, à partir de l'équation 1.1.33, que :

$$a_{12} = \beta_2 \left( \left| \frac{\partial e}{\partial y_2} \right|_{y2=0} + \frac{1}{\beta_1} \right)$$

$$b_{21} = \frac{1/\beta_2 - 1 - \left| \frac{\partial e}{\partial y_2} \right|_{y2=1}}{1/\beta_1 - 1} \qquad (1.2.16)$$

En pratique, pour les valeurs de K suffisamment élevées, les courbes de la compacité réelle et de la compacité virtuelle ont des tangentes approximativement parallèles (figure 1.2.4). Dans ce cas, on peut appliquer les équations 1.2.16, en remplaçant $\beta_i$ par $\alpha_i$ (compacités réelles des classes élémentaires). Les valeurs obtenues pour $a_{ij}$ et $b_{ij}$ sont données dans le tableau 1.2.5.

*Tab. 1.2.3. Compacités des mélanges binaires. Grains roulés arrondis.*

| | **R8R05** | | **R8R1** | | **R4R05** | | **R8R2** | | **R2R05** | | **R8R4** | | **R1R05** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **% fins** | **Exp.** | **Théo.** | **Exp.** | **Théo.** | **Exp.** | **Théo.** | **Exp.** | **Théo.** | **Exp.** | **Théo.** | **Exp.** | **Théo.** | **Exp.** | **Théo.** |
| **0** | 0,628 | 0,632 | 0,628 | 0,632 | 0,6195 | 0,629 | 0,628 | 0,632 | 0,616 | 0,620 | 0,628 | 0,632 | 0,609 | 0,613 |
| **5** | 0,657 | 0,6557 | 0,6545 | 0,6526 | 0,645 | 0,6492 | 0,653 | 0,6481 | 0,635 | 0,6354 | 0,6375 | 0,6416 | 0,624 | 0,6217 |
| **10** | 0,6865 | 0,6808 | 0,6795 | 0,6743 | 0,6715 | 0,6703 | 0,682 | 0,6646 | 0,663 | 0,6512 | 0,643 | 0,6511 | 0,633 | 0,6304 |
| **15** | 0,710 | 0,7069 | 0,707 | 0,6966 | 0,689 | 0,692 | 0,697 | 0,6813 | 0,678 | 0,6667 | 0,654 | 0,6603 | 0,640 | 0,6386 |
| **20** | 0,729 | 0,733 | 0,724 | 0,7189 | 0,706 | 0,7136 | 0,714 | 0,7976 | 0,692 | 0,6826 | 0,660 | 0,6689 | 0,656 | 0,6462 |
| **25** | 0,754 | 0,7558 | 0,742 | 0,7391 | 0,7265 | 0,7326 | 0,7235 | 0,7122 | 0,708 | 0,6964 | 0,663 | 0,6762 | 0,666 | 0,6526 |
| **30** | 0,758 | 0,7877 | 0,748 | 0,7528 | 0,7785 | 0,7446 | 0,728 | 0,7229 | 0,718 | 0,7063 | 0,6595 | 0,6817 | 0,6705 | 0,6578 |
| **40** | 0,753 | 0,7544 | 0,7285 | 0,7496 | 0,736 | 0,7379 | 0,723 | 0,7251 | 0,708 | 0,7067 | 0,6565 | 0,6853 | 0,6635 | 0,659 |
| **50** | 0,7385 | 0,7256 | 0,7095 | 0,7277 | 0,725 | 0,7138 | 0,705 | 0,7111 | 0,693 | 0,6909 | 0,6535 | 0,6806 | 0,6545 | 0,6525 |
| **60** | 0,7165 | 0,6959 | 0,6965 | 0,7029 | 0,700 | 0,6875 | 0,689 | 0,6927 | 0,670 | 0,6709 | 0,649 | 0,6719 | 0,644 | 0,6421 |
| **70** | 0,680 | 0,6677 | 0,677 | 0,6786 | 0,6745 | 0,662 | 0,671 | 0,6737 | 0,656 | 0,6506 | 0,6445 | 0,6616 | 0,636 | 0,6303 |
| **80** | 0,652 | 0,6414 | 0,6585 | 0,6554 | 0,648 | 0,6379 | 0,646 | 0,6551 | 0,633 | 0,6308 | 0,638 | 0,6508 | 0,6215 | 0,6181 |
| **90** | 0,6195 | 0,6168 | 0,635 | 0,6336 | 0,614 | 0,6152 | 0,632 | 0,6361 | 0,613 | 0,6119 | 0,629 | 0,6398 | 0,610 | 0,6059 |
| **100** | 0,592 | 0,594 | 0,609 | 0,613 | 0,592 | 0,594 | 0,616 | 0,620 | 0,592 | 0,594 | 0,6195 | 0,629 | 0,592 | 0,594 |

*Tab. 1.2.4. Compacités des mélanges binaires. Grains concassés.*

| | **C8C05** | | **C8C1** | | **C4C05** | | **C8C2** | | **C2C05** | | **C8C4** | | **C1C05** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **% fins** | **Exp.** | **Théo.** | **Exp.** | **Théo.** | **Exp.** | **Théo.** | **Exp.** | **Théo.** | **Exp.** | **Théo.** | **Exp.** | **Théo.** | **Exp.** | **Théo.** |
| **0** | 0,572 | 0,585 | 0,572 | 0,585 | 0,537 | 0,557 | 0,572 | 0,585 | 0,529 | 0,525 | 0,572 | 0,585 | 0,507 | 0,528 |
| **5** | 0,620 | 0,6066 | 0,613 | 0,6034 | 0,591 | 0,575 | 0,597 | 0,5986 | 0,54 | 0,5388 | 0,5825 | 0,5931 | 0,527 | 0,5362 |
| **10** | 0,642 | 0,6295 | 0,646 | 0,6226 | 0,6185 | 0,594 | 0,611 | 0,6125 | 0,552 | 0,5531 | 0,5875 | 0,6011 | 0,532 | 0,5444 |
| **15** | 0,676 | 0,6535 | 0,6755 | 0,6425 | 0,638 | 0,6137 | 0,625 | 0,6264 | 0,5515 | 0,5679 | 0,588 | 0,6087 | 0,545 | 0,5524 |
| **20** | 0,705 | 0,6779 | 0,699 | 0,6624 | 0,669 | 0,634 | 0,634 | 0,6398 | 0,566 | 0,583 | 0,592 | 0,6158 | 0,552 | 0,5602 |
| **25** | 0,731 | 0,7001 | 0,7215 | 0,6806 | 0,693 | 0,6536 | 0,643 | 0,6516 | 0,573 | 0,5979 | 0,5955 | 0,6217 | 0,5485 | 0,5673 |
| **30** | 0,7365 | 0,7135 | 0,7245 | 0,693 | 0,711 | 0,670 | 0,651 | 0,6594 | 0,594 | 0,6115 | 0,594 | 0,6259 | 0,555 | 0,5733 |
| **40** | 0,723 | 0,6998 | 0,7025 | 0,6861 | 0,691 | 0,6741 | 0,643 | 0,6554 | 0,588 | 0,626 | 0,5875 | 0,6271 | 0,556 | 0,5792 |
| **50** | 0,6941 | 0,6666 | 0,6705 | 0,6586 | 0,667 | 0,6502 | 0,6335 | 0,6349 | 0,582 | 0,617 | 0,587 | 0,6198 | 0,549 | 0,576 |
| **60** | 0,6585 | 0,6331 | 0,638 | 0,629 | 0,640 | 0,6219 | 0,6245 | 0,6111 | 0,579 | 0,5987 | 0,587 | 0,6084 | 0,546 | 0,5675 |
| **70** | 0,616 | 0,6019 | 0,611 | 0,6008 | 0,603 | 0,5945 | 0,5975 | 0,5877 | 0,568 | 0,5788 | 0,572 | 0,5956 | 0,5425 | 0,5567 |
| **80** | 0,583 | 0,5732 | 0,5965 | 0,5746 | 0,571 | 0,5688 | 0,5695 | 0,5654 | 0,5555 | 0,5493 | 0,564 | 0,5825 | 0,537 | 0,5455 |
| **90** | 0,5655 | 0,547 | 0,5435 | 0,5504 | 0,545 | 0,545 | 0,5435 | 0,5445 | 0,534 | 0,5406 | 0,553 | 0,5696 | 0,530 | 0,5341 |
| **100** | 0,516 | 0,523 | 0,507 | 0,528 | 0,516 | 0,523 | 0,529 | 0,525 | 0,516 | 0,523 | 0,5537 | 0,547 | 0,516 | 0,523 |

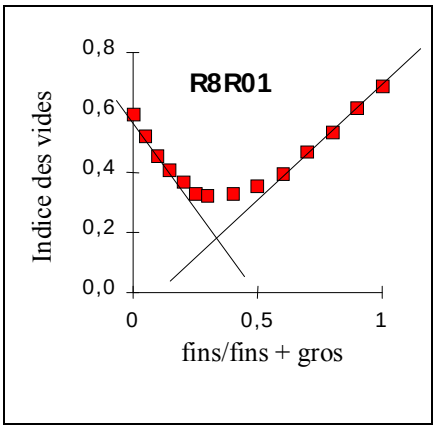



*Fig. 1.2.3. Indice des vides en fonction de la proportion de grains fins (mélange R8/R05).*

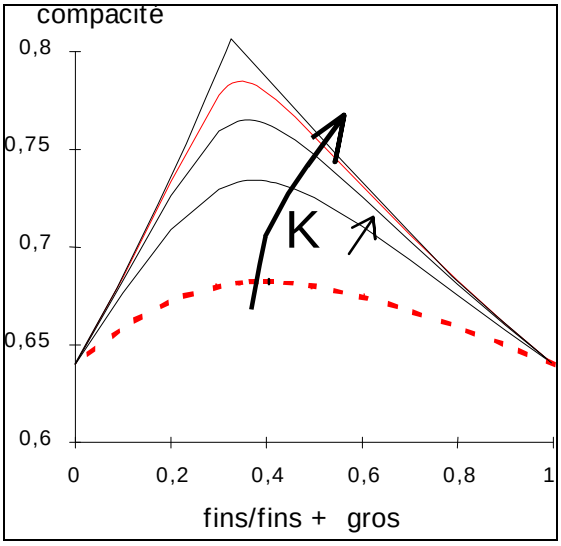



*Fig. 1.2.4. Compacité de mélanges binaires de grains ayant un rapport de tailles de 1/8, d'après le Modèle d'Empilement Compressible. La compacité réelle des deux classes a été prise égale à 0,64 et les différentes courbes sont tracées pour des valeurs croissantes de K.*

*Tab. 1.2.5. Valeurs des fonctions d'interactions déduites des mélanges binaires expérimentaux.*

| **d1/d2** | **16** | **8** | **8** | **4** | **4** | **2** | **2** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **roulés** | **R8R05** | **R8R1** | **R4R05** | **R8R2** | **R2R05** | **R8R4** | **R1R05** |
| **a** | 0,26 | 0,31 | 0,50 | 0,63 | 0,46 | 0,71 | 0,66 |
| **b** | -0,05 | 0,30 | 0,08 | 0,33 | 0,33 | 0,65 | 0,56 |
| **concassés** | **C8C05** | **C8C1** | **C4C05** | **C8C2** | **C2C05** | **C8C4** | **C1C05** |
| **a** | 0,21 | 0,14 | 0,31 | 0,50 | 0,67 | 0,77 | 0,72 |
| **b** | -0,03 | 0,28 | 0,05 | 0,11 | 0,47 | 0,68 | 0,70 |

Les points expérimentaux pour les coefficients a et b ont été reportés sur la figure 1.2.6 en fonction du rapport des tailles. Conformément à la théorie, ces coefficients augmentent avec le rapport $d_2/d_1$. A première vue, compte tenu des dispersions, d'autres paramètres doivent aussi jouer un rôle. Mais aucune tendance systématique n'apparaît entre granulats concassés et roulés, ni entre couples de gros et de petits grains (comme le montre la comparaison des mélanges des séries X8/X4 et X1/X05). De plus, les tamis utilisés en génie civil sont parfois défectueux (dès l'origine ou suite à l'usure des granulats). Les valeurs réelles pour les rapports théoriques de 1/2

doivent alors se situer plutôt entre 0,4 et 0,6, ce qui entraînerait un déplacement horizontal des points correspondants sur les figures. En conclusion, la dispersion des points n'est pas nécessairement le signe d'une influence singulière reliée par exemple à la forme des grains.

Les hypothèses de tamis défectueux ne peuvent toutefois expliquer les deux valeurs négatives du coefficient b, obtenues pour les mélanges des séries R8/R05 et C8/C05. Pour ces couples, du coté des grains fins dominants, la compacité évolue plus vite que s'il n'y avait pas d'interaction. En d'autres termes, les grains fins subissent un *anti-effet de paroi*. Ce phénomène est à relier à l'effet de la vibration, durant laquelle les gros grains, plus réceptifs, aident les grains fins à se compacter [Aïtcin et Albinger 1989]. Le lissage des résultats ne doit pas prendre en compte ce phénomène, en particulier si le modèle est destiné, par extension, à traiter les mélanges non vibrés (section 1.2.3).

Les fonctions utilisées pour lisser les valeurs expérimentales ont vérifié les conditions suivantes :

— continuité avec le cas des mélanges binaires sans interaction ($d_2/d_1=0$) : a=b=0

— continuité avec le cas des mélanges binaires avec interaction totale ($d_2/d_1=1$) : a=b=1

— de plus, si l'on considère le cas d'un mélange binaire dans lequel $y_1$ est petit, $d_2$ est fixé, et $d_1$ varie autour de $d_2$ (figure 1.2.5), on doit avoir :

lorsque d1 ≥ d2 :

$$\gamma = \frac{\beta_2}{1-(1-\beta_2+b_{21}\beta_2(1-1/\beta_1))\,y_1} \qquad (1.2.17)$$

lorsque d1 ≤ d2 :

$$\gamma = \frac{\beta_2}{1-(1-a_{21}\beta_2/\beta_1)\,y_1} \qquad (1.2.18)$$

et les fonctions dérivées doivent aussi être continues en $d_2=d_1=d$, ce qui donne

$$-(1-\frac{1}{\beta_1})\left|\frac{\partial b}{\partial x}\right|_{x=1} + \frac{1}{\beta_1}\left|\frac{\partial a}{\partial x}\right|_{x=1} = 0 \qquad (1.2.19)$$

où x est le rapport de la grosseur des grains fins sur celle des gros grains.

Comme les deux termes de cette équation sont positifs, les valeurs des dérivées des fonctions a et b sont donc nulles :

$$\left|\frac{\partial a}{\partial x}\right|_{x=1} = \left|\frac{\partial b}{\partial x}\right|_{x=1} = 0 \qquad (1.2.20)$$

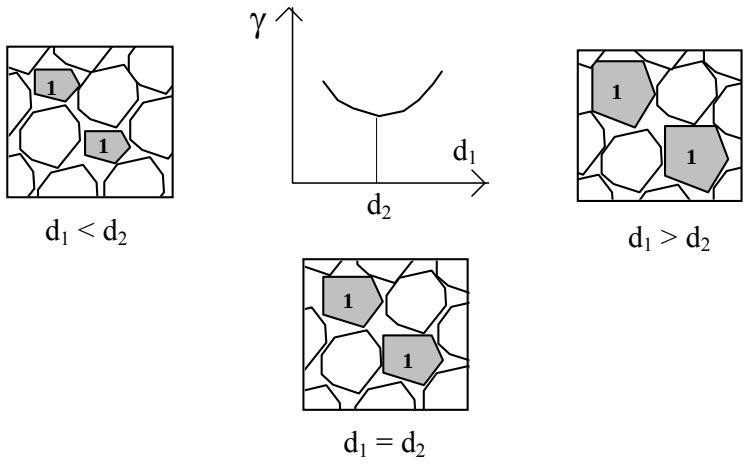



*Fig. 1.2.5. Continuités entre gros grains dominants et grains fins dominants.*

Les fonctions suivantes vérifient les trois conditions précédentes, lesquelles donnent une approximation raisonnable des points expérimentaux :

$$a_{ij} = \sqrt{1-(1-d_j/d_i)^{1.02}}$$
$$b_{ji} = 1-(1-d_i/d_j)^{1.50} \qquad (1.2.21)$$

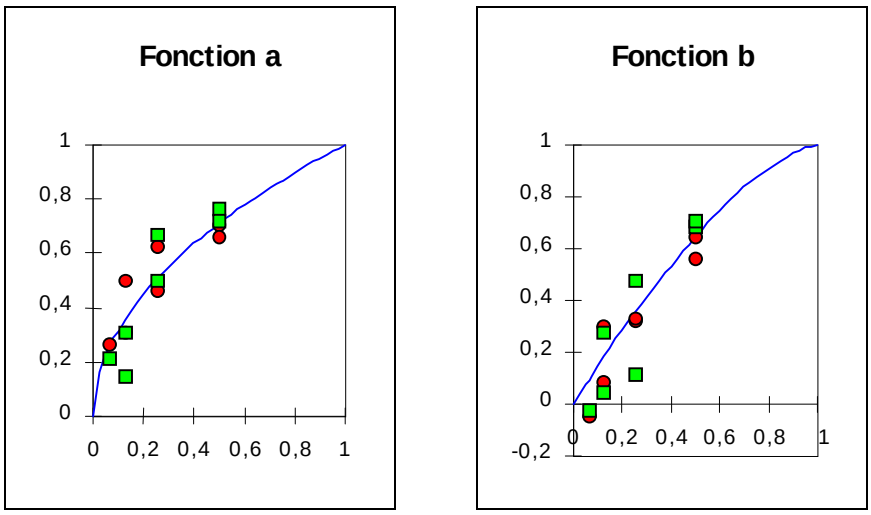



*Fig. 1.2.6. Lissage des fonctions d'interaction a et b en fonction du rapport des tailles. Les symboles carrés et ronds désignent respectivement les granulats concassés et roulés.*

Il reste à fixer, pour l'étalonnage du modèle, l'indice de serrage K. Comme on peut le voir sur la figure 1.2.4, plus K est élevé, plus la courbe binaire est pointue. En utilisant les fonctions d'interactions présentées ci-dessus, et en prenant pour *K une valeur égale à 9*, on retrouve de façon satisfaisante les résultats expérimentaux de compacité, avec une erreur, en valeur absolue, de 0,77% pour les grains roulés et de 1,71% pour les grains concassés (figures 1.2.7 et 1.2.8). Par comparaison, la moyenne des écarts-types, décrivant la répétabilité des mesures, est respectivement de 0,0026 et de 0,0078 pour les granulats roulés et concassés.

On peut toutefois observer qu'un meilleur ajustement est obtenu avec les grains roulés, en raison notamment de leur bonne résistance. Les granulats concassés, quant à eux, ont montré une usure significative avec production de fines durant les tests.

Lecomte et Zennir ont réalisé des expériences similaires avec différentes fractions de granulats calcaires [Lecomte et Zennir 1997]. Ils trouvent des valeurs comparables pour les deux coefficients d'interaction. En ajoutant nos résultats expérimentaux aux leurs, ils obtiennent des fonctions d'interaction légèrement différentes des nôtres. Nous n'avons cependant pas considéré leurs données, à cause de la nature tendre de leurs granulats, qui peut avoir altéré la précision des mesures.

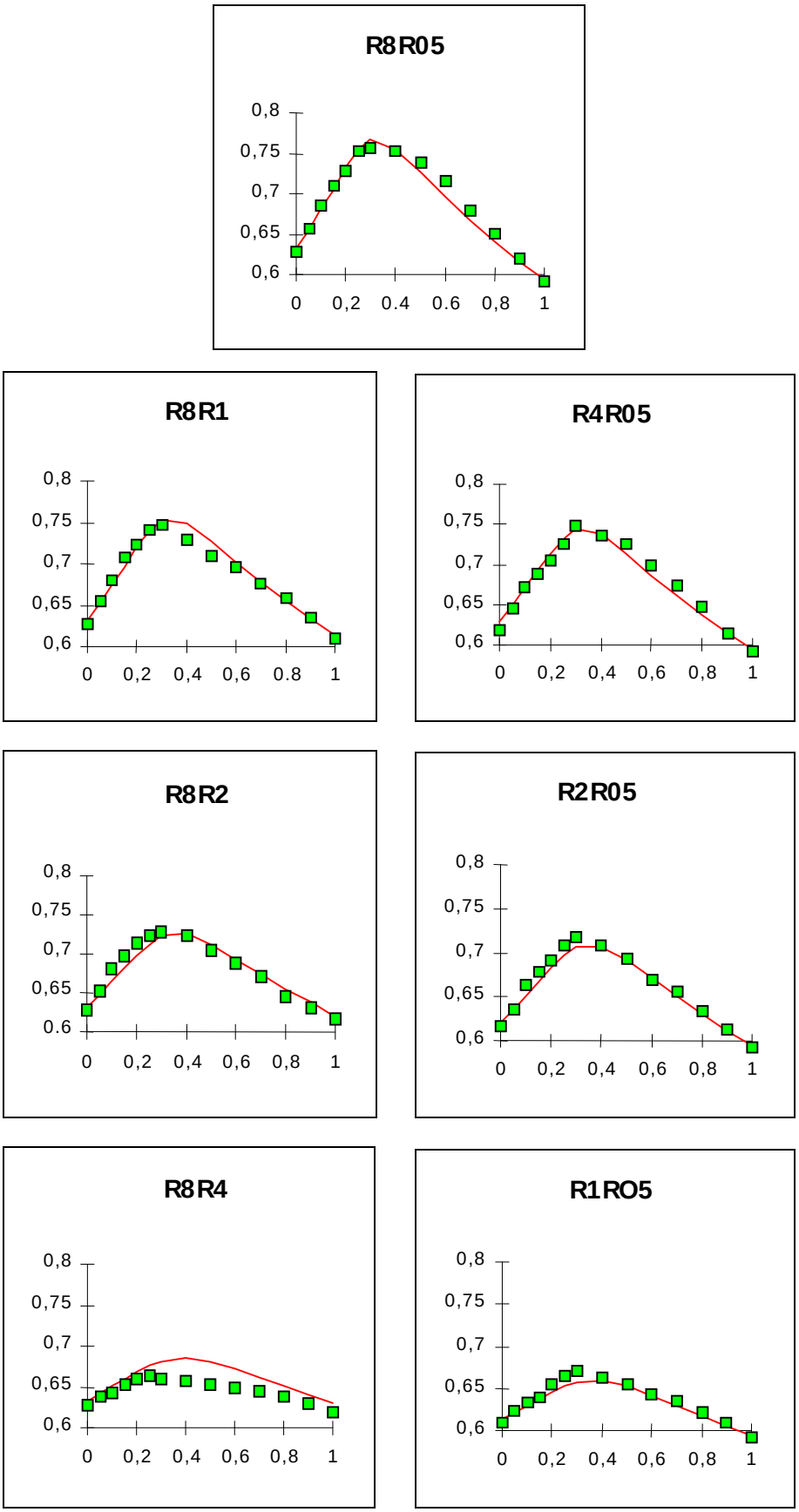



*Fig. 1.2.7. Mélanges binaires des grains ronds. Compacité en fonction de la proportion de grains fins. Les points marquent les valeurs expérimentales ; les courbes correspondent aux valeurs du modèle.*

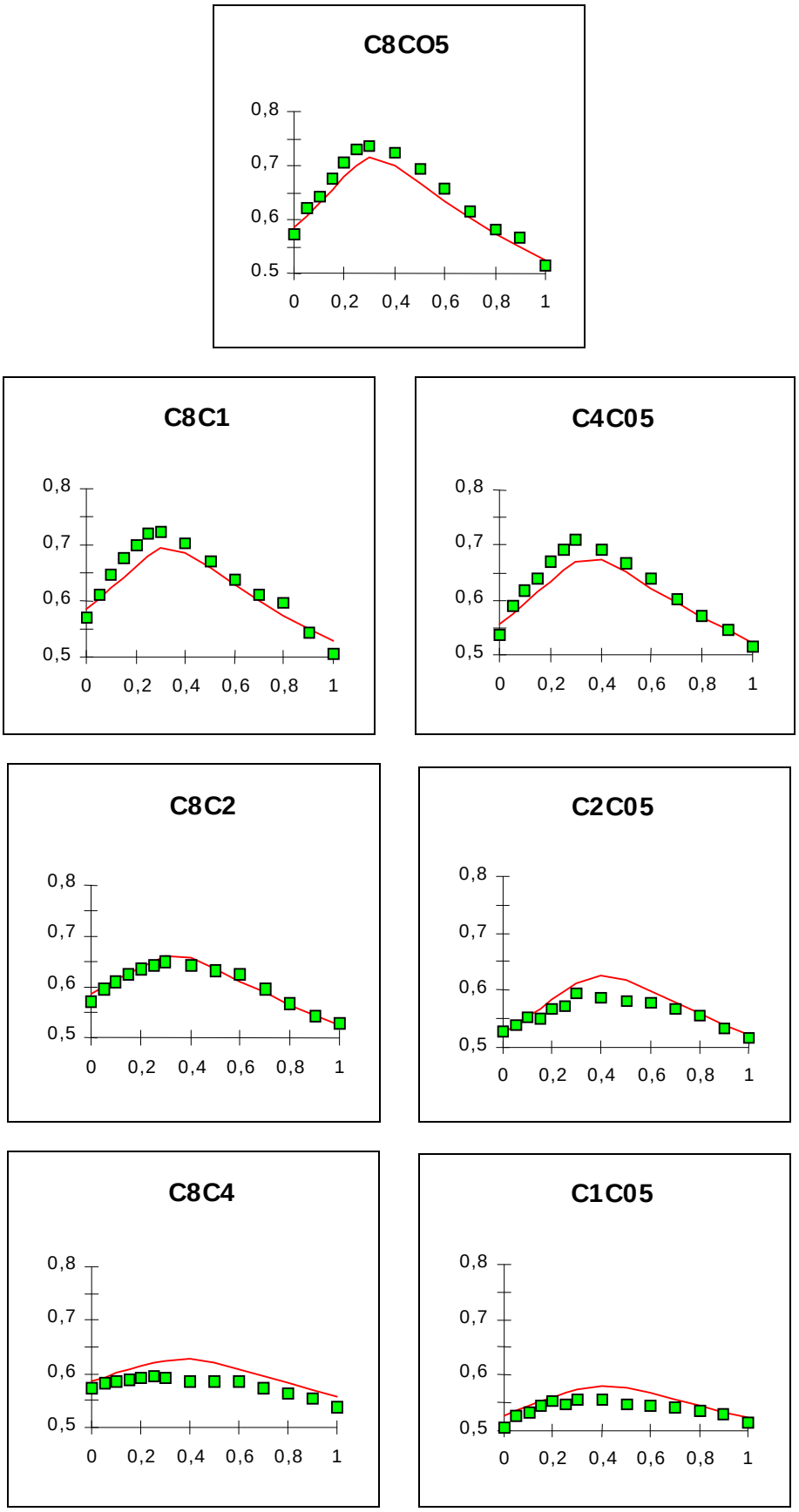



*Fig. 1.2.8. Mélanges binaires des grains concassés. Compacité en fonction de la proportion de grains fins.*

### 1.2.3 Validation avec des données provenant de différentes origines

Dans ce paragraphe, le Modèle d'Empilement Compressible est validé par comparaison entre prévisions théoriques et résultats expérimentaux, pour diverses données originales ou tirées de la littérature. Dans le second cas, lorsque le procédé de mise en place est différent de celui proposé, l'indice de serrage K a été ajusté de façon à obtenir la meilleure coïncidence possible. Les valeurs de K ainsi trouvées sont résumées en fin de chapitre.

#### Mélanges binaires préliminaires (Laboratoire Régional de Blois)

Préalablement aux mélanges binaires déjà présentés dans la section 1.2.2, des mesures de compacité ont été réalisées pour optimiser le procédé expérimental [Cintré 1988]. Pour ces essais (tableau 1.2.6 et figure 1.2.9), les phases de mélange et le remplissage ont été identiques à celles de l'étalonnage précédent. Pour chaque famille de granulats roulés ou concassés, quatre séries de mélanges binaires ont été réalisées avec trois fractions granulaires.

Une première mesure sans vibration a tout d'abord été faite sur chaque mélange. Puis une seconde mesure a été réalisée après application d'une vibration légèrement différente de celle adoptée lors de l'étalonnage (une minute de plus pour la première séquence). Cette deuxième mesure, caractéristique de l'échantillon compacté, a été simulée avec le modèle en prenant une valeur égale à 9 pour l'indice de serrage K (bien que le temps de vibration ait été légèrement plus long que lors des mesures d'étalonnage).

*Tab. 1.2.6. Mesures réalisées sur les mélanges binaires par Cintré. Valeurs expérimentales et prévisions du modèle.*

| | | Avec vibration | | Sans vibration | |
|---|---|---|---|---|---|
| | % fins | $C_{théo}$ | $C_{exp}$ | $C_{théo}$ | $C_{exp}$ |
| **C8C2** | 0 | 0,593 | 0,593 | - | - |
| | 10 | 0,6225 | 0,633 | 0,5541 | 0,535 |
| | 20 | 0,6524 | 0,660 | 0,577 | 0,542 |
| | 25 | 0,6658 | 0,692 | - | - |
| | 30 | 0,6758 | 0,665 | 0,5935 | 0,546 |
| | 40 | 0,6769 | 0,660 | 0,5975 | 0,544 |
| | 50 | 0,660 | 0,650 | 0,5887 | 0,5415 |
| | 60 | 0,6386 | 0,638 | 0,5728 | 0,542 |
| | 70 | 0,6171 | 0,620 | 0,5542 | 0,536 |
| | 80 | 0,5963 | 0,601 | 0,535 | 0,522 |
| | 90 | 0,5766 | 0,588 | 0,5163 | 0,5085 |
| | 100 | 0,558 | 0,558 | - | - |
| **R8R2** | 0 | 0,637 | 0,637 | 0,569 | 0,584 |
| | 10 | 0,6689 | 0,676 | 0,5952 | 0,580 |
| | 20 | 0,6991 | 0,705 | 0,6194 | 0,598 |
| | 30 | 0,7233 | 0,715 | 0,6362 | 0,607 |
| | 40 | 0,722 | 0,714 | 0,640 | 0,607 |
| | 50 | 0,7058 | 0,697 | 0,6316 | 0,610 |
| | 60 | 0,6861 | 0,676 | 0,6165 | 0,599 |
| | 70 | 0,666 | 0,661 | 0,5988 | 0,590 |
| | 80 | 0,6465 | 0,641 | 0,5805 | 0,572 |
| | 90 | 0,6278 | 0,623 | 0,5624 | 0,5525 |
| | 100 | 0,610 | 0,610 | 0,5449 | 0,544 |

| | | Avec vibration | | Sans vibration | |
|---|---|---|---|---|---|
| | % fins | $C_{théo}$ | $C_{exp}$ | $C_{théo}$ | $C_{exp}$ |
| **C8C05** | 0 | 0,593 | 0,593 | - | - |
| | 10 | 0,6392 | 0,651 | 0,5679 | 0,557 |
| | 20 | 0,6899 | 0,701 | 0,6066 | 0,612 |
| | 25 | 0,7312 | 0,717 | 0,6361 | 0,649 |
| | 30 | 0,7339 | 0,739 | 0,6419 | 0,638 |
| | 40 | 0,7248 | 0,721 | 0,6405 | 0,660 |
| | 50 | 0,6955 | 0,710 | 0,6231 | 0,631 |
| | 60 | 0,6645 | 0,682 | 0,5979 | 0,604 |
| | 70 | 0,635 | 0,648 | 0,5713 | 0,571 |
| | 80 | 0,6077 | 0,615 | 0,5457 | 0,535 |
| | 90 | 0,5824 | 0,577 | 0,5217 | 0,508 |
| | 100 | 0,559 | 0,559 | - | - |
| **R8R05** | 0 | 0,637 | 0,637 | 0,569 | 0,583 |
| | 10 | 0,6861 | 0,676 | 0,6106 | 0,611 |
| | 20 | 0,7425 | 0,707 | 0,6528 | 0,660 |
| | 30 | 0,7849 | 0,719 | 0,6854 | 0,709 |
| | 40 | 0,7739 | 0,721 | 0,6933 | 0,728 |
| | 50 | 0,7538 | 0,742 | 0,6803 | 0,699 |
| | 60 | 0,7294 | 0,714 | 0,6591 | 0,672 |
| | 70 | 0,7047 | 0,700 | 0,6357 | 0,645 |
| | 80 | 0,6809 | 0,674 | 0,6125 | 0,619 |
| | 90 | 0,6583 | 0,656 | 05902, | 0,593 |
| | 100 | 0,637 | 0,637 | 0,569 | 0,567 |

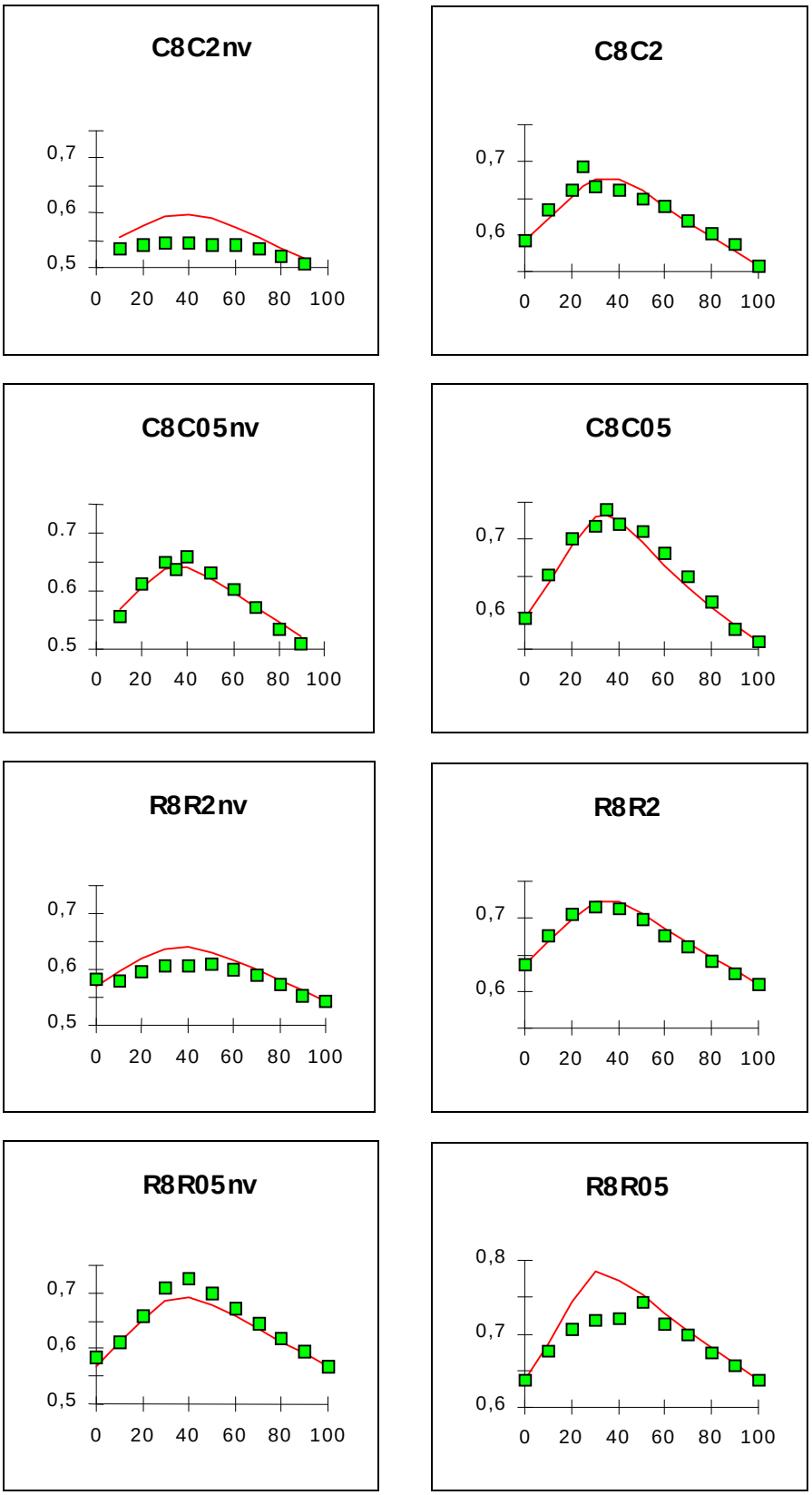



*Fig. 1.2.9. Mélanges binaires de Cintré. Compacité en fonction de la proportion de grains fins. "nv" signifie "non vibré".*

Excepté les quelques points erratiques du mélange R8/R05, attribuées à la ségrégation, la concordance entre modèle et expériences est tout à fait satisfaisante, y compris pour les granulats concassés (erreur moyenne en valeur absolue égale à 1,03%).

Pour la simulation des mélanges non compactés, les mêmes valeurs de $\beta_i$ ont été considérées, mais une valeur plus faible pour K a été adoptée (K=4,1). La restitution des prévisions est raisonnable (erreur moyenne en valeur absolue égale à 1,65%), ce qui montre que le modèle peut être utilisé pour les mélanges mal ou non compactés. La précision est cependant plus faible, à cause de la plus forte dispersion des mesures.

### Mélanges ternaires (Laboratoire Régional de Blois)

Des mélanges ternaires ont été testés dans le même programme d'étalonnage [de Larrard *et al.* 1994b]. Après avoir arbitrairement sélectionné les classes <0,5, 1 et 8, les combinaisons les plus compactes ont été recherchées par essais expérimentaux successifs (tableau 1.2.7 et 1.2.8, figure 1.2.10). Ces mesures ont ensuite été simulées avec le Modèle d'Empilement Compressible, en prenant la valeur 9 pour K.

*Tab. 1.2.7. Compacités mesurées (grains roulés et concassés) et prévisions du modèle.*

| %R<05 | %R1 | %R8 | $C_{théo}$ | $C_{exp}$ |
|---|---|---|---|---|
| 25 | 0 | 75 | 0,7624 | 0,752 |
| 30 | 0 | 70 | 0,7746 | 0,753 |
| 22 | 10 | 68 | 0,7865 | 0,7715 |
| 27 | 10 | 63 | 0,7883 | 0,777 |
| 32 | 10 | 58 | 0,7785 | 0,764 |
| 37 | 10 | 53 | 0,764 | 0,756 |
| 42 | 10 | 48 | 0,7481 | 0,738 |
| 12 | 20 | 68 | 0,7814 | 0,767 |
| 17 | 20 | 63 | 0,7947 | 0,7745 |
| 22 | 20 | 58 | 0,7946 | 0,779 |
| 27 | 20 | 53 | 0,7849 | 0,7815 |
| 32 | 20 | 48 | 0,7708 | 0,7735 |
| 37 | 20 | 43 | 0,755 | 0,760 |
| 42 | 20 | 38 | 0,7388 | 0,7455 |
| 17 | 25 | 58 | 0,7936 | 0,791 |
| 22 | 25 | 53 | 0,7897 | 0,7945 |
| 27 | 25 | 48 | 0,779 | 0,7845 |
| 12 | 30 | 58 | 0,7842 | 0,781 |
| 17 | 30 | 53 | 0,7862 | 0,7825 |
| 22 | 30 | 48 | 0,7816 | 0,7835 |
| 27 | 30 | 43 | 0,7714 | 0,776 |
| 32 | 30 | 38 | 0,758 | 0,761 |
| 37 | 30 | 33 | 0,7431 | 0,7465 |
| 39 | 31,5 | 29,5 | 0,7351 | 0,7355 |
| 17 | 35 | 48 | 0,7755 | 0,7715 |
| 22 | 35 | 43 | 0,7714 | 0,769 |

| %C<05 | %C1 | %C8 | $C_{théo}$ | $C_{exp}$ |
|---|---|---|---|---|
| 22 | 10 | 68 | 0,7553 | 0,7748 |
| 27 | 10 | 63 | 0,7784 | 0,7755 |
| 32 | 10 | 58 | 0,7862 | 0,7973 |
| 37 | 10 | 53 | 0,7811 | 0,7897 |
| 42 | 10 | 48 | 0,7702 | 0,7871 |
| 12 | 20 | 68 | 0,7341 | 0,7335 |
| 17 | 20 | 63 | 0,7607 | 0,744 |
| 22 | 20 | 58 | 0,7789 | 0,7522 |
| 27 | 20 | 53 | 0,7854 | 0,7765 |
| 32 | 20 | 48 | 0,7817 | 0,7876 |
| 37 | 20 | 43 | 0,7723 | 0,7862 |
| 42 | 20 | 38 | 0,7603 | 0,7812 |
| 17 | 30 | 53 | 0,7532 | 0,7698 |
| 22 | 30 | 48 | 0,7615 | 0,769 |
| 27 | 30 | 43 | 0,7646 | 0,7745 |
| 32 | 30 | 38 | 0,7623 | 0,7784 |
| 37 | 30 | 33 | 0,7553 | 0,7691 |
| 42 | 30 | 28 | 0,7453 | 0,7654 |
| 32 | 15 | 53 | 0,7864 | 0,7993 |

Pour les séries correspondant aux grains roulés, l'erreur moyenne est de 0,76%, valeur comparable à celle des expériences d'étalonnages sur mélanges binaires. Le mélange 0,22/0,25/0,53 (proportions respectives de chaque fraction, des plus fins au

plus gros) conduit à la valeur expérimentale optimale de 0,7945, tandis que la valeur théorique de cette combinaison est de 0,7897. D'après le modèle, l'optimum doit être obtenu pour le mélange 0,20/0,19/0,61, avec une compacité de 0,7959 ; la valeur expérimentale correspondante, obtenue par interpolation linéaire, est de 0,7764. On peut ainsi juger la fiabilité du modèle qui n'a "manqué" la compacité réelle que de 0,0179 points.

Avec les granulats concassés, on retrouve la même tendance que lors des expériences d'étalonnage, avec toutefois une erreur moyenne supérieure à celle des granulats roulés, égale ici à 1,31%. L'optimum expérimental est obtenu pour le mélange 0,32/0,15/0,53, avec une compacité de 0,7993 (la valeur de l'optimum théorique est de 0,7854). L'optimum théorique est obtenu pour les proportions 0,29/0,15/0,56, et la compacité expérimentale correspondante, calculée par interpolation linéaire, est de 0,7826. L'erreur est ici égale à 0,0167 points.

Notons que les interpolations linéaires sont en dessous de la réalité (résultats pessimistes), à cause de l'allure concave de la courbe de compacité. De plus, cette série de mesures, comme les suivantes d'ailleurs, souffre du fait que la granularité réelle des granulats fins (R<05 et C<05), d'étendue granulaire supérieure à celle des gros, n'a malheureusement pas été mesurée.

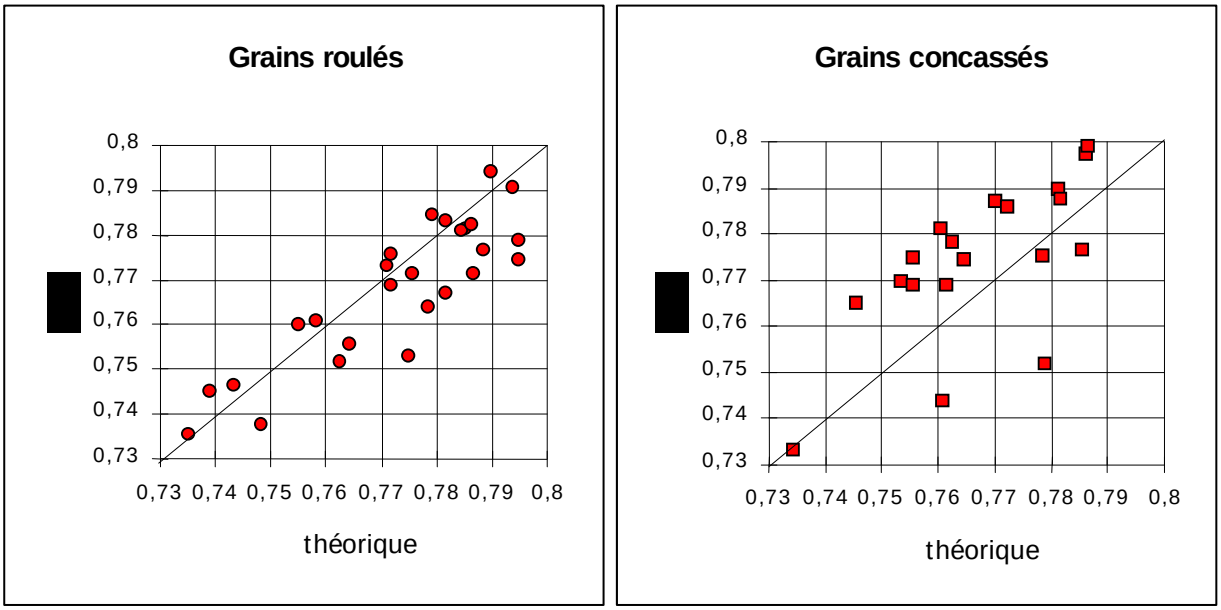



*Fig. 1.2.10. Comparaison entre prévision et mesures pour les mélanges ternaires.*

### Courbe type de Dreux (Laboratoire Régional de Blois)

L'une des méthodes de formulation les plus populaires en France [Dreux 1970] est basée sur une courbe "idéale" du type de celle donnée sur la figure 1.2.11. Le coefficient "A" (proportion de grains de taille moitié à celle de la taille maximale) est tabulée pour différents types de granulats et d'énergies de serrage. Cette approche suppose qu'un granulat idéal peut résulter du mélange binaire de deux granulats de base (gros et fins), chacun étant distribué régulièrement dans un diagramme semi-logarithmique. Dreux ne se réfère à aucune théorie pour fonder ses propos. Il a seulement rassemblé des courbes granulaires réelles de "bons" bétons réalisés sur chantier, et il a lissé ces courbes en utilisant son modèle.

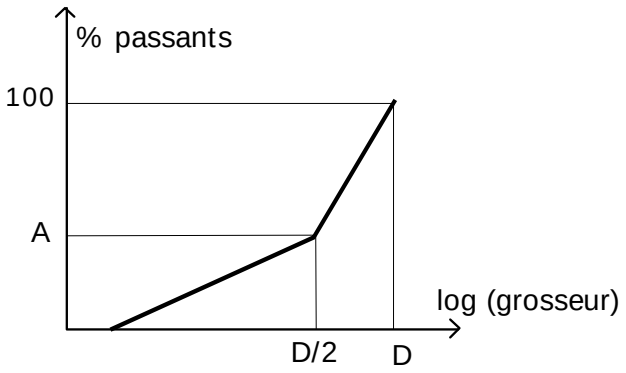



*Fig. 1.2.11. Courbe granulaire idéale, selon Dreux.*

Plusieurs courbes granulaires ont été reconstituées, et la valeur optimale de A a été recherchées expérimentalement, pour chaque famille de granulats (tableau 1.2.8 et figure 1.2.12). L'accord entre modèle et expérience est excellent pour les granulats roulés (erreur moyenne de 0,34%, même optimum). Il est encore bon pour les granulats concassés (erreur moyenne de 1,26%).

*Tab. 1.2.8. Courbe granulaire continue selon Dreux. Compacités théoriques et expérimentales.*

| | | | | | | | Roulé | | Concassé | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **A** | **X<05** | **X05** | **X1** | **X2** | **X4** | **X8** | $C_{théo}$ | $C_{exp}$ | $C_{théo}$ | $C_{exp}$ |
| | (%) | | | | | | | | | |
| **0,30** | 13,4 | 1,9 | 4,7 | 5,0 | 5,0 | 70,0 | 0,7641 | 0,766 | 0,7142 | 0,7312 |
| **0,35** | 15,5 | 2,2 | 5,5 | 5,9 | 5,9 | 65,0 | 0,7839 | 0,7865 | 0,7379 | 0,7543 |
| **0,40** | 17,8 | 2,5 | 6,3 | 6,7 | 6,7 | 60,0 | 0,7969 | 0,792 | 0,7593 | 0,7643 |
| **0,45** | 20,0 | 2,9 | 7,1 | 7,5 | 7,5 | 55,0 | 0,8016 | 0,8015 | 0,7765 | 0,7713 |
| **0,50** | 22,1 | 3,17 | 7,9 | 8,4 | 8,4 | 50,0 | 0,7996 | 0,792 | 0,7866 | 0,7673 |

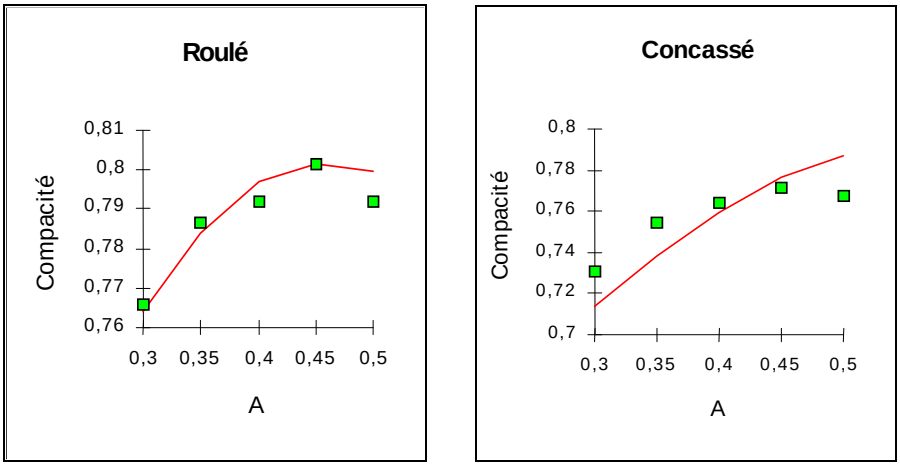



*Fig. 1.2.12. Effet de A (proportion de grains de tailles moitié de celle du plus gros granulat) sur la compacité, dans la courbe granulaire type de Dreux.*

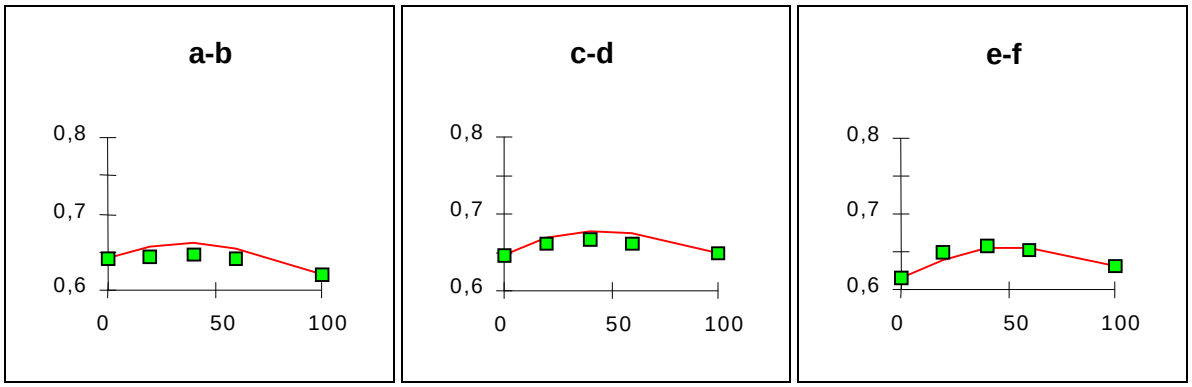
### Données de Joisel

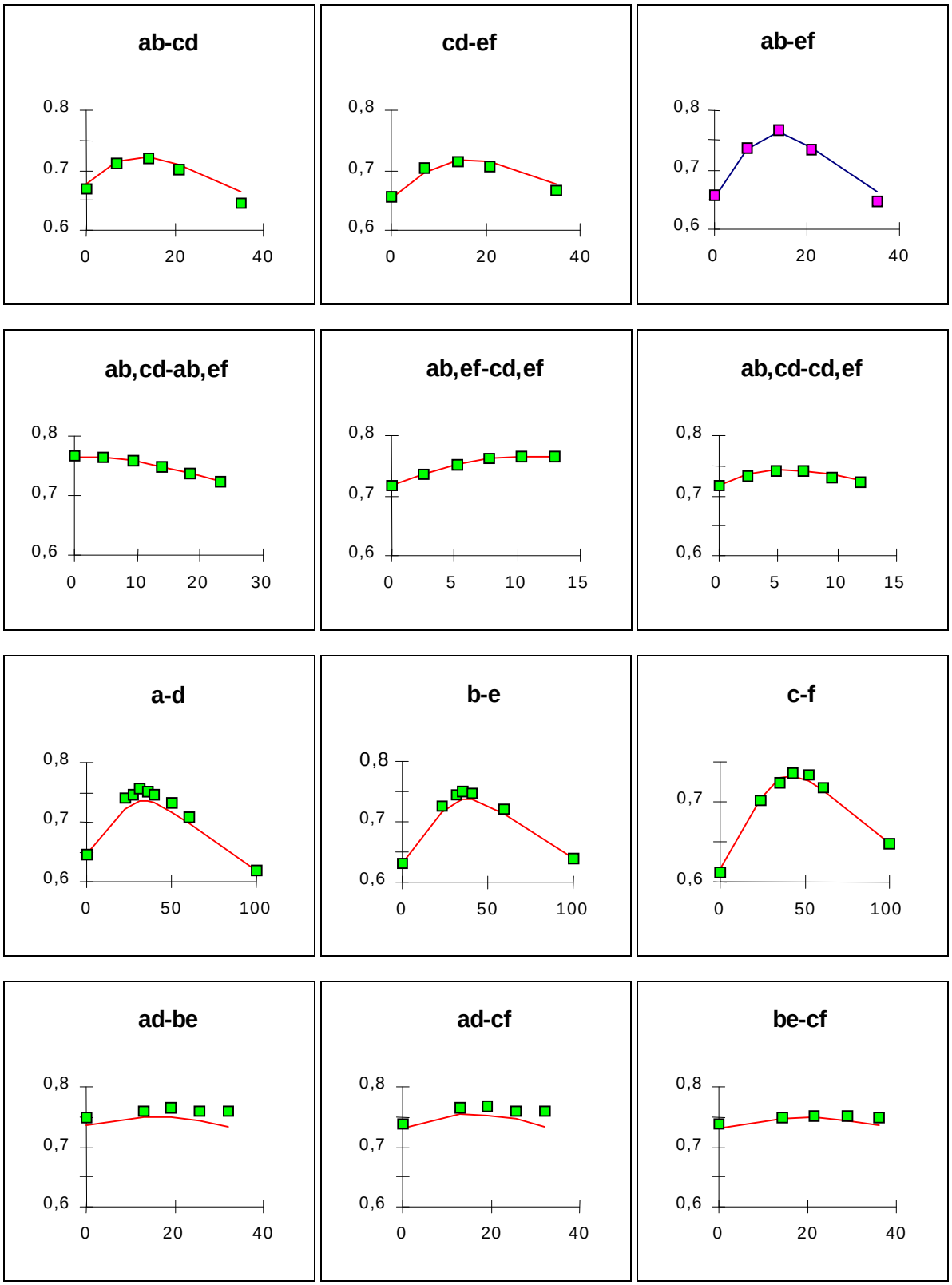
Joisel réalisa une série de mesures de compacité sur des mélanges secs, dans le but de construire une méthode de formulation des bétons. Il obtint ainsi une riche collection de données expérimentales [Joisel 1952], à la fois nombreuses et cohérentes.

Six coupures furent tamisées à partir d'une source unique de granulats roulés, leurs tailles limite formant une progression géométrique de raison 2. Les tailles extrêmes allaient de 0,2 à 12 mm. Les coupures ont été baptisées a-b-c-d-e-f, depuis les plus fines jusqu'au plus grosses. Les échantillons furent mélangés manuellement à plat, déversés dans une boite cubique de 14x14x14 cm, soumis à une vibration (sans pression), arasés à la truelle, puis pesés.

Joisel supposait qu'une succession de mélanges optimisés, mélangés deux-à-deux, pouvait produire finalement la distribution idéale qu'il recherchait. Il examina en premier lieu les mélanges binaires élémentaires "x-y", desquels il trouva un optimum appelé 'xy'. Une seconde génération de mélanges binaires "xy-zt" (qui étaient en fait des mélanges quaternaires) conduisit à un optimum local appelé "xy-zt". A la troisième étape, de nouveaux mélanges du type "$x_1y_1,z_1t_1$-$x_2y_2,z_2t_2$" ont fourni une courbe granulaire supposée être un optimum. La démarche entière a été reconduite pour différentes combinaisons des coupures élémentaires. Finalement, la moyenne de tous les résultats de troisième génération était supposée donner *la* formule optimale. Assez étrangement, la compacité de cette distribution finale n'a pas été donnée dans la publication originale. Ce procédé a néanmoins le mérite d'avoir produit 28 courbes binaires, correspondant à 165 mesures expérimentales (chacune réalisée trois fois).

Pour simuler ces expériences, une valeur K a tout d'abord été choisie arbitrairement. Les compacités virtuelles des fractions granulaires ont alors été ajustées, de sorte que le modèle soit étalonné sur les classes a-b-c-d-e-f. Ensuite, le modèle a été lancé sur l'intégralité des mesures de compacité. K a alors été optimisé de façon à avoir une erreur médiane nulle (c'est-à-dire la différence entre modèle et valeurs expérimentales de compacité, en valeur algébrique). Avec une valeur K de 4,75, l'erreur moyenne obtenue est de 0,70 %. Malgré un changement de tamis durant les expériences, non pris en compte dans les simulations, on notera que la qualité du lissage des 165 points, basé sur l'ajustement d'*un seul paramètre*, est particulièrement remarquable (figure 1.2.13).




ab-cd
0.8
0.7
0.6
0
20
40
cd-ef
0,8
0,7
0,6
0
20
40
ab-ef
0,8
0,7
0,6
0
20
40
ab,cd-ab,ef
0,8
0,7
0,6
0
10
20
30
ab,ef-cd,ef
0,8
0,7
0,6
0
5
10
15
ab,cd-cd,ef
0,8
0,7
0,6
0
5
10
15
a-d
0,8
0,7
0,6
0
50
100
b-e
0,8
0,7
0,6
0
50
100
c-f
0,7
0,6
0
50
100
ad-be
0,8
0,7
0,6
0
20
40
ad-cf
0,8
0,7
0,6
0
20
40
be-cf
0,8
0,7
0,6
0
20
40

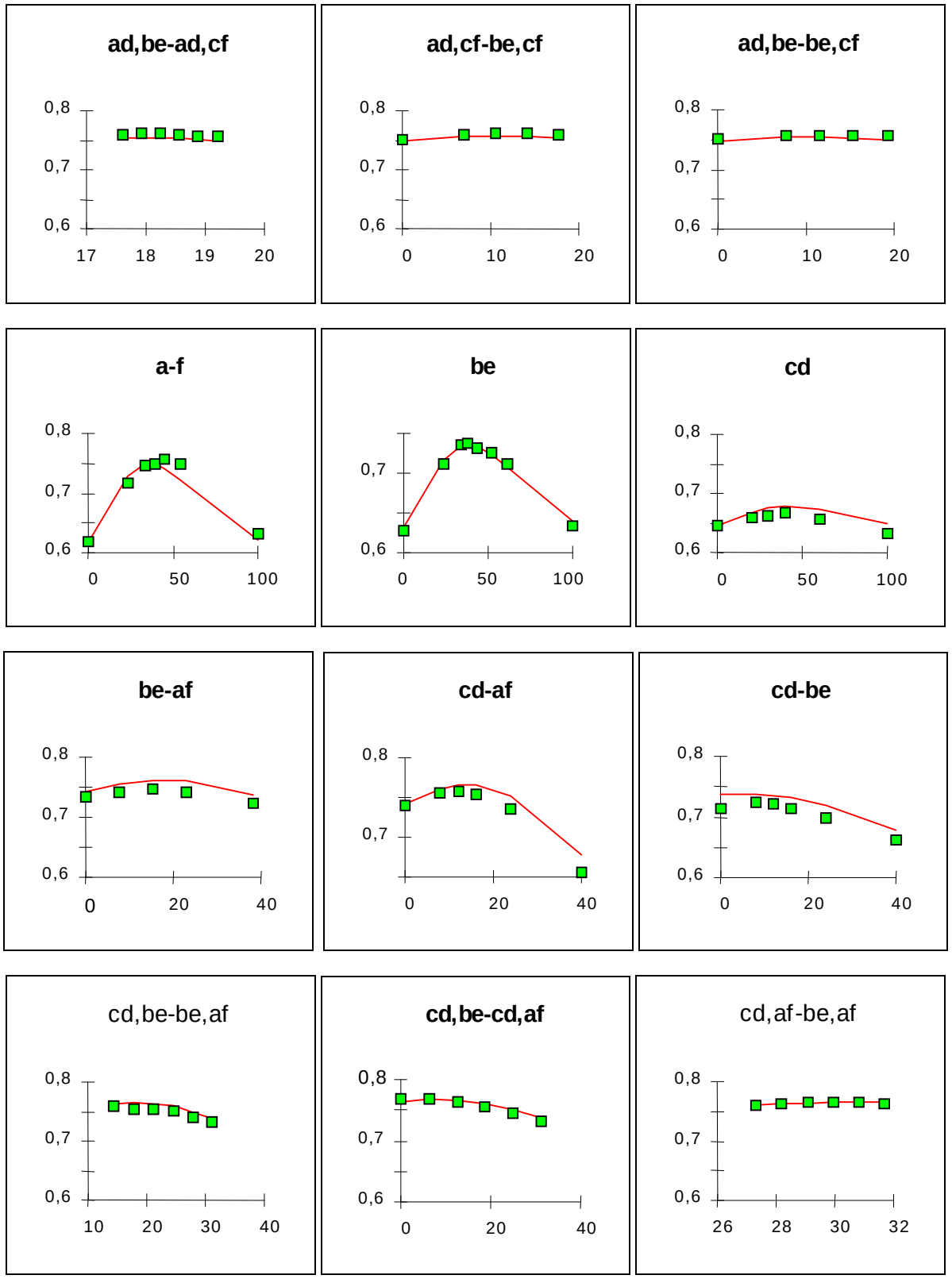



*Fig. 1.2.13. Expériences de Joisel (compacité en fonction du pourcentage de grains fins).*

### Données de Kanta Rao et Krishnamoorthy

Dans une publication plus récente, ces chercheurs ont abordé le problème du dosage optimum des bétons de polymère [Kanta Rao et Krishnamoorthy 1993]. Ils ont entrepris un grand nombre d'expériences basées sur des mélanges binaires de sable et de gravillons. Les mesures de compacité ont été faites selon une norme indienne, laquelle suggère de compacter les mélanges par piquage avec une tige.

Les courbes granulaires des matériaux sont données dans l'article, avec les mélanges binaires optimisés (proportions et valeurs de porosité), mais les porosités élémentaires des matériaux n'y sont pas jointes. Toutefois, certaines d'entre elles ont été obtenues directement auprès des auteurs (publiées dans [de Larrard *et al.* 1994b]) et elles ont permis de simuler 20 séries de mélanges binaires utilisant 13 matériaux différents. La valeur K utilisée dans les simulations est égale à 4,5. Elle conduit à une erreur moyenne dans la prévision des optima de compacité de 0,79% (figure 1.2.14). De plus, le lissage entre les optima réels et théoriques est particulièrement bon (figure 1.2.15). Ce résultat est encourageant pour les futures applications du modèle dans l'optimisation du dosage du béton.

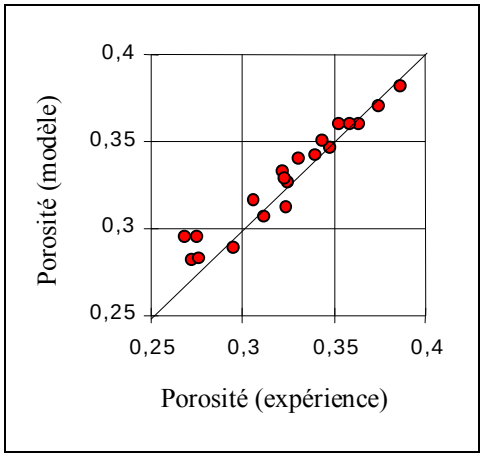



*Fig. 1.2.14. Comparaison entre porosités expérimentales et théoriques, pour les mélanges optimisés de Kanta Rao et Krishnamoorthy.*

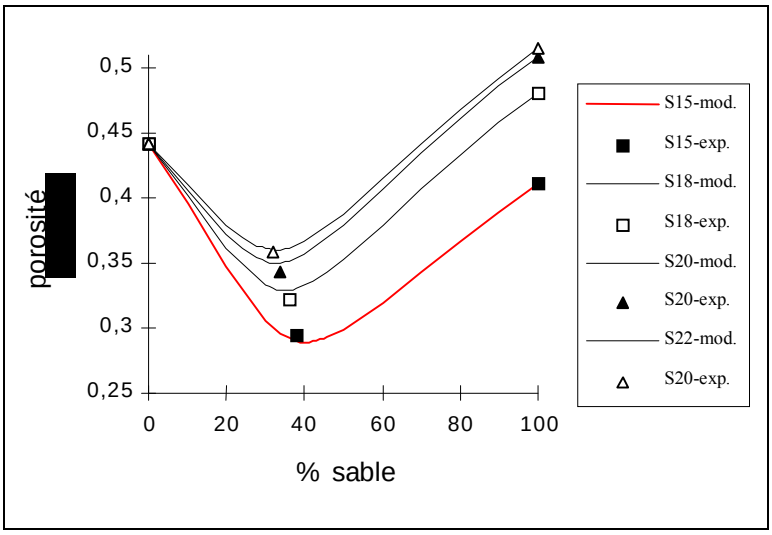



*Fig. 1.2.15. Mélanges binaires de différents sables avec le même gros granulat (12 mm de diamètre, marbre). Comparaison entre prévisions théoriques et données expérimentales de Kanta Rao et Krishnamoorthy.*

### Résumé

Le modèle a été validé successivement sur des mélanges binaires et ternaires, sur six fractions discontinues de granulats, sur six fractions continues, et sur une large gamme d'autres mélanges binaires. Les précisions obtenues sont aussi bonnes avec les données de la littérature qu'avec les données originales. Comparons maintenant les différentes valeurs K obtenues dans les procédures de calibration (Tab. 1.2.9).

*Tab. 1.2.9. Résumé des valeurs de K (indice de serrage) pour différents procédés de remplissage.*

| **Procédé de Remplissage** | **Remplissage à sec** | | | | **Remplissage en présence d'eau** |
|---|---|---|---|---|---|
| | Déversement [Cintré 1988] | Piquage avec une tige [Kanta Rao et Krishnamoorthy] | Vibration [Joisel 1952] | Vibration + pression 10 kPa [de Larrard *et al.* 1994b] | Pâte lisse (paragraphe 2.1.2) |
| **K** | **4,1** | **4,5** | **4,75** | **9** | **6,7** |

Il faut noter que le classement est cohérent avec les différents types de procédé de remplissage à sec, puisque l'indice de serrage est directement relié à l'énergie fournie au mélange. Nous verrons plus loin que le modèle s'applique aussi aux mélanges humides, ayant le dosage en eau minimum pour produire une pâte lisse (paragraphe 2.1.2 et figure 2.1.10).

La section suivante concerne la prise en compte de la présence dans le mélange de corps étrangers, qu'ils soient internes (fibres) ou externes (paroi du récipient).

## 1.3 Effets des conditions aux limites sur la compacité moyenne

Seuls les mélanges placés dans un milieu infini (non confiné) ont été considérés jusqu'à présent. Cependant, dans la technologie du béton, les dimensions de la structure ne sont pas neutres vis-à-vis de la taille maximale des granulats ($D_{max}$). Certaines normes imposent en effet un rapport supérieur à 5 entre la dimension minimale de la pièce et $D_{max}$ (rapport qui n'est d'ailleurs pas toujours respecté dans certains éléments préfabriqués), et une distance entre barres supérieure à 1,5 fois $D_{max}$. D'autre part, dans une pièce armée, le volume qui doit être considéré est celui du coffrage diminué du volume de l'acier. Enfin, des fibres ayant un effet perturbateur sur l'empilement granulaire peuvent être incorporées dans le mélange. Dans cette section, deux cas fondamentaux sont abordés : le premier concerne la présence d'une surface aux limites (correspondant à l'effet de paroi exercé par le coffrage) ; le second est celui de l'inclusion de fibres (définies par un volume individuel ayant une de ses trois dimensions voisine de $D_{max}$, les deux autres étant bien plus petites, figure 1.3.1).

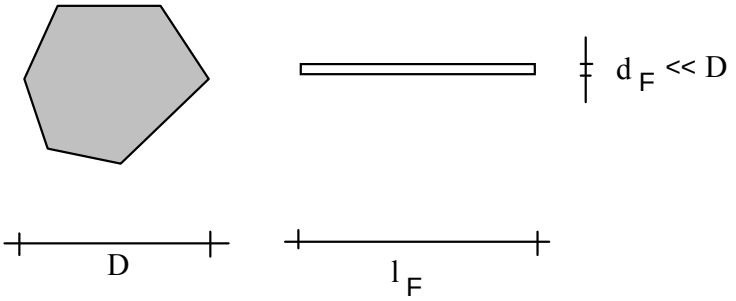



*Fig. 1.3.1. Définition d'une inclusion fibreuse.*

### 1.3.1 Effet de la paroi du récipient

Commençons par examiner le cas d'un mélange formé de grains de même taille, de grosseur *d* et de compacité virtuelle $\beta$. La voie la plus simple pour calculer $\Delta v$, l'augmentation de volume de vide engendrée au contact de la surface plane du récipient, est d'admettre qu'elle est proportionnelle à la surface du plan *S* et à la taille des grains *d* [Caquot 1937] :

$$\Delta v \propto S\,d \tag{1.3.1}$$

Cette formule ne tient pas compte cependant d'une éventuelle courbure de la surface.

Ben-Aïm a amélioré cette approche [Ben-Aïm 1970]. Il utilise le volume perturbé $V_p$ (dans l'unité de volume total du mélange) situé entre la paroi et la distance d/2 (figure 1.3.2). Dans ce volume, la compacité moyenne est $k_w.\alpha$, avec $k_w$<1, tandis que $\alpha$ reste inchangée au centre du récipient. La valeur de la compacité moyenne pour tout le récipient est alors :

$$\begin{aligned}\bar{\alpha} &= (1 - V_p)\,\alpha + V_p\,k_w\,\alpha \\ &= [1 - (1 - k_w)V_p]\,\alpha \end{aligned} \tag{1.3.2}$$

Contrairement au modèle de Caquot, celui-ci tient compte de la courbure de la paroi. Dans l'hypothèse de grains sphériques, Ben-Aïm calcule une valeur $k_w$=11/16, laquelle s'accorde avec ses propres données expérimentales.

Afin de vérifier si le modèle s'appliquait aux granulats, le "Laboratoire Régional de Blois" réalisa des mesures d'empilement sur différentes classes de grains de mêmes tailles, placées à hauteur constante dans des cylindres de diamètres différents (de 20 à 80 mm ; tableaux 1.3.1 et 1.3.2) [de Larrard *et al.* 1994b]. Les procédés de remplissage, de serrage et de vibration des échantillons furent les mêmes que ceux adoptés lors des mesures d'étalonnage (paragraphe 1.2.2). Comme attendu, la compacité augmente avec le diamètre du récipient, principalement pour les fractions les plus grossières. Un étalonnage du modèle de Ben-Aïm sur les données obtenues donne cependant deux valeurs différentes pour $k_w$ :

pour les grains roués, $k_w$=0,88 (erreur moyenne de 0,6%) ;

pour les grains concassés, $k_w$=0,73 (erreur moyenne de 0,6%).

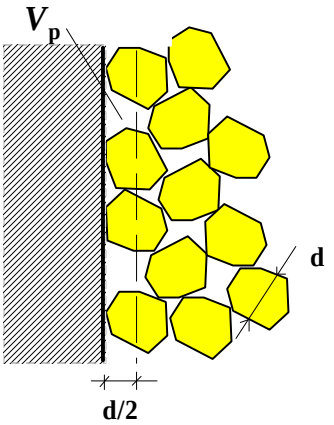



*Fig. 1.3.2. Modèle de Ben-Aïm pour calculer la compacité moyenne dans un volume soumis à un effet de paroi.*

*Tab. 1.3.1. Mesures de compacité destinées à mesurer l'effet de paroi dû au récipient (grains arrondis). d est la taille des grains et ∅ est le diamètre du cylindre.*

| d (mm) | ∅ (mm) | Compacité expérimentale | Compacité modélisée |
|---|---|---|---|
| 8 | 80 | 0,6263 | 0,6248 |
| 8 | 40 | 0,6119 | 0,6119 |
| 8 | 20 | 0,5230 | 0,5907 |
| 4 | 80 | 0,6189 | 0,6196 |
| 4 | 40 | 0,6126 | 0,6126 |
| 4 | 20 | 0,606 | 0,5997 |
| 2 | 80 | 0,6155 | 0,6214 |
| 2 | 40 | 0,6194 | 0,6177 |
| 2 | 20 | 0,616 | 0,6106 |
| 1 | 80 | 0,6114 | 0,6124 |
| 1 | 40 | 0,6089 | 0,6105 |
| 1 | 20 | 0,6130 | 0,6069 |
| 0,5 | 80 | 0,5854 | 0,5929 |
| 0,5 | 40 | 0,592 | 0,5920 |
| 0,5 | 20 | 0,604 | 0,5902 |

*Tab. 1.3.2. Mesures de compacité destinées à mesurer l'effet de paroi dû au récipient (grains concassés).*

| d (mm) | ∅ (mm) | Compacité expérimentale | Compacité modélisée |
|---|---|---|---|
| 8 | 80 | 0,5945 | 0,5945 |
| 8 | 40 | 0,577 | 0,5671 |
| 8 | 20 | 0,500 | 0,5220 |
| 4 | 80 | 0,5755 | 0,5768 |
| 4 | 40 | 0,5765 | 0,5624 |
| 4 | 20 | 0,536 | 0,5360 |
| 2 | 80 | 0,563 | 0,5719 |
| 2 | 40 | 0,5645 | 0,5645 |
| 2 | 20 | 0,551 | 0,5503 |
| 1 | 80 | 0,56 | 0,5630 |
| 1 | 40 | 0,56 | 0,5593 |
| 1 | 20 | 0,552 | 0,5520 |
| 0,5 | 80 | 0,555 | 0,5639 |
| 0,5 | 40 | 0,562 | 0,5620 |
| 0,5 | 20 | 0,579 | 0,5583 |

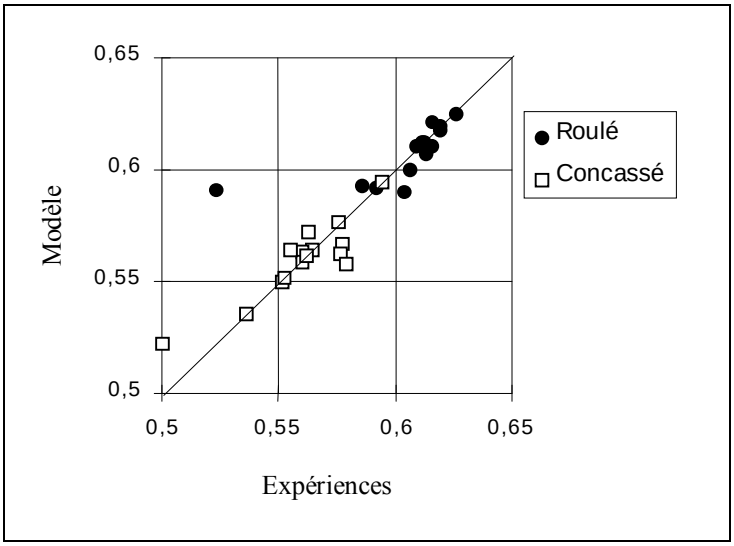



*Fig. 1.3.3. Etalonnage du modèle de Ben-Aïm appliqué aux granulats. Compacités expérimentales en fonction des compacités théoriques.*

En conclusion, le modèle de Ben-Aïm paraît bien convenir pour les granulats de formes aléatoires. Les valeurs trouvées sont toutefois supérieures à la valeur originelle ($k_w$= 11/16 ≈ 0,687, cas des sphères). Il semble donc, statistiquement parlant, que beaucoup de grains se plaquent contre la paroi, ce qui a pour conséquence de diminuer la porosité.

La prise en compte dans le "Modèle d'Empilement Compressible" de l'effet de paroi induit par le récipient est facile. L'équation 1.3.2 peut être appliquée tout d'abord aux compacités *virtuelles* des fractions unimodales, car il a été démontré qu'elles sont proportionnelles aux compacités réelles (équation 1.2.15). On notera ensuite que dans un mélange polydispersé, la probabilité pour un grain de se trouver dans le volume perturbé (au sens de Ben-Aïm) est toujours $V_p$ (figure 1.3.4). Par

conséquent, les équations de base du modèle restent inchangées (les équations 1.1.33 et 1.2.14). On remplace simplement les valeurs de $\beta_i$ par $\overline{\beta_i}$, calculées avec l'équation 1.3.2.

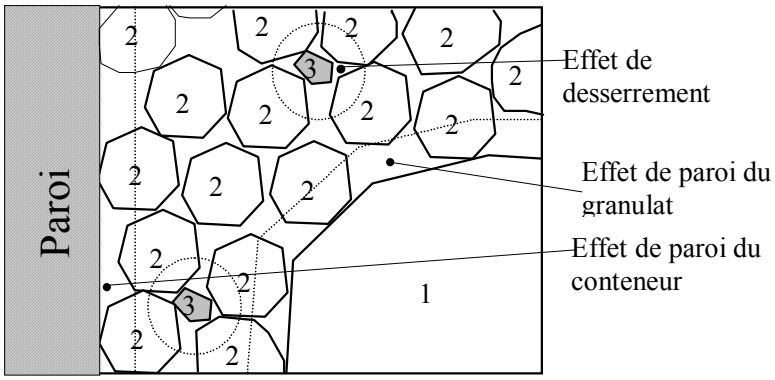



*Fig. 1.3.4. Effet de paroi du récipient dans un mélange polydispersé. Exemple d'un mélange ternaire où la classe intermédiaire est dominante.*

### 1.3.2 Effet de l'inclusion de fibres

Le cas des fibres est traité de façon similaire. La principale différence réside dans la courbure de l'interface (la surface de la fibre) qui est caractérisée par un petit rayon, comparé à $D_{max}$. Dans ce cas, la perturbation se propage sur une distance plus faible que dans le cas précédent (effet de paroi), mais son intensité est supérieure. On supposera qu'il existe un coefficient universel $k_F$, qui exprime le rapport entre la distance de propagation et la taille des grains. Par ailleurs, une fibre, si elle est assez courte, peut pénétrer dans un interstice de gros grains, sans perturber la compacité réelle. Donc, seule une certaine partie de la longueur d'une fibre "normale" est capable de perturber l'empilement granulaire (figure 1.3.5).

Nous considérerons par conséquent que chaque fibre a ses deux extrémités "mortes", et qu'elles ne sont pas à prendre en compte dans le modèle de perturbation. La longueur de la zone perturbée, de volume $v_p$, est $l_F - d/2 \geq 0$. Par analogie avec le modèle de Ben-Aïm, les dimensions transversales du volume perturbé $v_p$ seront proportionnelles à la taille du grain (figure 1.3.6).

La compacité réelle moyenne pour un empilement de grains de même taille, mélangé à un volume de fibres $\Phi_F$ est :

$$\overline{\alpha} = (1 - \Phi_F - N_F\, v_p)\alpha \tag{1.3.3}$$

où $N_F$ est le nombre de fibres par unité de volume. Nous supposons ici qu'il n'y a pas de grains dans la zone perturbée.

L'ajustement d'un seul paramètre ($k_F$) est nécessaire pour étalonner le modèle. Les données utilisées ci-après [Bartos et Hoy 1996] concernent des mélanges de fibres avec des granulats secs. L'effet perturbateur de deux types de fibres – l'une cylindrique ("Dramix"), l'autre prismatique ("Harex") – sur l'empilement de deux fractions de granulats – un gravillon et un sable – a été étudié. Les mélanges de fibres et de grains ont été mis en place par piquage, conformément au mode opératoire BS 812, partie 2. L'évolution de la compacité en fonction de la proportion de fibres a été systématiquement mesurée pour les deux sortes de fibres. L'effet des

dimensions des fibres, à volume constant de fibre, a aussi été analysé. Les résultats expérimentaux sont portés sur les figures 1.3.7 et 1.3.8.

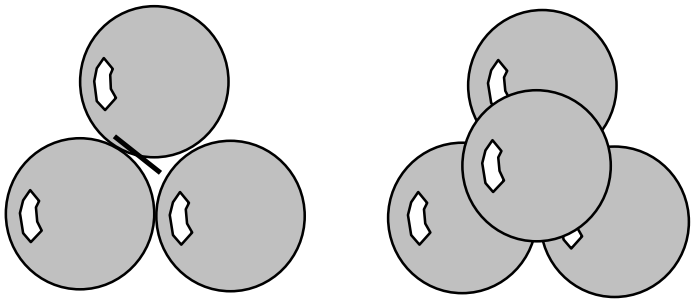


*Fig 1.3.5. Une fibre suffisamment courte peut se placer dans l'empilement des grains sans créer de perturbation significative.*

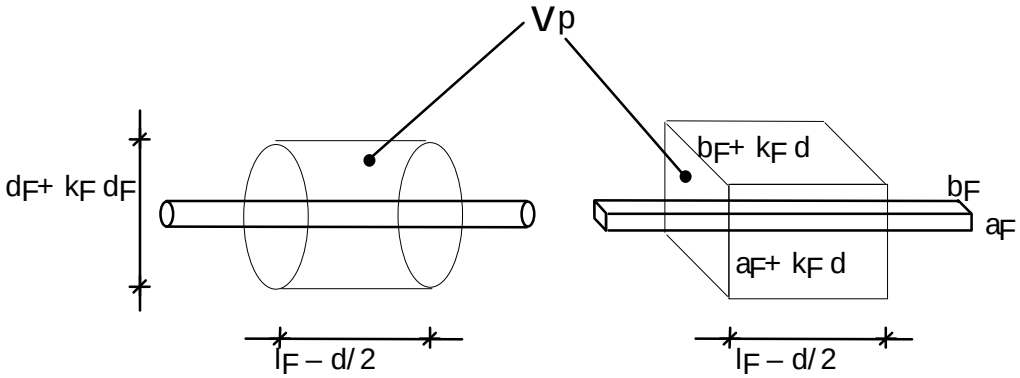



*Fig. 1.3.6. Volumes perturbés dans le cas de fibres cylindriques (a) et de fibres prismatiques (b).*

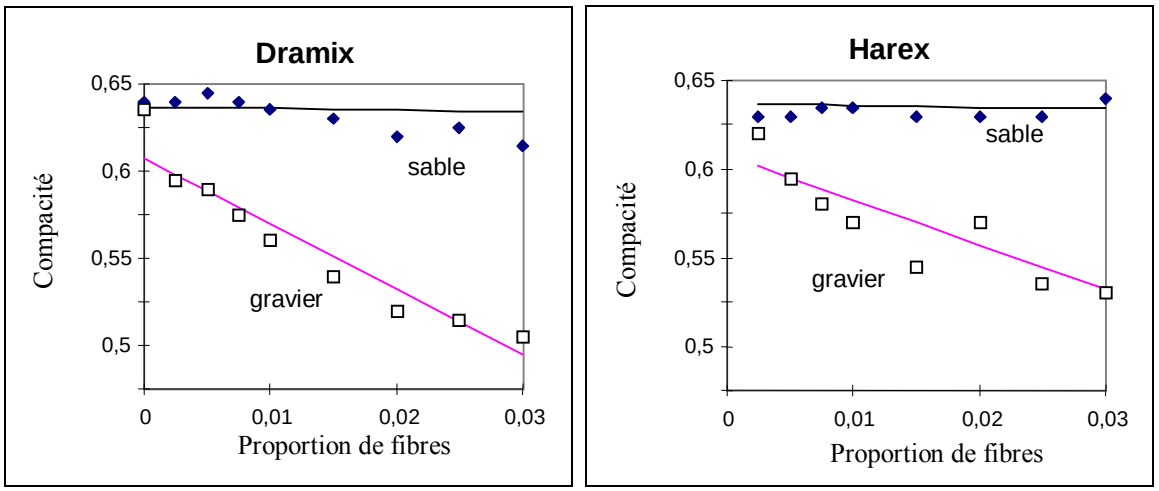



*Fig. 1.3.7. Compacité de fractions granulaires sèches en fonction du pourcentage de fibres. Les fibres "Dramix" sont cylindriques, de diamètre 0,5 mm et de longueur 30 mm. Les fibres "Harex" sont approximativement prismatiques (longueur : 32mm, largeur : 3,8mm, épaisseur : 0,25mm). Les marques correspondent aux points expérimentaux, les lignes continues aux prévisions du modèle.*

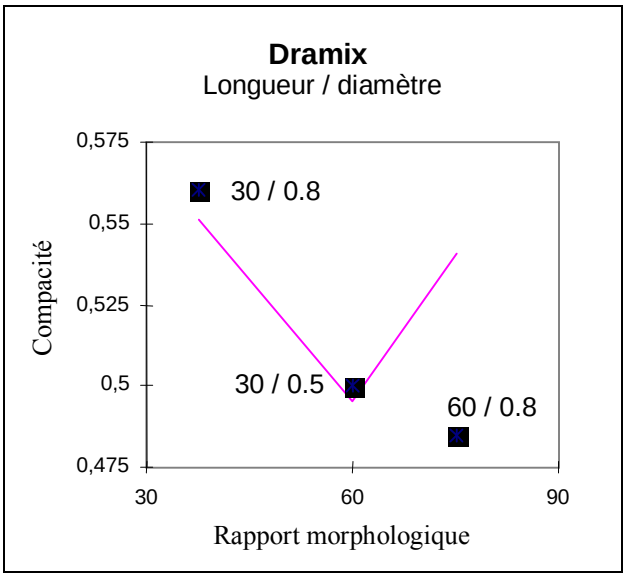
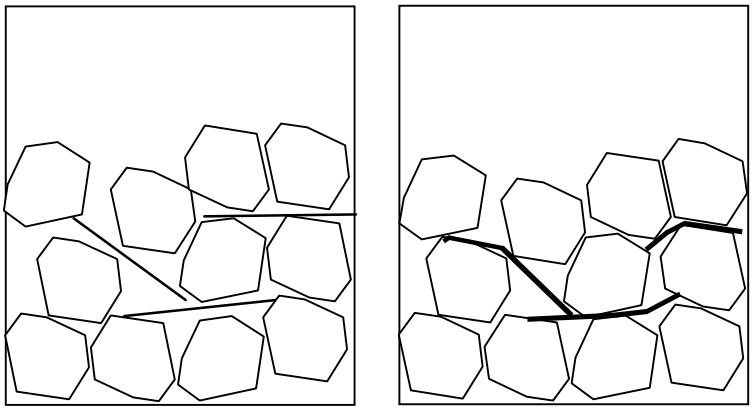



*Fig. 1.3.8. Effet de la géométrie des fibres sur la compacité du gravier (dosage en fibre : 3%)*

Tous les résultats ont été simulés avec le modèle. Cependant, dans les expériences, les fractions granulaires utilisées n'étaient pas unimodales. Les calculs ont alors été réalisés avec une taille équivalente pour chaque fraction granulaire, égale à l'ouverture des tamis laissant passer la moitié de la masse des grains ($d_{50}$), soit 0,5 mm pour le sable et 16 mm pour le gravillon. Par optimisation, une valeur de 0,065 a été trouvée pour $k_F$. L'erreur moyenne du modèle est de 1,1%. La seule différence significative entre expérience et théorie apparaît pour le point de droite, sur la figure 1.3.8. Dans ce cas, le modèle surestime la compacité de 5,6%. La raison de cet écart s'explique probablement par la longueur des fibres utilisées (60 mm), qui provoque un effet de paroi additionnel. Les expériences et le modèle reflètent toutefois le fait que la perturbation exercée par les fibres augmente avec leur longueur, à volume et dimensions transversales constantes [Rossi 1998].

Il faut préciser enfin que le modèle, dans son état actuel, n'est pas adapté aux fibres flexibles (comme par exemple les fibres "Fibraflex" [Bartos et Hoy 1996, Chaudorge et Pfeiffer 1989]). Ces fibres ont la capacité de se déformer lorsqu'elles sont soumises à la pression exercée par de gros grains, ce qui minimise leur effet perturbateur (figure 1.3.9). Il ne faut donc pas s'attendre à ce que le modèle donne une bonne précision avec des fibres de verre ou de polypropylène. "Heureusement", ce sont des fibres rigide en acier qui sont le plus souvent utilisées dans les bétons de structure.

Comme pour l'effet de paroi induit par le récipient, des valeurs modifiées de $\beta_i$ ont été introduites dans les équations du MEC pour prédire la compacité de mélanges polydispersés contenant des fibres.



**Fibres rigides** **Fibres flexibles**

*Fig. 1.3.9. Différence dans l'effet de perturbation exercé par des fibres rigides et des fibres flexibles.*

## 1.4 Mélanges de compacité maximale

Dans cette partie, le modèle d'empilement compressible est utilisé pour concevoir les mélanges les plus compacts (des cas simples aux plus généraux), les calculs étant réalisés par optimisation numérique. Parallèlement, un modèle analytique simplifié est proposé, afin de mieux cerner certains problèmes et de montrer les tendances les plus importantes. Le but est d'étudier le rôle de l'étendue granulaire, de la compacité résiduelle et de l'indice de serrage sur la courbe granulométrique optimale et sur la compacité maximale.

### 1.4.1 Une approche simplifiée ; le modèle appolonien

Le modèle simplifié décrit ci-après se réfère à une voie intuitive pour construire un mélange optimisé. Il a été proposé pour la première fois par le Grec Appolonius de Perga, cité par [Guyon et Troadec 1994]. Dans le cas présent, il est appliqué à l'étude de mélanges ayant un large spectre granulaire et un indice de serrage élevé.

Considérons une suite de diamètres évoluant selon une progression géométrique :

$$\begin{aligned} d_1 &= D \\ d_2 &= \lambda D \\ d_3 &= \lambda^2 D \\ &\dots \\ d_n &= \lambda^{n-1} D \end{aligned} \tag{1.4.1}$$

avec $\lambda << 1$, afin que les interactions granulaires puissent être négligées.

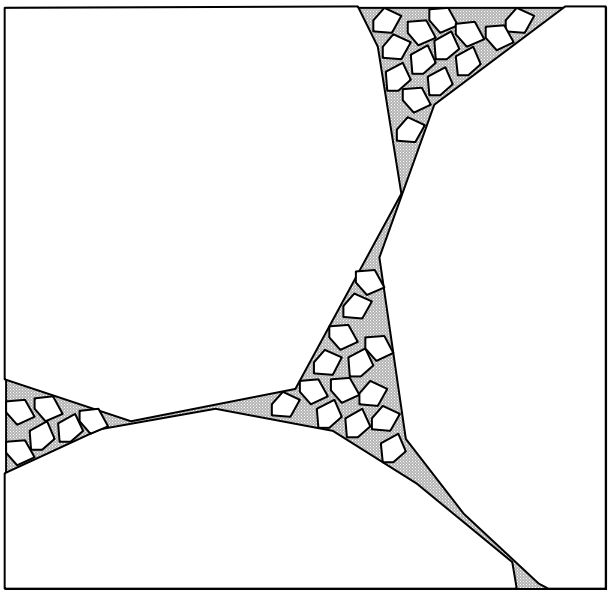


*Fig 1.4.1. Le modèle appolonien pour construire un mélange optimal.*

La combinaison conduisant à la plus haute compacité *virtuelle* ($\gamma$) est facile à trouver (paragraphe 1.1.4) :

$$\Phi_1 = \beta_1$$

$$\Phi_2 = \beta_2(1-\beta_1)$$

$$\ldots$$

$$\Phi_n = \beta_n(1-\Phi_1-\Phi_2\ldots-\Phi_{n-1}) \tag{1.4.2}$$

et sa valeur optimale est :

$$\gamma = 1-\prod_{i=1}^{n}(1-\beta_i) \tag{1.4.3}$$

Nous appellerons dorénavant *mélange appolonien* un mélange polydispersé de plusieurs fractions granulaires dont les tailles évoluent selon une suite géométrique de raison $\lambda$ de valeur faible ; les volumes partiels d'un mélange appolonien *optimisé* sont définis par l'équation 1.4.2.

Examinons maintenant le cas de mélanges réels ayant un nombre croissant de tranches granulaires. Regardons tout d'abord les prévisions du modèle appolonien, puis comparons-les à quelques résultats de simulation.

## 1.4.2 Mélanges binaires

### Calcul de l'optimum par le modèle appolonien

Un certain nombre de cas ont été étudié dans la section 1.2.2 et 1.2.3. Calculons, avec le modèle appolonien, la compacité virtuelle optimale et le titre volumique $y_2$ (proportion de granulats fins) de ces mélanges :

$$\gamma_{max} = 1-(1-\beta_1)(1-\beta_2)$$

$$y_2 = \frac{\beta_2(1-\beta_1)}{1-(1-\beta_1)(1-\beta_2)}$$

$$\frac{\partial y_2}{\partial \beta_2} = \frac{\beta_1(1-\beta_1)}{\left[1-(1-\beta_1)(1-\beta_2)\right]^2} > 0$$

$$\frac{\partial y_2}{\partial \beta_1} = \frac{\beta_2}{\left[1-(1-\beta_1)(1-\beta_2)\right]^2} < 0 \tag{1.4.4}$$

Les comportements suivants peuvent être déduits de ces formules :

la compacité du mélange binaire optimisé est une fonction croissante de la compacité résiduelle de chaque tranche ;

la *proportion* de granulat fin à l'optimum augmente lorsque la compacité du granulat fin augmente ; elle diminue lorsque la compacité du gros granulat augmente.

### Simulations (compacité réelle prédite par le MEC)

Commençons par examiner l'incidence du rapport de taille fin/gros ($d_2/d_1$) sur la compacité réelle. Les simulations montrent (figure 1.4.2) que la compacité optimale augmente quand ce rapport diminue (comme cela est d'ailleurs prévisible, en raison de la disparition progressive des interactions granulaires). De plus, le titre volumique $y_2$ à l'optimum tend à décroître, ce qui est logique car, plus les tailles sont comparables, plus les différentes fractions deviennent interchangeables.

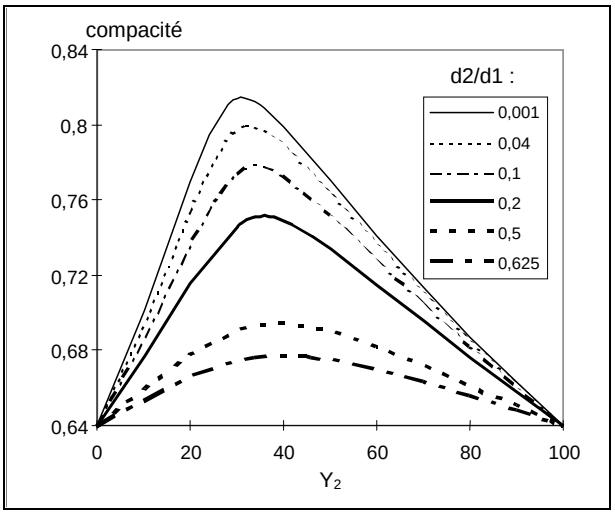



*Fig. 1.4.2. Effet du rapport de taille fin/gros sur le comportement d'un mélange binaire. K=9, $\beta_1=\beta_2=0,71$.*

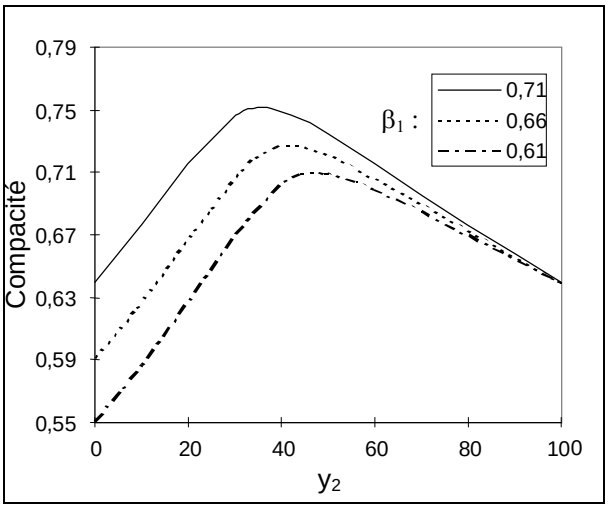



*Fig. 1.4.3. Effet du changement de la compacité du gros granulat sur le comportement du mélange binaire. K=9, $b_2$=0,71, $d_2/d_1$=0,2*

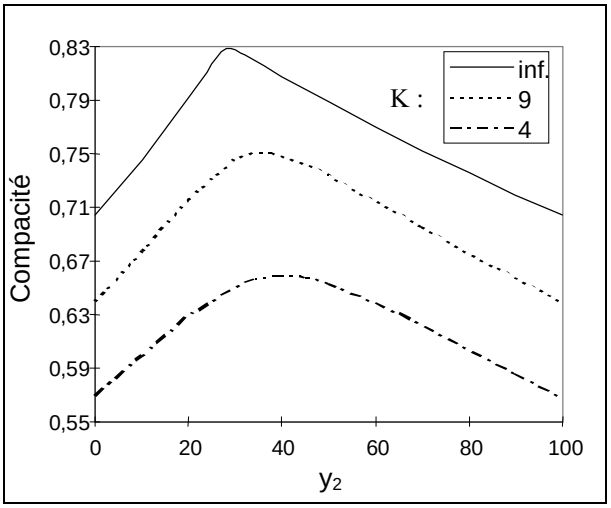



*Fig. 1.4.4. Effet du changement de la valeur K sur le comportement du mélange binaire. $\beta_1=\beta_2$=0,71. $d_2/d_1$=0,2*

Les simulations montrent aussi, comme le prédit le modèle appolonien lorsqu'il traite de l'effet induit par la compacité de chaque tranche, que l'optimum de compacité augmente quand les compacités virtuelles $\beta_1$ ou $\beta_2$ augmentent (figure 1.4.3). Le déplacement de l'abscisse des optimums est à remarquer.

Enfin, la figure 1.4.4 illustre l'effet de l'indice de serrage K : plus il est élevé, plus les valeurs de compacité sont importantes et plus la courbe est pointue. Il y a aussi une évolution significative du titre volumique optimum : plus le mélange est compact, moins il y a de place entre les interstices du gros granulat pour accueillir des grains fins, et $y_2$ décroît.

### 1.4.3 Mélanges ternaires

#### Calcul de l'optimum avec le modèle appolonien

Les calculs sont similaires à ceux réalisés pour les mélanges binaires. Il peut être démontré que :

la compacité d'un mélange ternaire optimisé est une fonction croissante de $\beta_i$ ;

la proportion à l'optimum d'une tranche granulaire donnée augmente si sa compacité propre augmente. Elle décroît lorsqu'une autre compacité propre augmente.

#### Simulations (compacité réelle prédite par le MEC)

Examinons les prévisions du Modèle d'Empilement Compressible. Pour un spectre granulaire donné (c'est-à-dire $d_1$ et $d_3$ fixés, $d_2$ variable), il peut être démontré [de Larrard 1988a] que le diamètre intermédiaire qui conduit la plus forte compacité virtuelle est la moyenne géométrique des diamètres extrêmes, c'est-à-dire $\sqrt{d_1 d_3}$.

Quand les classes granulaires ont la même compacité résiduelle, et lorsque le rapport entre deux diamètres successifs s'écarte de 1, l'optimum ternaire intègre les trois fractions. Plus le spectre granulaire est large (ou plus le rapport $d_3/d_1$ est petit), plus la compacité optimale est élevée, et plus il y a de gros grains à l'optimum (figure 1.4.5). Les simulations montrent aussi pour la compacité réelle, comme le prédit la théorie pour la compacité virtuelle, que le diamètre intermédiaire optimum est la moyenne géométrique des diamètres extrêmes.

Chaque proportion de granulat à l'optimum est influencée par la compacité résiduelle ($\beta_i$) de la fraction correspondante. Lorsque l'étendue du spectre granulaire est réduite, et que $\beta_2$ est notablement inférieure à $\beta_1$ et $\beta_3$, il peut arriver que l'optimum soit atteint avec, seulement, le mélange binaire des deux tailles extrêmes (figure 1.4.6).

Enfin, lorsque que l'on étudie l'effet de l'indice de serrage, on retrouve sur les mélanges ternaires la même tendance que celle observée sur les mélanges binaires : lorsque K augmente, la compacité maximale et la proportion de gros grains à l'optimum augmentent aussi, et la "montagne" devient plus escarpée (figure 1.4.7).

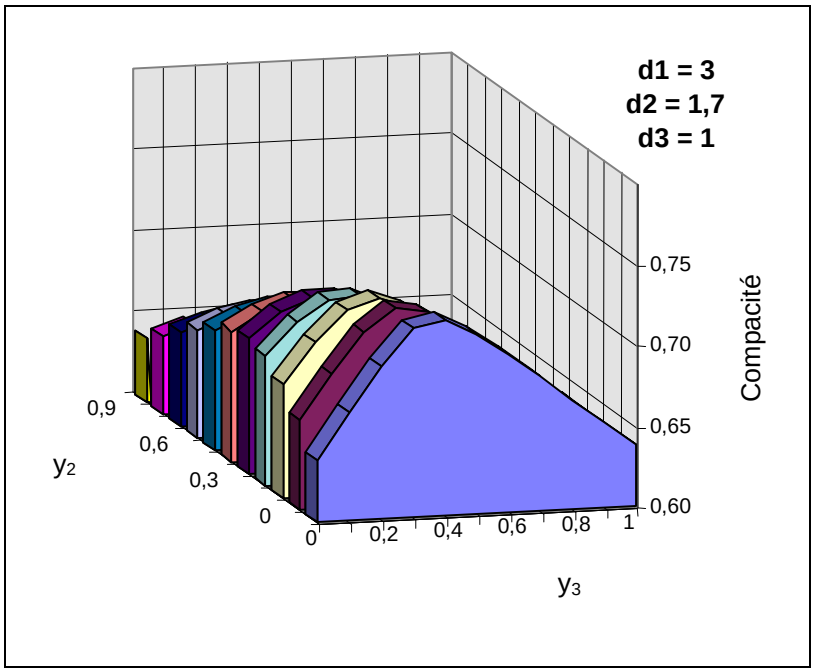



*Fig. 1.4.5. Diagramme ternaire. Effet du spectre granulaire ($d_3/d_1$=1/3 et 1/10).*

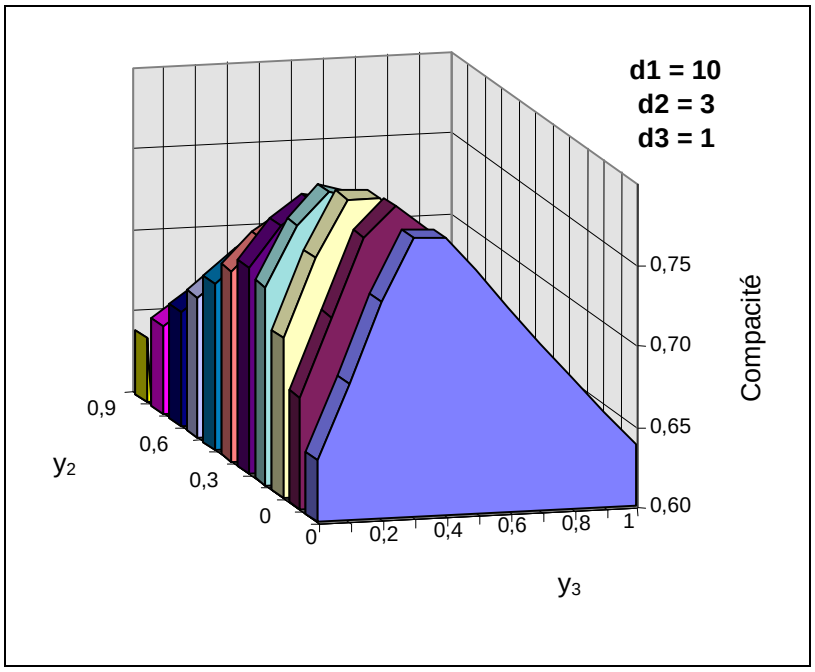
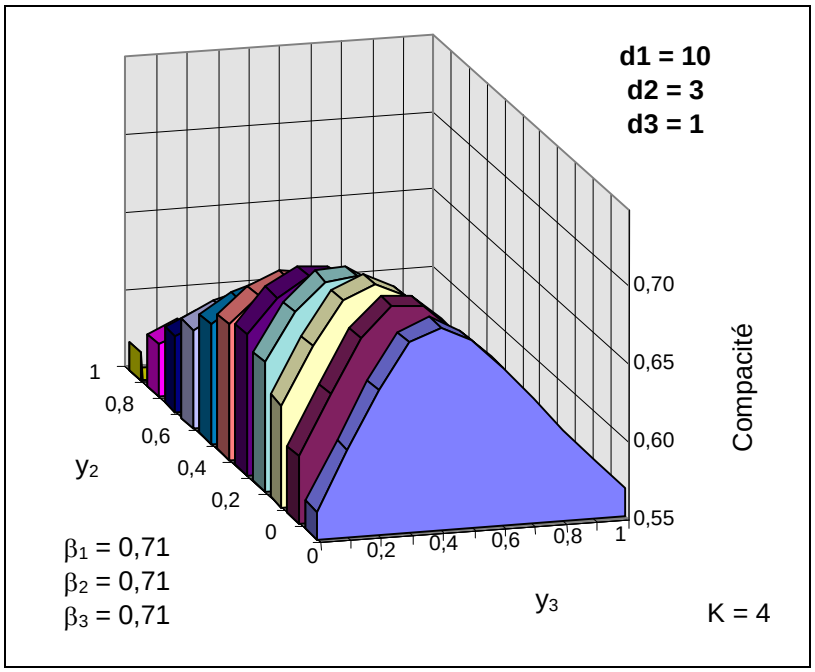
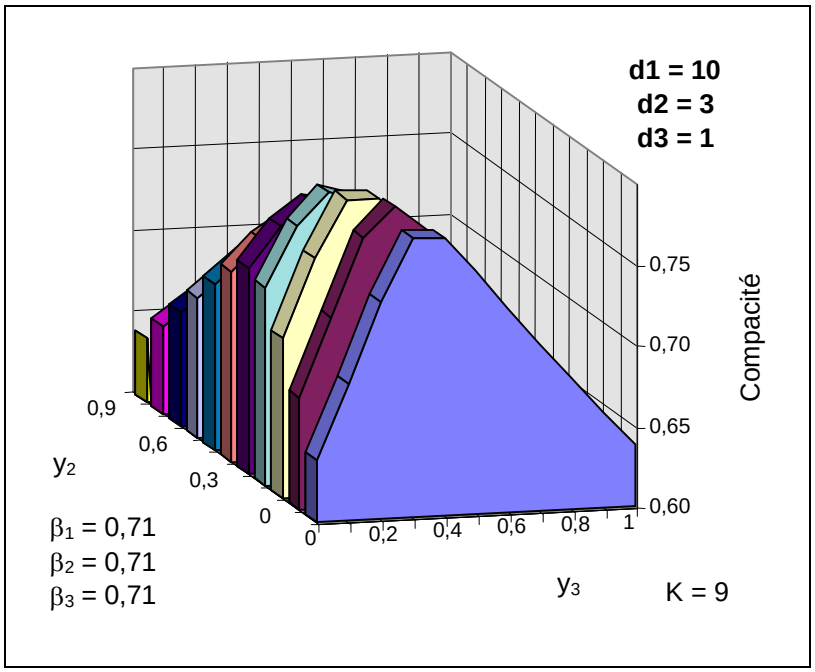



*Fig. 1.4.6. Diagramme ternaire où l'optimum est un mélange binaire.*


d1 = 10
d2 = 3
d3 = 1
0,70
0,65
0,60
0,55
Compacité
1
0,8
0,6
y2
0,4
0,2
0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
y3
β1 = 0,71
β2 = 0,71
β3 = 0,71
K = 4


d1 = 10
d2 = 3
d3 = 1
0,75
0,70
0,65
0,60
Compacité
0,9
0,6
y2
0,3
0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
y3
β1 = 0,71
β2 = 0,71
β3 = 0,71
K = 9

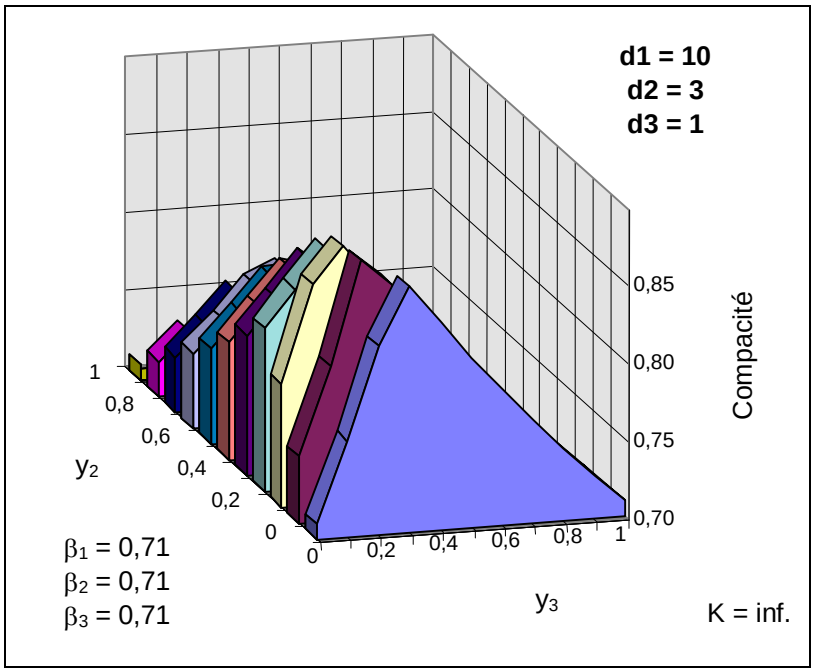



*Fig. 1.4.7. Effet de l'indice de serrage sur les diagrammes ternaires.*

**Effet de la classe fine sur la proportion optimale gros grains/grains moyens**

Le rapport $\Phi_1/\Phi_2$ à l'optimum, analogue au rapport gravillon/sable dans un béton, peut être facilement calculé dans le cadre du modèle appolonien :

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2(1-\alpha_1)} \tag{1.4.5}$$

Selon ce modèle simplifié (qui ne prend pas en compte les interactions granulaires), le rapport est indépendant de la classe fine ($\Phi_3$, $\alpha_3$). Cependant, la classe fine exerce un effet de desserrement qui affecte préférentiellement la classe intermédiaire. En réalité donc, ce ratio $\Phi 1/\Phi 2$ est toujours plus élevé dans un mélange ternaire que dans le mélange binaire des deux fractions les plus grosses (tableau 1.4.1). Il peut alors être erroné de chercher à minimiser la porosité d'un béton en optimisant seulement le rapport gravillon/sable de mélanges binaires secs [Toralles-Carbonati *et al.* 1996], sans tenir compte de la présence des fines. Cette question sera discutée plus en détail au paragraphe 4.2.

*Tab. 1.4.1. Influence de la classe fine sur l'optimum du rapport $\Phi 1/\Phi 2$ (simulations avec le MEC).*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **$D_1$** | **10** | **10** | **10** | **3** |
| **$D_2$** | **3** | **1,4** | **3** | **1,4** |
| **$D_3$** | **1** | **1** | **1** | **1** |
| **$\beta_1$** | 0,71 | 0,71 | 0,71 | 0,71 |
| **$\beta_2$** | 0,71 | 0,71 | 0,61 | 0,61 |
| **$\beta_3$** | 0,71 | 0,71 | 0,71 | 0,71 |
| **$[\Phi_1/\Phi_2]$opt. (binaire)** | 1,92 | 1,92 | 1,92 | 1,68 |
| **$[\Phi_1/\Phi_2]$opt. (ternaire)** | 3,14 | 4,34 | 21,4 | $\infty$ |

### 1.4.4 Mélanges optimisés dans une étendue granulaire donnée

#### Calcul de l'optimum avec le modèle appolonien

Considérons, dans le cadre du modèle appolonien, les combinaisons optimales d'une série de tranches granulaires définies par des diamètres $\{d_i\}_{1\le i\le n}$ évoluant selon une progression géométrique. Nous avons déjà vu, au paragraphe 1.4.1, comment les proportions conduisant à la compacité *virtuelle* optimale pouvaient être calculées. De même, l'effet des compacités résiduelles individuelles sur l'optimum a été montré ; quand $\beta_i$ augmente, $\Phi_i$ et $\gamma$ à l'optimum augmentent aussi.

Abordons maintenant le même problème appliqué à la compacité *réelle*. Nous limiterons notre étude au cas de compacités résiduelles uniformes (c'est-à-dire $\beta_i=\beta$ pour tout i). Le mélange optimal doit satisfaire le problème d'optimisation suivant :

$$\mathrm{Max}\left(\sum_{i=1}^{n}\Phi_i\right)$$

$$\text{avec } K=\sum_{i=1}^{n}H\left[\frac{\Phi_i}{\beta\left(1-\Phi_1-\ldots\Phi_{i-1}\right)}\right] \tag{1.4.6}$$

Par un changement de variable, définissons le terme $\psi_i$ comme suit :

$$1-\Psi_1=\Phi_1$$

$$1-\Psi_2=\frac{\Phi_2}{1-\Phi_1}$$

$$\ldots$$

$$1-\Psi_n=\frac{\Phi_n}{1-\Phi_1-\ldots\Phi_{n-1}} \tag{1.4.7}$$

Dans ce cas, le problème de l'optimisation devient :

$$\mathrm{Min}\left(\prod_{i=1}^{n}\Psi_i\right)$$

$$\text{avec } K=\sum_{i=1}^{n}H\left[\frac{1-\Psi_i}{\beta}\right] \tag{1.4.9}$$

En utilisant la méthode de Lagrange, on peut montrer que tous les $\psi_j$ ont la même valeur à l'optimum. Les indices partiels de serrage $K_i$ sont alors égaux. Si $\alpha$ (la compacité réelle) est la valeur courante de $1-\psi_i$, nous avons par conséquent :

$$\Phi_1=\alpha$$

$$\Phi_2=\alpha(1-\alpha)$$

$$\ldots$$

$$\Phi_n=\alpha(1-\alpha)^{n-1} \tag{1.4.9}$$

avec

$$\alpha=\frac{\beta}{1+\frac{n}{K}} \tag{1.4.10}$$

En conclusion, le mélange qui donne la compacité *réelle* optimale est aussi celui qui conduit à la compacité *virtuelle* optimale ; il suffit de remplacer $\beta$ par $\alpha$. Les porosités minimales virtuelle ($\pi_{min}$) et réelle ($p_{min}$) sont alors respectivement :

$$\pi_{min} = (1-\beta)^n$$

$$p_{min} = \left(1 - \frac{\beta}{1+\frac{n}{K}}\right)^n \qquad (1.4.11)$$

En reportant les valeurs cumulées $y_i$ en fonction du logarithme des tailles, on obtient la courbe granulaire théorique du mélange optimisé. Un exemple d'une telle courbe est donné sur la figure 1.4.8.

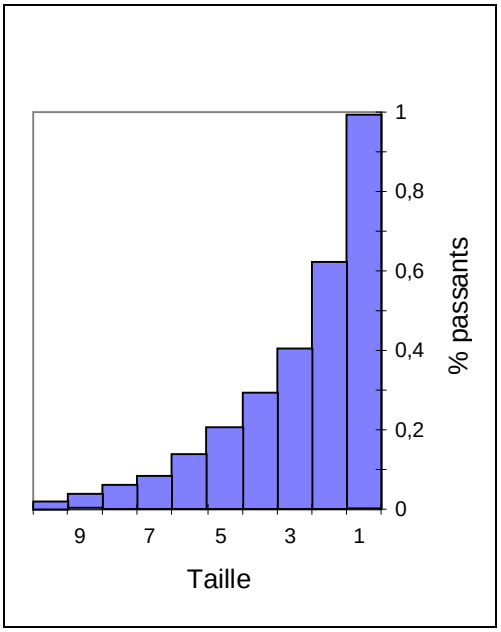



*Fig. 1.4.8. Courbe granulométrique théorique du mélange appolonien optimisé. n=10, $\beta$=0,71, K=9.*

### Simulations – Convergence vers la distribution optimale

Pour réaliser des optimisations avec le MEC, avec une granularité fixée et des compacités résiduelles uniformes, il est logique que la série des diamètres suive une progression géométrique. La question qui se pose toutefois est de savoir s'il faut que le mélange optimisé ait un *nombre fini* de classes ou si, au contraire, il faut que la distribution des tailles soit *continue*. En ce qui concerne la compacité *virtuelle*, il a déjà été montré numériquement que les mélanges optimisés ont un support discret, c'est-à-dire discontinu [de Larrard 1988a]. Cependant, en prenant une valeur réaliste pour K, ce résultat n'a pas était retrouvé pour la compacité *réelle*. Il faudrait en fait des outils de calcul plus puissants pour rechercher la distribution discrète idéale, si toutefois elle existe. Gardons cependant à l'esprit que, dans la technologie du béton, seul un nombre fini de classes granulaires est employée. La recherche d'une granularité optimale ayant une succession très serrée des diamètres n'a donc que peu de justification pratique.

Dans le cas présent, le mélange optimisé a été recherché pour un nombre croissant de classes. La figure 1.4.9 montre, à titre d'exemple, l'évolution des courbes granulométriques correspondantes. Apparemment, elles tendent à être continues, excepté aux deux extrémités du spectre où apparaît une discontinuité indiquant que le volume partiel des classes extrêmes tend vers des valeurs finies. Selon l'approche de Caquot [Caquot 1937], ces classes extrêmes doivent suppléer le manque de gros et de petits grains, car la fraction grossière est la seule qui ne soit pas soumise à l'effet de paroi[4], et la fraction fine la seule qui ne soit pas perturbée par l'effet de desserrement. On peut donc affirmer que dans un mélange réel optimisé, la classe fine et le classe grossière seront sur-représentées par rapport à leurs proches voisines.

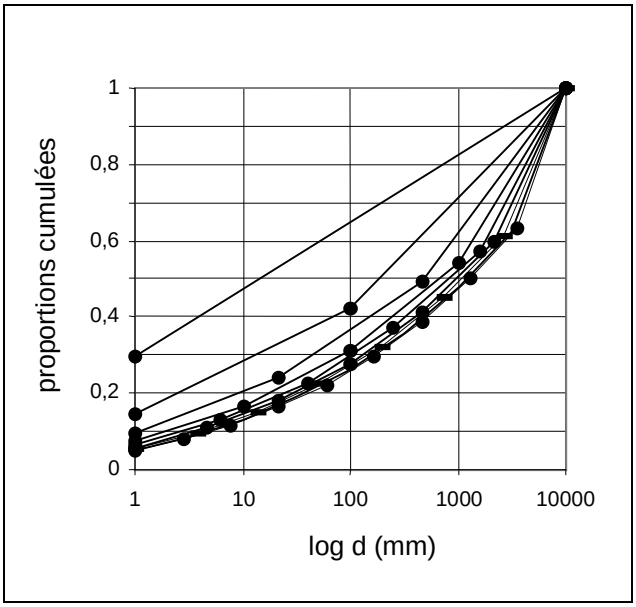



*Fig. 1.4.9. Evolution de la courbe granulaire optimale lorsque des tranches supplémentaires sont ajoutées. d/D=10$^{-4}$.*

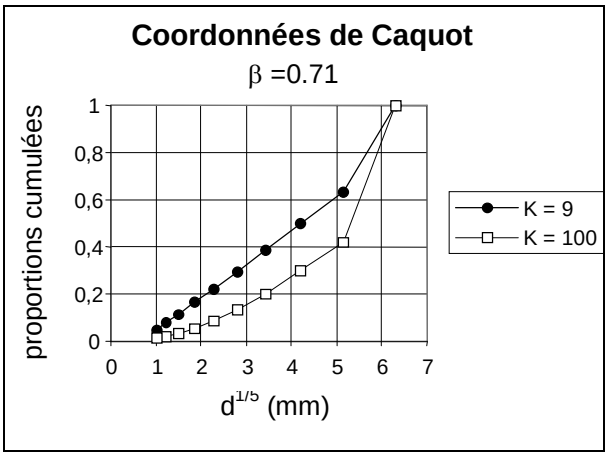



*Fig. 1.4.10. Courbe granulaire optimale avec 10 classes de grains, en coordonnées de Caquot.*

[4] excepté si le mélange est confiné (conteneur, coffrage…), paragraphe 1.3.1.

Ces courbes peuvent toujours être "linéarisées" si l'on choisit un type de diagramme différent. Caquot propose d'utiliser la racine cinquième du diamètre comme paramètre d'abscisse ; dans le cas présent, cela donne un diagramme bi-linéaire acceptable, en accord avec les courbes optimales suggérées par Faury [Faury 1944] (figure 1.4.10).

D'un point de vue théorique, dans le cadre du modèle appolonien, on peut démontrer que la courbe de la figure 1.4.8 peut toujours être transformée en droite(s) si l'on prend comme paramètre d'abscisse $d^q$. Cependant, la valeur de q dépend de $\beta$ et de K. C'est la raison pour laquelle, dès que K augmente, la courbe n'est plus formée que de deux lignes droites dans le repère de Caquot (figure 1.4.10).

### Effet des paramètres d'entrée sur la courbe granulaire optimale

La figure 1.1.11 illustre l'influence de l'indice K sur un mélange optimisé de dix classes. Son effet est manifestement significatif, ce qui prouve bien que l'existence d'*une* courbe[5] "universelle" idéale n'est pas fondée. Comme pour les mélanges binaires et ternaires, une augmentation de K favorise aussi la présence d'une plus grande proportion de gros grains.

L'effet d'une modification de la compacité résiduelle a été testé. Tant que cette valeur reste uniforme à l'intérieur du spectre granulométrique, les changements sur la courbe granulaire optimale sont mineurs (figure 1.4.12).

Par contre, lorsque différentes valeurs de $\beta_i$ sont considérées au sein du spectre granulaire, la courbe change de façon significative. Plusieurs cas ont été simulés sur la figure 1.4.13. En ayant des grains concassés dans la partie supérieure du spectre granulométrique et des grains roulés dans la partie inférieure, la proportion d'éléments fins tend à augmenter. Une disposition granulométrique opposée conduit à la situation inverse. Enfin, la troisième courbe correspond à la courbe optimale lorsque les matériaux habituels du béton sont utilisés (c'est-à-dire des grains anguleux et rugueux pour le ciment, des grains ronds pour le sable, et à nouveau des grains concassés pour le gravillon).

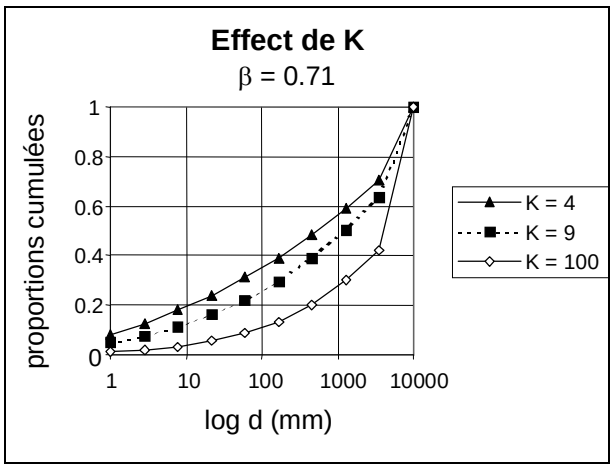



*Fig. 1.4.11. Influence de l'indice de serrage sur la courbe granulaire optimale.*

[5] remarquons toutefois que les méthodes couramment admises [Faury 1944, Dreux 1970] reconnaissent ce fait, en changeant l'ordonnée du point de brisure selon l'intensité du serrage.

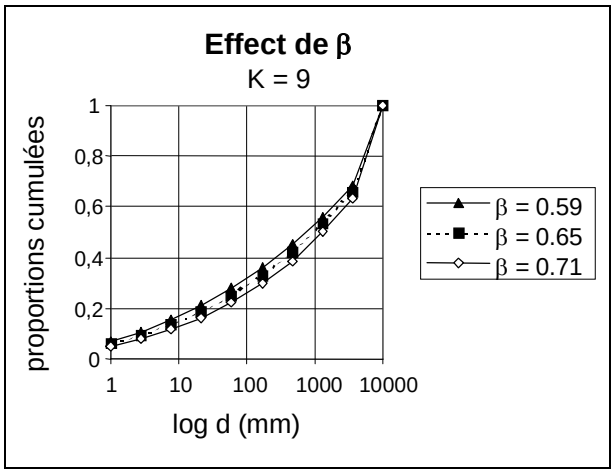



*Fig. 1.4.12. Influence de la valeur $\beta$ sur la courbe granulaire optimale.*

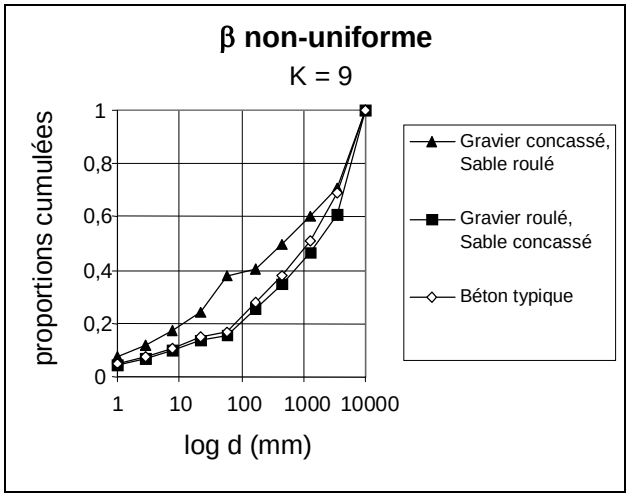



*Fig. 1.4.13. Courbes granulométriques optimisées dans différents cas.*

### Porosité minimale en fonction du spectre granulométrique

Caquot proposa une "loi" empirique prédisant la porosité minimale d'un mélange granulaire dont le spectre est limité par (d,D) [Caquot 1937] :

$$p_{min} \propto \sqrt[5]{\frac{d}{D}} \qquad (1.4.12)$$

D'après cette formule, la porosité minimale d'un empilement optimisé de grains tendrait vers 0 pour un spectre granulaire infini.

*Tab. 1.4.2. Calcul de la porosité minimale avec le modèle appolonien.*

| Nombre de classes | Diamètre minimum | Diamètre maximum | Porosité virtuelle | d/D |
|---|---|---|---|---|
| **1** | D | D | $(1-\beta)$ | 1 |
| **2** | $\lambda D$ | D | $(1-\beta)^2$ | $\lambda$ |
| **…** | … | … | … | … |
| **n** | $\lambda^{n-1}D$ | D | $(1-\beta)^n$ | $\lambda^{n-1}$ |

Montrons tout d'abord que cette loi peut être trouvée avec le modèle appolonien, *mais uniquement pour une porosité virtuelle*. Sur le tableau 1.4.2, l'évolution des différentes quantités est calculée lorsque plusieurs classes sont additionnées dans le modèle appolonien.

Nous avons alors :

$$\begin{aligned}\pi_{\min} &= (1-\beta)^n \\ &= (1-\beta)^{\left(1+\frac{\mathrm{Log}(d/D)}{\mathrm{Log}(\lambda)}\right)} \\ &= (1-\beta)\left(\frac{d}{D}\right)^{\frac{\mathrm{Log}(1-\beta)}{\mathrm{Log}(\lambda)}}\end{aligned} \tag{1.4.13}$$

La dernière formule est de forme identique à la loi de Caquot. Toutefois, si l'on cherche aussi à calculer, avec ce modèle simplifié, la porosité *réelle* minimale, on se heurte à une difficulté liée au fait que *n* apparaît à deux endroits dans l'équation 1.4.11. $p_{min}$ ne peut alors être réduit, comme pour $\pi_{min}$, à une simple loi de puissance fonction du rapport d/D. Qui plus est, lorsque d/D tend vers 0, on a :

$$\begin{aligned}p_{\min} &= \exp\left[n\mathrm{Log}\left(1-\frac{\beta}{1+\frac{n}{K}}\right)\right] \\ &\approx \exp\left(-\frac{n\beta}{1+\frac{n}{K}}\right)\end{aligned} \tag{1.4.14}$$

alors

$$\begin{aligned}&p_{\min} \to \exp(-\beta K) \\ &\text{quand } n \to +\infty\end{aligned} \tag{1.4.15}$$

indiquant qu'il existe une limite inférieure finie pour $p_{min}$. Celle-ci ne peut être égale à 0 que pour un serrage infini (correspondant au cas de l'empilement virtuel).

Ce résultat est pleinement confirmé par les simulations du MEC. Cependant, pour un spectre granulaire donné, l'ordinateur ne peut atteindre la porosité réelle optimale qu'avec un nombre limité de classe. Cette difficulté a été surmontée grâce à la technique suivante ; pour chaque étendue granulaire (comprise entre $10^{-1}$ à $10^{-4}$), la succession des porosités réelles minimales est reportée en fonction du nombre de tranches granulaires. Pour *n* compris entre 5 et 10, les valeurs s'ajustent très bien selon le modèle empirique suivant :

$$p_{\min.n} = u + \frac{v}{n^w} \tag{1.4.16}$$

où *u*, *v* et *w* sont des paramètres ajustables (*w>0*). En extrapolant cette équation (à $n\to\infty$), la porosité réelle minimale serait égale à *u*. L'ensemble des résultats est donné dans la figure 1.4.14. On y voit que la porosité virtuelle suit exactement une loi de puissance de type "Caquot", tandis que la porosité réelle trouvée par le MEC tend vers une valeur limite non nulle.

Ces simulations sont aussi vérifiées par l'expérience, comme le montre la figure 1.4.15. Ici, les porosités reportées en fonction du rapport d/D correspondent à celles des mélanges optimums tirés des données de Joisel et de Cintré/Blois (taille unique, mélanges binaires et mélanges de six classes, paragraphe 1.2.3).

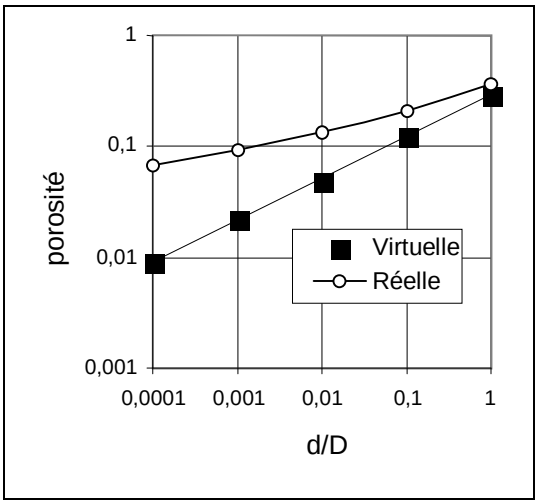



*Fig. 1.4.14. Porosités minimales réelle et virtuelle pour un mélange polydispersé. Simulations réalisées avec le MEC. $\beta$=0,71 , K=9*

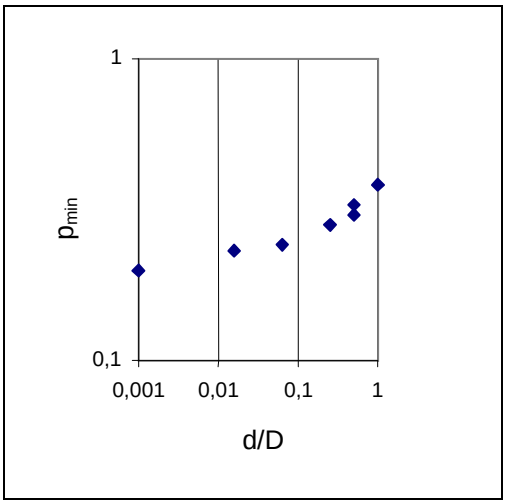



*Fig. 1.4.15. Porosité minimale expérimentale de mélanges de granulats roulés, en fonction du rapport extrême des tailles.*

## 1.4.5 Effet des conditions aux limites

### Analyse avec le modèle appolonien

Nous avons vu, dans la section 1.3, que la prise en compte dans le MEC des conditions aux limites (effet de paroi du conteneur, perturbation due aux fibres) se faisait par diminution des valeurs des $\beta_i$. De plus, ces effets ne sont significatifs que pour les grandes tailles.

Les équations 1.3.2 et 1.3.3 permettent de calculer les valeurs effectives des compacités résiduelles, avec prise en compte des conditions aux limites.

On peut s'attendre, avec le modèle appolonien, à ce que l'optimisation d'un mélange dans un petit récipient ou en présence de fibres conduise à une compacité plus faible, avec plus d'éléments fins à l'optimum.

### Simulations

Pour illustrer cette assertion, l'optimisation réalisée précédemment ($d/D=10^{-4}$, n=10, $\beta$=0,71) a été répétée deux fois. La première fois, le mélange a été "placé" dans une conduite de diamètre égale au double de $D_{max}$ (cas extrême d'un béton pompé). La seconde fois, le calcul a été fait avec un pourcentage volumique de fibres cylindriques égal à 2 ($l_F/D_{max}$ = 3, $l_F/\varnothing$ = 60). Les résultats apparaissent sur la figure 1.4.16. Ils confirment encore les prévisions qualitatives du modèle appolonien.

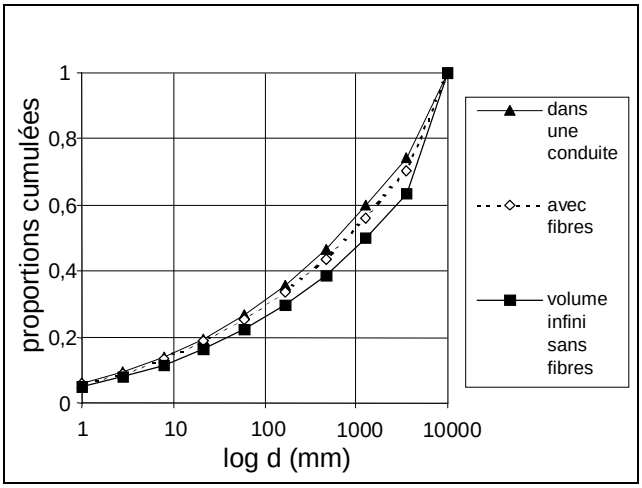



*Fig. 1.4.16. Effet des conditions aux limites sur la courbe granulaire optimale. $d/D = 10^{-4}$, n=10, $\beta$=0,71.*

## 1.5 Ségrégation des mélanges granulaires

La distribution optimisée des tailles ne doit pas conduire seulement à une forte compacité. Entre malaxage et mise en place, les mélanges granulaires sont soumis à des accélérations (dues à la gravité, aux chocs externes et/ou à la vibration) qui peuvent provoquer certaines séparation au sein du mélange. Celles-ci sont généralement préjudiciables aux fonctions finales du produit. Dans la technologie du béton, une ségrégation importante crée des variations spatiales des propriétés qui se traduisent au niveau visuel, des résistances, du module d'élasticité et du retrait. Ce dernier aléa peut provoquer à son tour des fissures qui affaiblissent la durabilité de la structure. Le but est donc de concevoir les mélanges granulaires qui seront les moins propices à la ségrégation.

Peu d'études sur la ségrégation, à la fois expérimentales et théoriques, concernant des mélanges de large étendue granulaire, sont disponibles dans la littérature. Nous commencerons tout d'abord par passer en revue certains constats expérimentaux qui sont bien connus des praticiens. Nous essayerons ensuite de construire des outils simples qui auront le mérite de "condenser" ces faits expérimentaux et pourront éventuellement fournir une piste pour concevoir des mélanges stables.

### 1.5.1 Quelques constats expérimentaux [Powers 1968, Dreux et Gorisse 1970, Popovics 1982, Neville 1995]

**Premier constat : pour tout mélange granulaire, le serrage réduit le risque d'une ségrégation ultérieure**

Lors du serrage, l'action exercée sur un mélange granulaire (compression et/ou vibration) peut créer une certaine ségrégation. Par exemple, dans un mélange binaire ayant un rapport de tailles fin/gros inférieur à 1/4, lorsque la fraction grossière est dominante, les grains fins migrent vers les interstices du bas du récipient [Cintré 1988]. En revanche, lorsque le serrage est réalisé, chaque particule tend à trouver une position d'équilibre et la ségrégation ne progresse plus par la suite.

**Deuxième constat : pour un nombre fixé de tranches et un indice de serrage donné, plus le mélange est compact, moins il est ségrégeable**

En d'autres termes, lorsque les proportions d'un mélange sont optimisées, les tranches granulaires se bloquent les unes les autres. La figure 1.5.1 montre ce comportement dans le cas d'un mélange binaire sans interaction.

**Troisième constat : dans des mélanges optimisés ayant le même indice de serrage et la même étendue granulaire, le mélange de granularité continue ségrégera moins facilement que celui de granularité discontinue**

C'est un argument classique en faveur des bétons de granularité continue. Dans un empilement binaire, il existe un diamètre critique de particule en deçà duquel les grains fins peuvent circuler dans la porosité des gros grains ; il est de l'ordre de D/6[6].

[6] Pour des sphères, le rapport est égal à $\frac{2}{\sqrt{3}} - 1 \approx \frac{1}{6.46}$

Alors, si tous les matériaux fins sont plus fins que cette taille critique, la séparation du mélange sera facilitée.

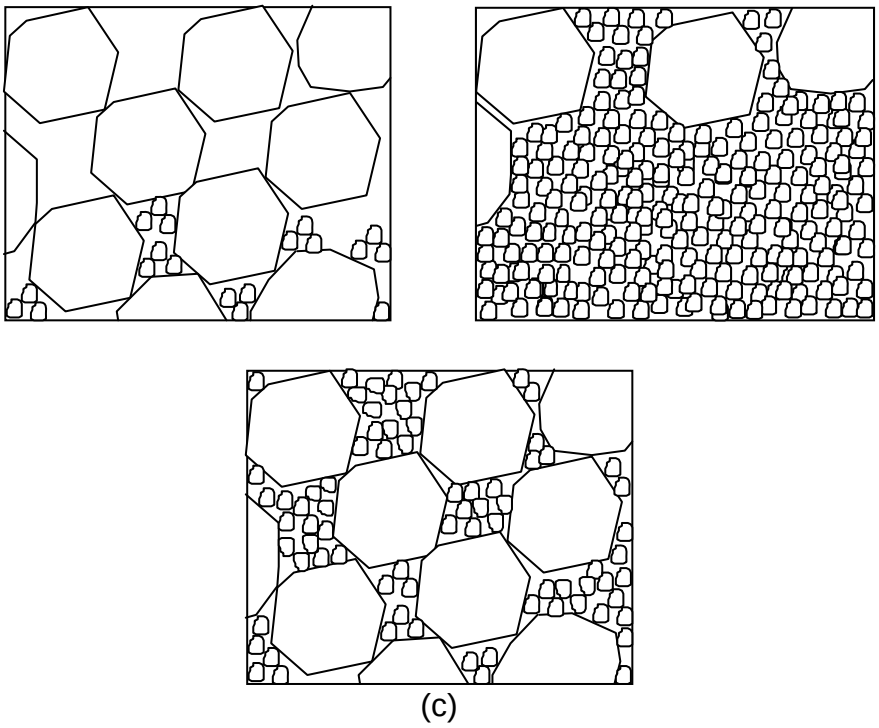



*Fig. 1.5.1. Mélanges binaires sans interaction soumis à la gravité. Lorsque les gros grains sont dominants(a), les grains fins s'installent dans les interstices des gros grains. Lorsque les grains fins sont dominants(b), les gros grains tendent à s'accumuler dans une région du récipient. Dans les mélanges humides, l'expérience du béton montre que les gros grains migrent vers le fond du récipient. Par contre, en vibrant des mélanges secs, la fraction grenue se place en haut. Enfin, à l'optimum (c), plus aucune ségrégation n'est possible.*

**Quatrième constat : dans des mélanges optimisés ayant le même indice de serrage et le même type de distribution granulaire, un spectre plus large favorisera la ségrégation**

Il est généralement admis que plus la taille maximale du granulat ($D_{max}$) est élevée, plus la tendance à la ségrégation est élevée. C'est un des arguments en faveur des bétons de sable (paragraphe 5.5.3) qui sont, par définition, des bétons n'ayant aucun granulat plus gros que 5 mm. Contrairement aux mortiers usuels, une partie de leurs matériaux fins est constituée par des ajouts classiques du ciment (cendres volantes ou fillers). Une justification physique de l'effet de $D_{max}$ peut être fournie par la loi de Stokes, laquelle décrit la chute d'une particule sphérique dans un liquide visqueux. Selon cette loi, la vitesse de chute est proportionnelle au carré du diamètre de la particule.

Il est admis d'autre part que l'ajout dans le béton de fumées de silice tend à réduire le risque de ségrégation. Toutefois, ces particules, qui sont des colloïdes (leur taille est inférieure à 1 $\mu$m), peuvent former un gel qui empêche la circulation de l'eau dans le béton frais. Par conséquent, le mécanisme qui, dans ce cas, réduit la ségrégation ne s'apparente pas aux théories sur les empilements secs.

**Cinquième constat : il faut plus d'éléments fins dans un empilement lâche, et donc moins dans un empilement compact, pour minimiser le risque de ségrégation**

Signalons tout d'abord l'analogie qui existe entre l'indice de serrage dans un mélange sec et la maniabilité d'un béton frais. Un indice K élevé correspond à un béton ferme, tandis qu'un indice faible se rapporte à un mélange fluide. Cette notion sera rediscutée au paragraphe 2.1.

Dans sa méthode originale de formulation des bétons, Day [Day 1995] calcule un "Mix Suitability Factor[7] (MSF)" en se référant à la surface spécifique des particules, avec diverses corrections. Ce paramètre empirique est tabulé pour différentes consistances. Plus le mélange est fluide, plus le MSF est élevé. Mais plus le MSF est élevé, plus il y a de particules fines utilisées. Donc, selon Day, un empilement lâche nécessite, pour être stable, un surcroît de particules fines. D'autres méthodes, comme celle de Dreux [Dreux 1970], reconnaissent aussi la nécessité d'introduire plus d'éléments fins dans les bétons frais plastiques pour éviter la ségrégation.

**Sixième constat : les différences de densités absolues des tranches granulaires accroissent la vitesse de ségrégation**

Manifestement, un mélange où les gros grains ont une densité absolue plus forte ou plus faible que celle des autres tranches granulaires aura une tendance accrue à la ségrégation. C'est le cas des granulats légers (paragraphe 5.5.1) qui tendent à remonter dans un béton léger, durant la vibration. Vice versa, dans des bétons lourds, comme ceux utilisés dans l'industrie nucléaire, les gros granulats tendent à couler au fond des coffrages.

### 1.5.2 Indicateurs quantitatifs : diagramme de remplissage et potentiel de ségrégation

**Définition, dans le cadre du modèle appolonien, du diagramme de remplissage et du potentiel de ségrégation**

Le modèle appolonien, présenté au paragraphe 1.4.1, donne une image simplifiée qui suggère intuitivement le concept de ségrégabilité d'un mélange granulaire. Dans un mélange appolonien, désignons par *i* une classe *non dominante* (paragraphe 1.1.4). Les grains correspondants vont s'arranger dans le volume laissé libre par les autres classes. Supposons que ces grains se déplacent vers la partie basse du volume. Dans ce cas, la teneur en grains *i* sera maximale à cet endroit. La hauteur totale de la fraction est alors $\Phi_i/\Phi_i*$ (figure 1.5.2) ; $\Phi_i^*$ a été défini au paragraphe 1.2.1. Dans la partie supérieure du récipient, les grains de la classe *i* ont disparu. La part ségrégée du volume réservé à cette classe est donc :

$$S_i = 1 - \frac{\phi_i}{\phi_i *} \qquad (1.5.1)$$

Par définition le *diagramme de remplissage* représente l'évolution du rapport $\Phi_i/\Phi_i*$ (appelé proportion de remplissage ou ratio de remplissage de la classe i) en fonction

[7] "Facteur d'adaptation du mélange"

de la taille des tranches granulaires (figure 1.5.3). Le *potentiel de ségrégation* correspond au plus grand volume ségrégé présent dans le récipient, soit :

$$S = \text{Max } S_i \quad \text{pour } 1 \leq i \leq n \tag{1.5.2}$$

Chaque valeur $\Phi_i/\Phi_i^*$ désigne la proportion de la classe *i* qui emplit les vides logiquement réservés à cette classe, entre les plus gros grains. Plus la valeur de S est élevée, plus le volume ségrégé sera important si, toutefois, la ségrégation maximale se produit. En effet, une valeur élevée de S n'indique pas nécessairement qu'une forte ségrégation va se produire. Par exemple, en se référant aux cas binaires simples de la figure 1.5.1, on peut penser que la vitesse de ségrégation, dans un cas réel, sera plus élevée lorsque les gros grains seront dominants – figure 1.5.1a – que lorsque les grains fins seront dominants – figure 1.5.1b. Pour une même valeur de S, il existe donc bien différentes vitesses de ségrégation.

D'autre part, une valeur S=0 signifie que chaque tranche est entièrement "bourrée". On a alors atteint un empilement *virtuel* optimal où plus aucune ségrégation n'est possible. Comme, en réalité, la compacité virtuelle n'est jamais atteinte, S aura donc toujours une valeur non nulle.

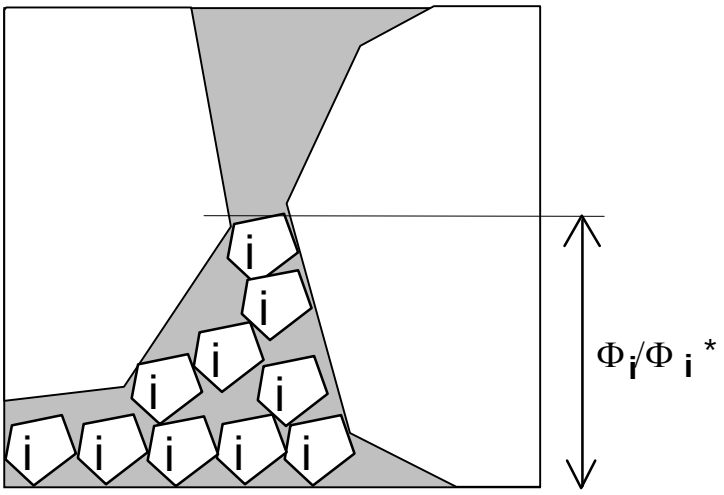



*Fig. 1.5.2. Ségrégation de la classe i dans un mélange.*

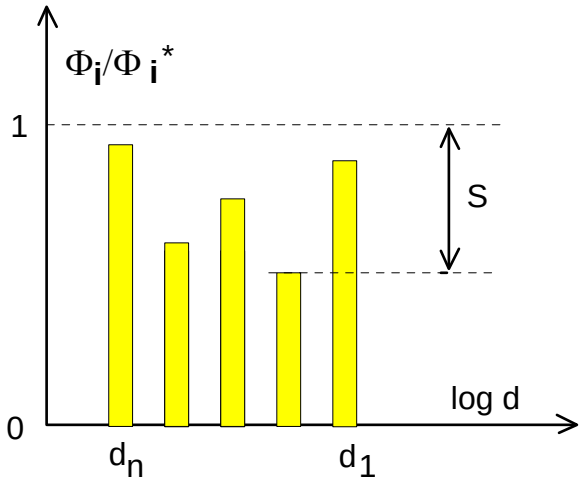



*Fig. 1.5.3. Diagramme de remplissage et potentiel de ségrégation.*

**Signification du potentiel de ségrégation au regard des principaux constats expérimentaux**

Utilisons maintenant le modèle appolonien pour montrer que le concept de potentiel de ségrégation s'applique à la plupart des constats expérimentaux décrits dans la section 1.5.1. Nous devons d'abord établir la relation qui lie l'indice de serrage au potentiel de ségrégation. De l'équation 1.2.1, nous avons :

$$K_i = \frac{\dfrac{\Phi_i}{\Phi_i^*}}{1 - \dfrac{\Phi_i}{\Phi_i^*}}$$

de sorte que

$$S = 1 - \underset{1 \le i \le n}{Min}\left(\frac{K_i}{1 + K_i}\right) \qquad (1.5.3)$$

Lorsque l'indice de serrage augmente (premier constat), chaque $\Phi_i$ s'approche de $\Phi_i^*$, et tous les $S_i$ diminuent. S diminue alors aussi, et le risque de ségrégation devient moindre.

Quand un mélange est optimisé avec une valeur K donnée (deuxième constat), nous avons en même temps (paragraphe 1.4.4) :

$$K = \sum_{i=1}^{n} K_i$$

$$\text{et } K_i = \frac{K}{n} \qquad (1.5.4)$$

Lorsque les $K_i$ de valeur faible atteignent, par optimisation, leur plus forte valeur possible (figure 1.5.4) ; la quantité $\underset{1 \le i \le n}{Min}\left(\frac{K_i}{1 + K_i}\right)$ est alors maximisée, et S est minimisé.

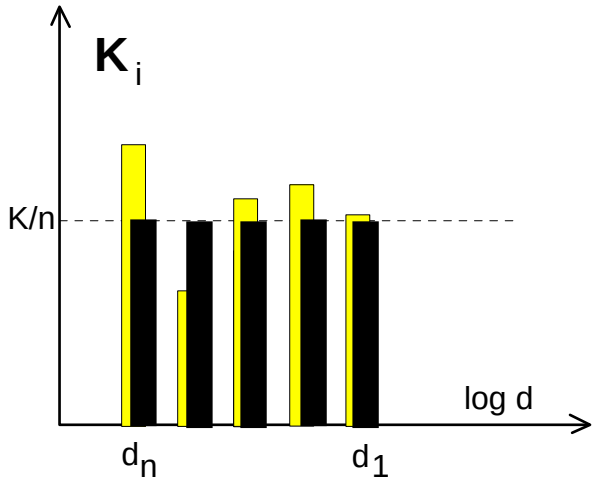



*Fig. 1.5.4.Effet de l'optimisation granulaire sur la distribution de $K_i$. Diagramme gris : avant optimisation. Diagramme noir : après optimisation.*

Cette théorie s'applique aussi à la ségrégation des mélanges discontinus (troisième constat). Considérerons pour cela qu'un tel mélange soit représenté par un mélange appolonien ayant au moins une fraction intermédiaire absente (bien que, déjà, tous les mélanges appoloniens soient virtuellement discontinus). Il y a alors une tranche i pour laquelle :

$$\begin{aligned} &\Phi_i = 0 \\ &\Rightarrow S_i = S = 1 \end{aligned} \tag{1.5.5}$$

Dans ce cas, la ségrégation potentielle est bien maximale.

Pour démontrer le quatrième constat, supposons que le mélange soit optimisé avec une valeur donnée de K. Nous avons alors :

$$\begin{aligned} &K_i = \frac{K}{n} \\ &S = 1 - \frac{K}{n+K} \end{aligned} \tag{1.5.6}$$

S est donc une fonction croissante de n, et la probabilité de ségrégation augmente lorsque le spectre granulaire augmente. En effet, comme l'indice de serrage K est un paramètre cumulatif, pour une valeur donnée de cet indice, plus il y a de fractions granulaires, moins chaque fraction est empilée à l'intérieur du mélange.

Enfin, le cinquième constat est simplement une conséquence de l'effet de K sur la granularité optimale. Lorsque K décroît, la proportion d'éléments fins à l'optimum augmente (paragraphe 1.4.4).

Le sixième constat (effet des différences de densité absolue) est le seul qui ne soit pas expliqué par le concept de potentiel de ségrégation. Mais ce phénomène relève plus de la *vitesse* de ségrégation que de sa quantité maximale.

**Extension du concept à des mélanges granulaires réels – seuil de percolation critique**

Considérons maintenant un mélange granulaire réel, pour lequel deux diamètres successifs $d_i$ et $d_{i+1}$ sont au contact l'un de l'autre. Calculons le rapport maximum $\lambda^* = \frac{d_{i+1}}{d_i}$ qui permet au grain i+1 de s'infiltrer dans l'empilement des grains i. Si les grains i sont des sphères jointives, nous avons, d'après la figure 1.5.5 :

$$\lambda^* = \frac{2}{\sqrt{3}} - 1 \approx \frac{1}{6.46} \tag{1.5.7}$$

Nous savons cependant qu'il n'y a pas, pour une valeur finie de K, de fraction granulaire totalement empilée (comme dans un empilement virtuel). Toutefois, si l'empilement est *optimisé*, nous admettrons que :

$$Ki = K/n \tag{1.5.8}$$

Dans ce contexte, le dessin de la figure 1.5.5 peut être conservé, mais il faut réduire le diamètre des gros grains d'un facteur égal à la racine cubique du coefficient de réduction volumique. D'après l'équation 1.4.10, nous savons que ce dernier coefficient vaut $\frac{K_i}{K_i+1} = \frac{K}{K+n}$. La valeur de $\lambda^*$ devient donc (figure 1.5.6) :

$$\lambda^* = \frac{2}{\sqrt{3}} - \sqrt[3]{\frac{K}{K+n}} \tag{1.5.8}$$

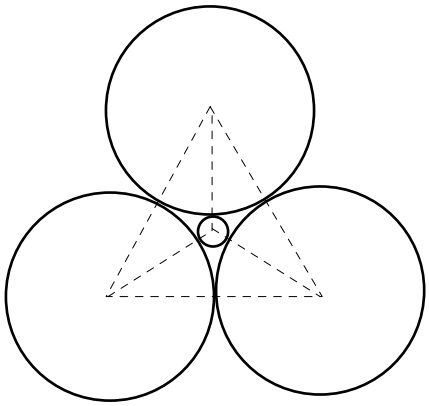


*Fig. 1.5.5. Dessin d'un empilement binaire virtuel, où le grain fin peut s'infiltrer à travers l'empilement du gros grain.*

Assimilons une fois encore le mélange réel à un mélange appolonien, et admettons que le rapport de taille entre deux classes adjacentes soit égal à $\lambda^*$. Si le spectre granulaire est d/D, nous avons nécessairement :

$$\lambda^{*n-1} = \frac{d}{D} \tag{1.5.10}$$

Alors, $\lambda^*$ est la solution implicite de l'équation suivante :

$$\lambda^* = \frac{2}{\sqrt{3}} - \sqrt[3]{\frac{K}{K+1+\frac{\log(d/D)}{\log(\lambda^*)}}} \tag{1.5.11}$$

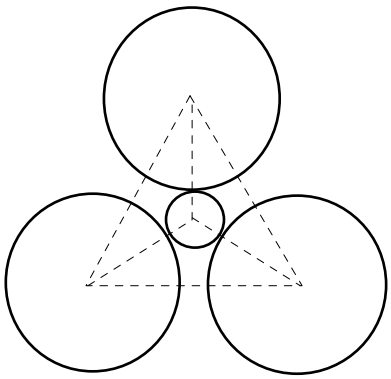


*Fig. 1.5.6. Augmentation du seuil de percolation critique $\lambda^*$ suite à une diminution du volume des gros grains.*

Pour K=9 et d/D=$10^{-4}$, on trouve numériquement, pour $\lambda^*$, une valeur de 0,38 ≈ 1/2,6. Dans ce cas, le diagramme de remplissage est constitué de 10 tranches. Le potentiel minimum de ségrégation, déduit de l'équation 1.5.6, est alors égal à 0,53. La distribution des tailles élémentaires à l'intérieur de chaque tranche d'intervalle [$d_{i+1}$,

$d_i$] n'aura aucun effet sur la capacité de ségrégation du mélange, tandis que les proportions respectives des différentes tranches sont, elles, critiques.

Pour calculer les valeurs $S_i$ des différentes tranches, souvenons-nous que K est un terme cumulatif. Alors, en utilisant l'équation 1.5.3, on trouve simplement $S_i$ en additionnant les paramètres $K_j$ des différentes classes élémentaires regroupées dans l'intervalle [$d_{i+1}$, $d_i$].

### 1.5.3 Exemples. Quelques simulations avec le MEC

Dans les exemples suivants, plusieurs distributions granulaires de même étendue ($10^{-4}$) et de même indice K (égal à 9) sont comparées. Les courbes granulométriques sont reportées sur la figure 1.5.7. Les compacités et les potentiels de ségrégation sont donnés dans le tableau 1.5.1, et les diagrammes de remplissage sont présentés dans les figures 15.8 à 1.5.14.

*Tab. 1.5.1. Compacité et potentiel de ségrégation de différentes distributions*

| | Optimum | Fuller | Faury | Dreux | Uniforme | Discontinue | S minimum |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Phi_{opt}$ | **0,929** | 0,869 | 0,927 | 0,914 | 0,891 | 0,928 | 0,926 |
| S | 0,59 | 0,96 | 0,59 | 0,80 | 0,85 | 1,00 | 0,53 |

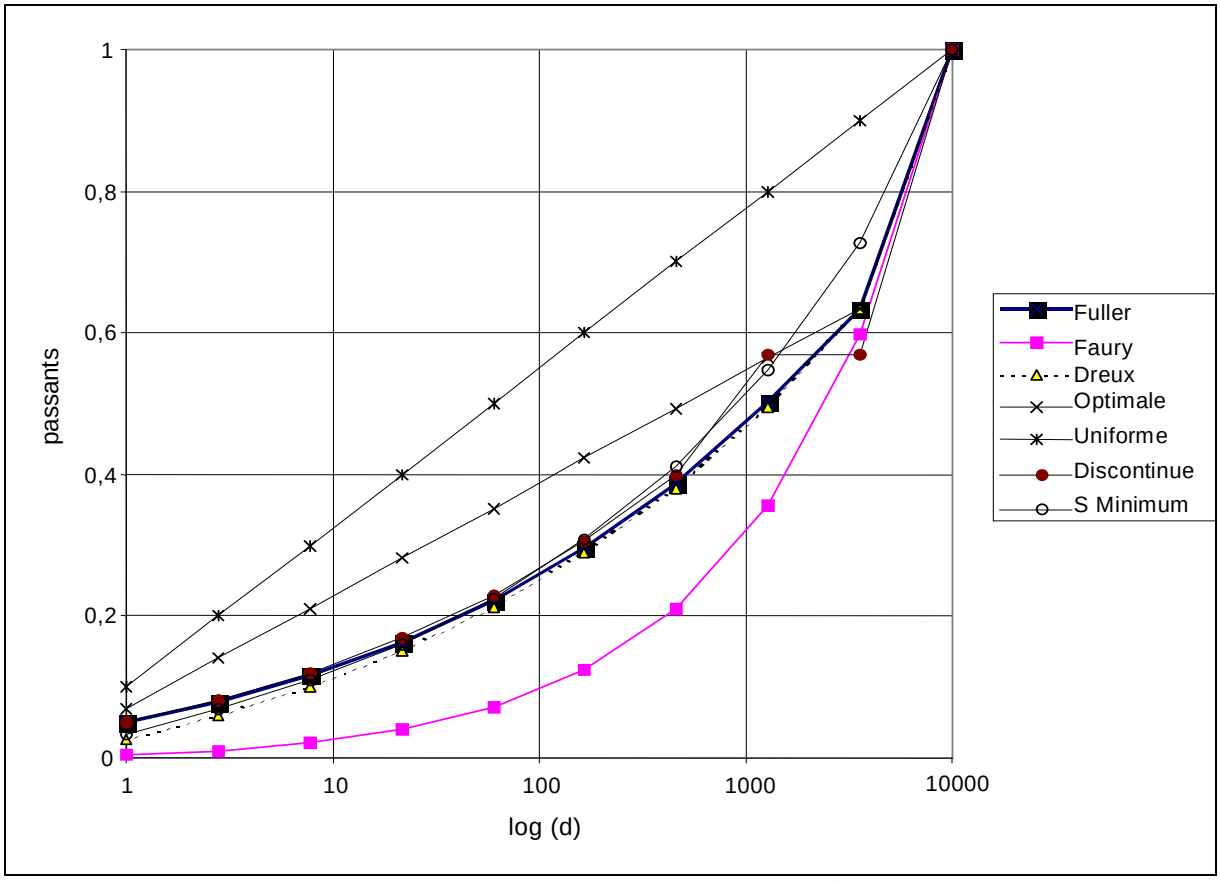



*Fig. 1.5.7. Courbes granulaires simulées.*

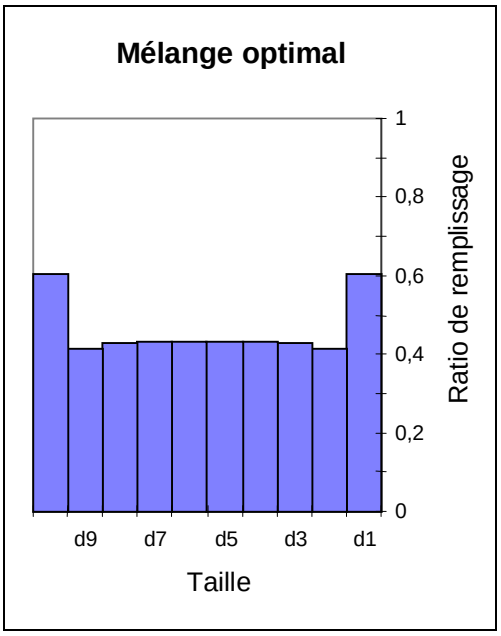



*Fig. 1.5.8. Diagramme de remplissage de la distribution optimale.*

La distribution de référence, déjà présentée au paragraphe 1.4.4, est celle qui conduit à la compacité maximale. Son diagramme de remplissage est uniforme, excepté pour les deux classes extrêmes qui sont quelque peu sur-représentées (en ce qui concerne la proportion de remplissage).

La courbe de Fuller, tracée sur la figure 1.5.9. correspond à une distribution uniforme dans un diagramme dont l'abscisse est graduée en racine carrée de la grosseur des grains. La compacité est sensiblement plus faible que celle trouvée pour la distribution de référence, et le diagramme de remplissage montre qu'il y a une carence graduelle de particules lorsque l'on se déplace vers le coté des éléments fins.

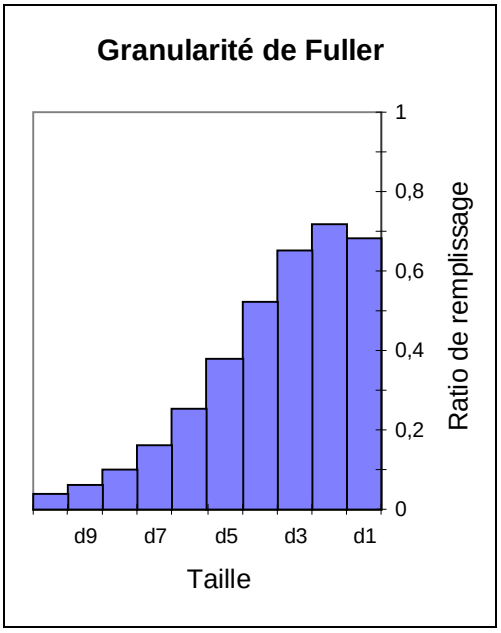



*Fig. 1.5.9. Diagramme de remplissage de la distribution de type "Fuller".*

La distribution de Faury – une ligne brisée dans un diagramme d'abscisse graduée en racine cinquième du diamètre – est, comme déjà noté au paragraphe 1.4.4, voisine de la distribution optimale[8]. Toutefois, le diagramme de remplissage, donné dans la figure 1.5.10, montre un risque modéré de ségrégation par manque de grains fins.

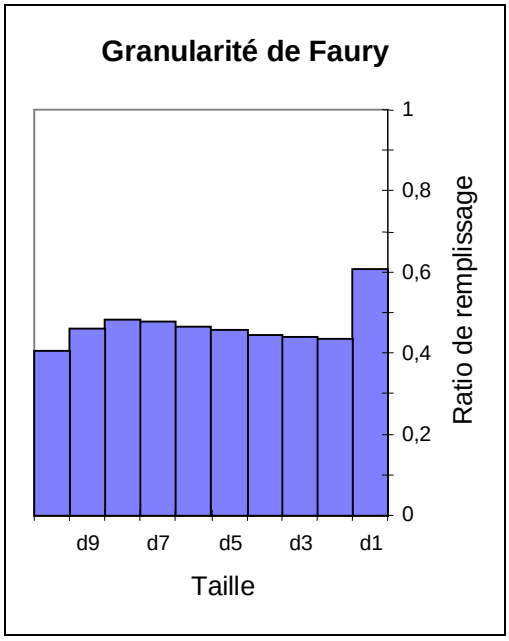



*Fig. 1.5.10. Diagramme de remplissage de la distribution de type "Faury".*

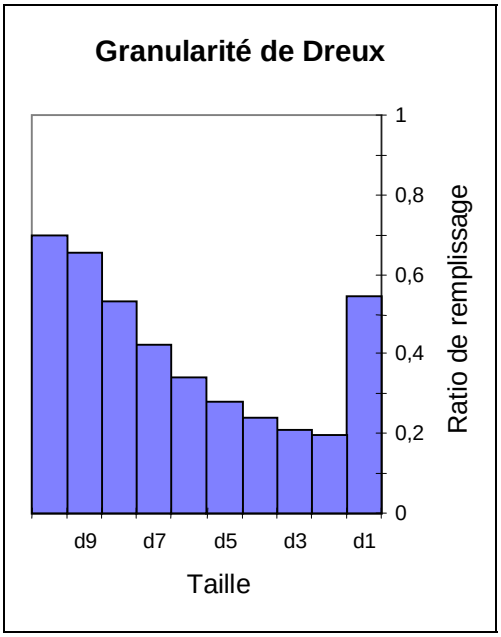



*Fig. 1.5.11. Diagramme de remplissage de la distribution de type "Dreux".*

[8] ici, la proportion de la fraction grossière a été prise égale à celle de la distribution optimale de référence

Quant à la distribution de Dreux (une ligne brisée dans un diagramme semi-logarithmique[9]), elle réalise une compacité assez satisfaisante, mais présente un sous dosage des classes intermédiaires, du coté des gros grains (figure 1.5.11). De ce fait, le potentiel de ségrégation est élevé.

Contrairement au cas de Fuller, une distribution uniforme (dans un diagramme semi-logarithmique) produit un surdosage en éléments fins. La compacité est toujours faible, et le potentiel de ségrégation reste élevé (figure 1.5.12).

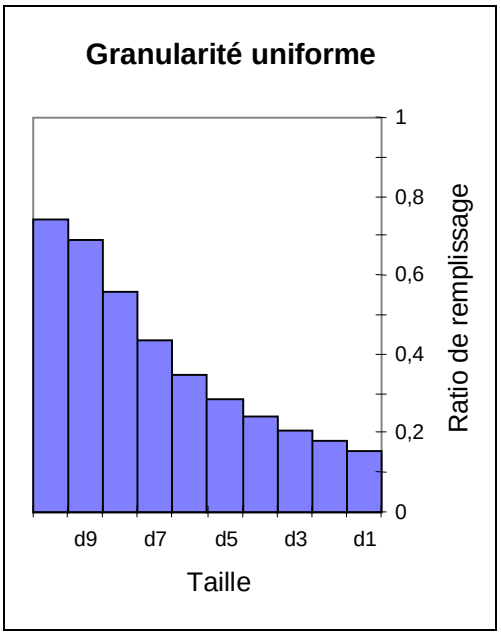



*Fig. 1.5.12. Diagramme de remplissage de la distribution uniforme.*

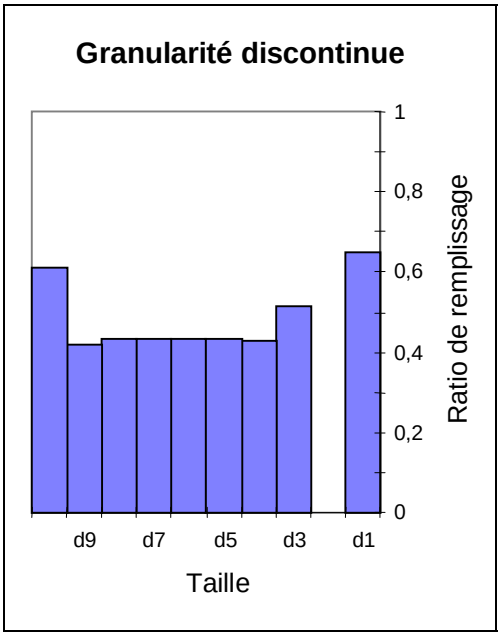



*Fig. 1.5.13. Diagramme de remplissage de la distribution de type discontinue.*

[9] idem (remarque précédente)

Un exemple intéressant est celui du mélange discontinu (figure 1.5.13), où la deuxième classe (en partant de la plus grosse) est absente ($\Phi_2$=0). Le reste du mélange a été optimisé. La compacité est presque aussi élevée que celle de la distribution optimale, et la courbe granulaire tend à s'approcher de la courbe continue de référence. Comme une fraction est totalement manquante, le potentiel de ségrégation est maximum[10]. On découvre ainsi que dans le processus d'optimisation, les fractions voisines tendent à suppléer partiellement l'absence d'une classe manquante.

Enfin, le mélange continu a été optimisé une nouvelle fois, en cherchant à minimiser le potentiel de ségrégation (avec un indice K constant), plutôt que de maximiser la compacité.

La courbe granulaire obtenue est proche de celle qui donne la compacité maximale. Le surdosage des tranches extrêmes a disparu, et le diagramme de remplissage est devenu uniforme (figure 1.5.14). Le potentiel de ségrégation atteint la valeur de 0.53, valeur déjà calculée avec le modèle appolonien (paragraphe 1.5.2).

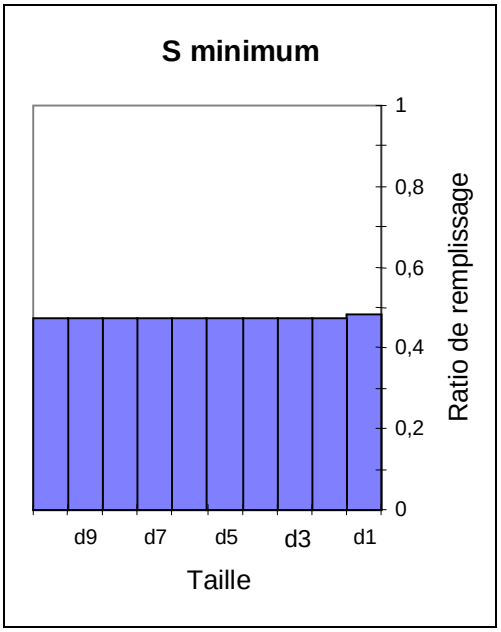



*Fig. 1.5.14. Diagramme de remplissage de la distribution minimisant le potentiel de ségrégation.*

Les concepts développés sont donc tout à fait pertinents pour analyser les mélanges de grains. Ils montrent manifestement que la maîtrise de la distribution des tailles de grains est un facteur déterminant, non seulement pour obtenir un empilement dense, mais aussi pour éviter que cet empilement ne ségrège. Lorsque l'on a par exemple une étendue granulaire élevée ou des mélanges de haute compacité, le potentiel de ségrégation est un outil plus sensible (que la compacité) pour optimiser le mélange. Le diagramme de remplissage peut alors être utilisé pour vérifier si une certaine taille

[10] on peut penser que ce mélange théorique est probablement peu disposé à la ségrégation, bien qu'il présente une valeur S égale à 1. En effet, les tranches granulaires contiennent en pratique quelques grains extérieurs aux coupures nominales. Les classes élémentaires devant normalement se trouver groupées dans la seconde tranche manquante sont donc, malgré tout, quelque peu représentées dans le mélange.

de particules est surdosée ou sousdosée, par comparaison aux autres tailles. Bien entendu, ce diagramme peut être construit en tenant compte des conditions aux limites. Un mélange granulaire bien distribué, considéré dans un volume infini, peut devenir surdosé en gros grains lorsqu'il est confiné dans un petit récipient.

## 1.6 Résumé du chapitre

Les questions relatives à la compacité et à l'homogénéité des mélanges granulaires secs ont été examinées dans ce chapitre.

En ce qui concerne la compacité, une première distinction a été faite entre compacité *virtuelle* et compacité *réelle*. La compacité virtuelle est la valeur maximale qui peut être obtenue avec un mélange donné, chaque grain étant placé un à un. C'est une caractéristique du mélange seul. La compacité réelle est le résultat d'un processus de mise en place particulier. Elle est contrôlée non seulement par la nature du mélange, mais aussi par les techniques de mélange, de placement et de compactage. A ce stade, seuls les mélanges réalisés dans un conteneur de grandes dimensions (par comparaison à la taille maximale des grains) ont été considérés.

Un modèle a été construit pour calculer la compacité virtuelle. Les paramètres de ce modèle sont la distribution des tailles de grains et la compacité virtuelle de chaque classe prise isolément (appelée aussi *compacité résiduelle*, symbolisée par $\beta_i$). La principale hypothèse de ce modèle est que les interactions granulaires, dans n'importe quel mélange, sont de nature *binaire* essentiellement. Il a été ensuite démontré qu'il y a toujours au moins une classe *dominante*, laquelle réalise la continuité et la transmission des contraintes dans tout le mélange sec. Cette classe subit deux types d'interaction des autres classes : un effet de paroi (des classes grossières) et un effet de desserrement (des classes fines). Ces effets sont supposés rester additifs dans tout le volume du conteneur.

A partir du calcul de la compacité virtuelle, un second modèle est proposé pour calculer la compacité réelle, appelé "*Modèle d'Empilement Compressible*". Une relation a été établie entre la compacité virtuelle et l'indice de serrage K, paramètre d'échelle caractérisant le processus de construction de l'empilement. Le modèle a alors nécessité deux types d'étalonnage, l'un se rapportant aux coefficients d'interaction, l'autre à l'indice de serrage. Des séries de mélanges binaires expérimentaux ont permis tout d'abord d'ajuster des équations pour les coefficients d'interaction. Comme attendu, ces coefficients sont principalement contrôlés par le rapport de taille des deux classes considérées. Le modèle a ensuite été largement validé sur plusieurs séries de données expérimentales indépendantes. Les valeurs de l'indice de serrage affectées à chaque type d'empilement expérimental se sont alors rangées logiquement, depuis les valeurs faibles de K (pour un empilement peu serré) jusqu'à des valeurs fortes de K (pour un empilement dense comprimé et vibré). Connaissant l'indice de serrage d'après le procédé de mise en place, le modèle est alors capable de prédire la compacité de n'importe quelle combinaison de classes unimodales à partir des valeurs des compacités résiduelles. La précision obtenue est généralement supérieure à 99%, en valeur absolue.

Une généralisation du modèle a alors été opérée en incluant l'effet des conditions aux limites. La paroi du conteneur crée une zone perturbée dans le mélange, laquelle affecte d'un certain facteur chaque compacité résiduelle des tranches unimodales. Il est alors facile de calculer la valeur moyenne de la compacité résiduelle dans le volume du conteneur, pour chaque tranche granulaire. Tous les effets sont additifs et le formalisme du modèle reste inchangé. De même, lorsque des fibres rigides sont introduites dans le mélange, chaque fibre est entourée par une zone poreuse où la proportion d'une taille donnée est nulle, réduisant ainsi la valeur moyenne de la compacité résiduelle correspondante. Enfin, dans un mélange

granulaire continu d'étendue très large, seule la capacité d'empilement des fractions grenues est affectée par les conditions aux limites.

La question de l'optimisation des mélanges secs a ensuite été abordée. Pour une meilleure compréhension du problème, un modèle simplifié, appelé modèle *appolonien*, est proposé. Il correspond à une voie intuitive pour construire un empilement polydispersé dense : on place dans un conteneur un volume maximum de gros grains ; on y ajoute ensuite un volume maximum de grains assez petits pour s'ajuster dans les vides de la première fraction ; on répète alors l'opération jusqu'à ce que plus aucune classe granulaire ne soit disponible. Les compacités virtuelle et réelle optimales peuvent être calculées avec ce modèle, lesquelles conduisent à des distributions granulaires optimisées. On s'aperçoit cependant que les proportions à l'optimum dépendent fortement des valeurs individuelles $\beta_i$ des compacités virtuelles. De même, on trouve que la répétition du procédé jusqu'à l'infini conduit à une valeur nulle pour la porosité virtuelle, mais pas pour la porosité réelle.

Ces résultats théoriques ont été vérifiés avec le MEC, par simulations numériques. L'évolution de la porosité virtuelle et réelle en fonction du spectre granulaire, déjà prédite par le modèle appolonien, est bien vérifiée. La distribution optimale apparaît plutôt continue, proches des courbes théoriques de Faury, mais avec un surdosage des fractions extrêmes. Par ailleurs, l'effet des différences entre les valeurs de $\beta_i$ est confirmé. Il apparaît alors que le concept d'une *courbe granulaire universelle idéale* n'est valable uniquement que pour des grains ayant la même forme sur toute l'étendue granulaire, et pour un indice K donné. C'est évidemment un cas plutôt rare. Qui plus est, la distribution idéale pour un ensemble de classes granulaires données, et pour un procédé d'empilement donné, dépend aussi des conditions aux limites. Le modèle nous permet de prendre en compte l'effet de paroi du conteneur et la présence de fibres rigides.

Dans la dernière section de ce chapitre, une tentative est faite, en utilisant le formalisme du MEC, pour estimer la probabilité de ségrégation. Deux outils simples ont été définis, qui satisfont toutes les connaissances de base sur la ségrégation. Le *diagramme de remplissage* est un diagramme donnant la hauteur relative de chaque tranche granulaire (appelé le *rapport de remplissage*) qui pourra se séparer dans le cas d'une ségrégation sévère. Ces tranches granulaires incluent ici les classes élémentaires trop proches en tailles pour s'infiltrer les unes les autres. Un mélange bien distribué aura des valeurs uniformes dans ce diagramme. Aussi, si une suite de tailles est sous-dosée localement, comme dans un mélange discontinu, le diagramme donnera un rapport de remplissage faible à ce niveau. Enfin, un *potentiel de ségrégation* a été défini à partir des plus faibles valeurs observées dans l'étendue granulaire. Il apparaît que ce potentiel de ségrégation peut être un indice numérique pratique pour optimiser la stabilité des mélanges.

# 2. *Relations entre composition et propriétés du béton*

Ce second chapitre est consacré à la description des modèles reliant les proportions du mélange aux principales propriétés du béton. Contrairement aux méthodes classiques de formulation, qui ne considèrent généralement que l'affaissement et la résistance à la compression à 28 jours (comme critères de caractérisation), le but est ici de proposer une approche plus globale, intégrant la grande majorité des qualités qui intéressent les ingénieurs.

Nous débuterons logiquement par l'analyse des propriétés du béton frais, en insistant plus particulièrement sur les aspects rhéologiques. Nous traiterons ensuite le problème de la chaleur d'hydratation durant le durcissement, facteur prépondérant pour toutes les structures massives. Nous poursuivrons par la résistance à la compression, qui reste le critère le plus typique du béton. La résistance à la traction sera aussi examinée, en tant que paramètre critique dans certaines applications particulières, comme le béton non armé. Des modèles décrivant la déformabilité compléteront les propriétés mécaniques ; ils incluront le module d'élasticité, le fluage et le retrait. Enfin, bien qu'il n'existe encore, à notre connaissance, aucun modèle reliant la formulation aux propriétés de durabilité, nous montrerons que la perméabilité aux gaz peut être corrélée à la résistance à la compression. La dernière section résumera les concepts d'empilement utilisés dans le chapitre.

## 2.1 Propriétés du béton frais

Les principales propriétés du béton frais sont examinées ci-après. Sont tout d'abord analysées les lois qui gouvernent, du point de vue rhéologique (mécanique), le comportement durant l'écoulement. Le béton est alors décrit comme un matériau de type *Herschel-Bulkley*, caractérisé par trois paramètres physiques. Il est toutefois montré que le modèle de *Bingham* constitue très souvent une approximation acceptable, ce qui, pour l'aspect pratique, réduit à deux le nombre des paramètres (le seuil de cisaillement et la viscosité plastique). L'un d'eux (le seuil de cisaillement) est bien corrélé à l'affaissement au cône d'Abrams. Des modèles, reposant sur les développements théoriques présentés au chapitre 1, sont alors proposés pour déduire ces paramètres de la formule du béton.

Une application encore plus directe des concepts d'empilement est la définition de la *compactabilité* du béton. En effet, après le transport (étape durant laquelle le béton est cisaillé), le mélange granulaire est coulé puis serré dans un volume donné. Il est alors caractérisé par un indice de serrage qui dépend de la teneur en vide résiduel. Plus ce vide est important, plus cet indice est inférieur à l'indice théorique qui caractérise le mode de mise en place.

La teneur en air du béton frais, qui subsiste après serrage normalisé, sera aussi abordée. Enfin, après des considérations sur la ségrégation et le ressuage, des modèles simplifiés décrivant la maniabilité du béton frais seront proposés. Certains de ces modèles permettront le traitement analytique du problème de la formulation (au chapitre 4.2).

## 2.1.1 Comportement rhéologique du béton frais

### Définition et mesure

Le béton frais est un matériau intermédiaire entre un fluide et un empilement humide de particules. Comme un liquide, il doit couler pour emplir un volume de forme quelconque (ayant toutefois des dimensions supérieures à la taille maximale des granulats). Notons cependant qu'à la différence d'un fluide, le mélange granulaire, lorsqu'il est cisaillé, présente des variations volumiques, et il peut perdre son homogénéité (paragraphe 1.5).

Les fluides courants à pression ordinaire, considérés homogènes et incompressibles, sont généralement caractérisés par les outils rhéologiques. Le but de la rhéologie est d'établir les relations entre contrainte et vitesse de déformation. Comme le volume fluide reste quasiment constant durant l'écoulement, les lois deviennent des relations entre contrainte et vitesse de cisaillement (ou gradient de vitesse). Ces lois peuvent s'appliquer au béton frais s'il satisfait deux critères :

— il ne doit pas ségréger durant l'écoulement,

— son volume doit rester le plus constant possible durant le cisaillement.

Les bétons de consistance ferme à plastique ont toutefois un comportement "dilatant" et ils contiennent, lorsqu'ils sortent du malaxeur, une part non négligeable d'air piégé (5 à 30% ou plus). Ces bétons s'écartent du champ rhéologique et ils ne peuvent être caractérisés que par des essais technologiques. Par conséquent, d'un point de vue pratique, seuls les mélanges suffisamment fluides, bien gradués, peuvent être traités par les outils rhéologiques. Il s'agit des bétons présentant un *affaissement au cône d'Abrams supérieur à 100 mm*, qui ne présentent aucune ségrégation excessive durant l'essai de cisaillement [Hu *et al.* 1995]. A titre d'illustration, la figure 2.1.1 montre, en fonction de l'affaissement, la variation de plusieurs paramètres lorsque la quantité d'eau passe de 183 à 211 l/m$^3$ dans un béton ayant des rapports gravillon/sable de 1,56 et granulat/ciment de 4,36. On peut voir, pour les affaissements inférieurs à 100 mm, que le mélange présente une forte *dilatance*. De même, la viscosité plastique apparente – définition donnée plus loin – chute brutalement, ce qui montre que l'échantillon subi en son sein des ruptures locales, alors qu'il devrait être cisaillé partout de la même façon.

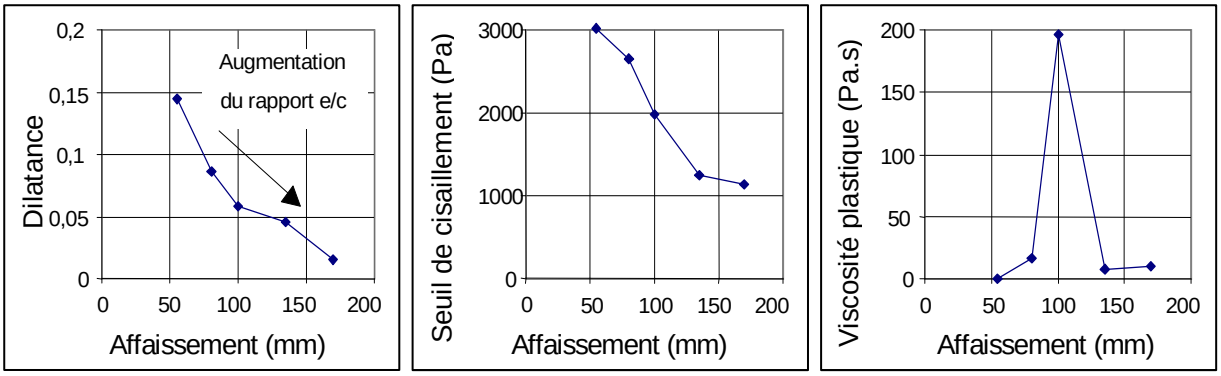



*Fig. 2.1.1. Effet du dosage en eau sur le comportement d'un béton frais. La dilatance est définie comme la différence relative entre le volume de béton cisaillé à basse vitesse et le volume après consolidation [Hu 1995]. Mesures inédites réalisées avec le rhéomètre BTRHEOM.*

Un *rhéomètre* est un appareil destiné à mesurer au sein d'un fluide les relations entre contrainte de cisaillement et gradient de vitesse. Il en existe différent type [Hu 1995], le plus populaire est le viscosimètre coaxial, ou "viscosimètre de Couette". Toutefois, la nécessité d'avoir entre les cylindres une distance qui soit à la fois petite, comparée au rayon intérieur, et grande, comparée à la dimension maximale des granulats, conduit, pour les bétons, à concevoir un appareillage gigantesque. Un tel instrument a été construit par Coussot pour des suspensions de laves torrentielles [Coussot et Piau 1995] ; sa capacité est d'environ 0,5 $m^3$. Ce rhéomètre est très précieux pour confirmer la validité des mesures faites sur de plus petites machines [Hu *et al.* 1996], mais, hormis ce contexte, il n'a que peu d'intérêt pratique pour le béton.

Quelques chercheurs ont développé de plus petits viscosimètres coaxiaux pour béton. Mais, dans ces appareils, la rotation à faible vitesse crée un phénomène "d'écoulement-piston" qui révèle que seule une partie de l'échantillon est cisaillée [Hu *et al.* 1995]. Les gros éléments du mélange ont alors tendance a se diriger vers des zones mortes, ce qui change localement la composition et les propriétés du béton et conduit à une sous-estimation systématique de la viscosité du mélange [Hu 1995].

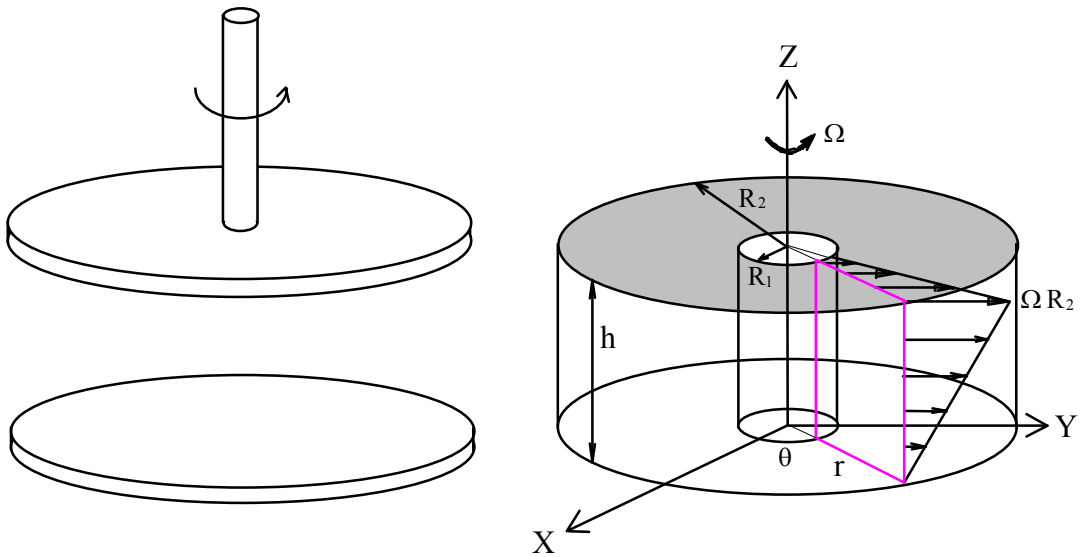



*Fig. 2.1.2. Ecoulement du béton dans un rhéomètre à plans-parallèles [de Larrard et al. 1994e, Hu 1995].*

Une géométrie de type plans-parallèles paraît préférable pour tester un béton grossier. Un couple de torsion est alors imposé à l'échantillon au moyen de deux plans parallèles, l'un tournant autour de l'axe perpendiculaire aux plans (figure 2.1.2). Ce principe a été adopté pour la conception du rhéomètre BTRHEOM [de Larrard *et al.* 1994e, Hu 1995]. On notera que le champ de déformation imposé par la géométrie de l'appareil n'est pas uniforme, comme dans le viscosimètre de Couette, car il est imposé par la vitesse de rotation du plan supérieur. On peut toutefois, par intégration du champ de déformation, calculer la loi de comportement du matériau testé à partir de la relation existant entre le couple de torsion et la vitesse angulaire. Le rhéomètre BTRHEOM est présenté sur la figure 2.1.3.

Dès que le récipient du rhéomètre est rempli avec le béton frais à tester, une vibration légère est appliquée pour consolider le matériau. L'échantillon est alors

cisaillé à la vitesse maximale (qui correspond généralement à une rotation de 0,8 tours/s), puis la vitesse diminue par paliers successifs, jusqu'à 0,2 tours/s. Le moment de torsion est mesuré à chaque étape, après stabilisation d'environ 20 s. Cinq valeurs (moment de torsion, vitesse de la rotation) permettent à l'utilisateur d'apprécier le comportement rhéologique de béton frais, pour un gradient de déformation compris entre 6 et 0,25 $s^{-1}$. Dans la plupart des opérations de coulage, il est avéré que le gradient de déformation du béton frais est compris dans cette plage.

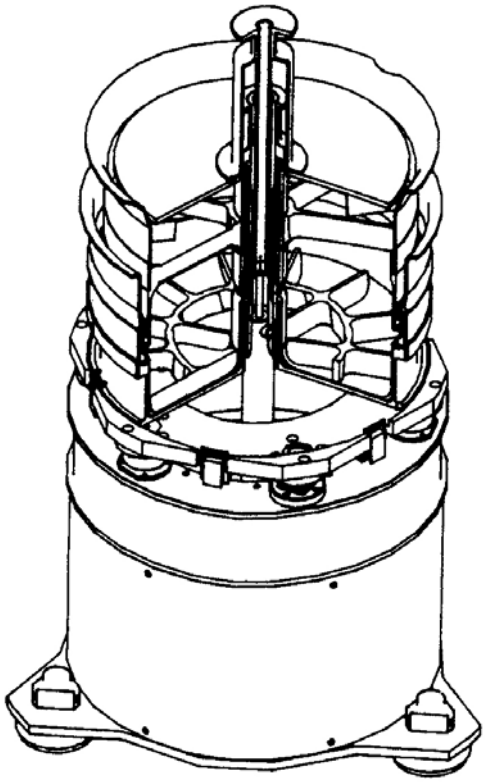


*Fig. 2.1.3. Le rhéomètre BTRHEOM, développé au LCPC (Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris) [de Larrard et al. 1994e].*

### Le modèle de Herschel-Bulkley

Tatersall et ses collègues ont montré, il y a déjà plus de vingt ans, que l'on ne pouvait plus caractériser logiquement l'écoulement du béton frais être par un seul paramètre, appelé consistance ou maniabilité, mais que deux termes étaient nécessaires [Tatersall 1991].

Plus récemment, la réalisation d'un vaste plan expérimental, comprenant plus de 78 mélanges différents formulés avec les mêmes ingrédients, a permis de montrer que le comportement du béton frais s'ajustait tout à fait bien au modèle de *Herschel-Bulkley* [Ferraris et de Larrard 1998, de Larrard *et al.* 1998], du moins dans la gamme des gradients de vitesse testés. Ce modèle suppose l'existence d'une loi de puissance entre contrainte de cisaillement et gradient de vitesse :

$$\tau = \tau_0 + m\dot{\gamma}^n \qquad (2.1.1)$$

où

— $\tau$ est la contrainte de cisaillement appliquée à l'échantillon ;

— $\dot{\gamma}$ est le gradient de vitesse ;

— $\tau_0$, m et n sont trois paramètres qui caractérisent l'écoulement du matériau testé[11].

Une équation similaire peut être obtenue dans un rhéomètre à plans parallèles, en remplaçant respectivement le moment de torsion et la vitesse de rotation par la contrainte de cisaillement et le gradient de vitesse. A titre d'exemple, on trouvera sur la figure 2.1.4 les résultats obtenus sur l'un des mélanges testés, pour une large gamme de gradients de déformation. Une loi de puissance est alors déduite de ces mesures, en utilisant la méthode des moindres carrés. Les trois paramètres caractérisant le matériau sont déduits des coefficients d'ajustement.

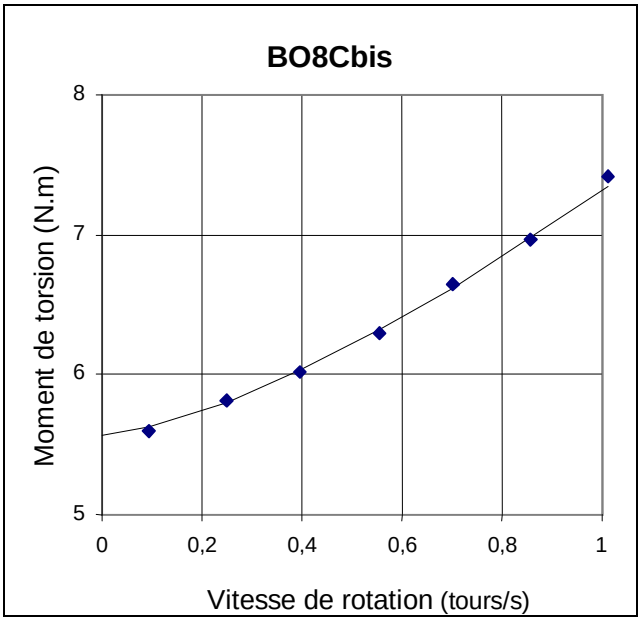



*Fig. 2.1.4. Relation entre moment de torsion et vitesse de rotation pour un béton autoplaçant testé dans le rhéomètre BTRHEOM. Lissage des résultats expérimentaux selon le modèle de Herschel-Bulkley [Ferraris et de Larrard 1998]. Durant l'essai, le gradient de vitesse a varié de 0,13 à 7,6 $s^{-1}$.*

### Approche simplifiée : le modèle de Bingham

Le modèle de Bingham a été diffusé dans les milieux scientifiques du béton grâce aux travaux de Tatersall, résumés dans la référence [Tatersall 1991]. Ce modèle est en fait un modèle Herschel-Bulkley dont l'exposant *n* est égal à 1 ; le paramètre *m* devient la *viscosité plastique μ* (mesurée en Pa.s - pascal.seconde). Mais, en pratique, l'exposant du modèle de Herschel-Bulkley diffère sensiblement de 1. C'est ce qu'indiquent par exemple les valeurs obtenues durant la réalisation du plan expérimental entrepris par Ferraris et de Larrard, où *n* valait en moyenne 1,53 pour les mélanges sans superplastifiant et 1,36 pour les mélanges superplastifiés [Ferraris

[11] à la place de m et n, a et b sont les symboles habituels des paramètres de Herschel-Bulkley. Ils n'ont pas été retenus ici, car ils sont utilisés ailleurs.

et de Larrard 1998]. Cependant, pour le béton frais, plusieurs difficultés sont liées à l'emploi d'un modèle à trois paramètres :

— lorsque le nombre de points expérimentaux est limité, l'incertitude sur la valeur de chaque paramètre est plus importante que dans un modèle à deux paramètres ;

— le contrôle des propriétés d'écoulement du béton devient plus complexe lorsque l'on change les proportions de la formule ;

— les praticiens peuvent montrer une certaine réserve à utiliser les outils rhéologiques si les paramètres sont trop nombreux, et si ils ne se rapportent pas à l'expérience concrète de terrain, aux différents stades de la construction.

C'est pourquoi nous proposons de garder le modèle de Bingham comme modèle descriptif du comportement du béton frais, à condition toutefois d'exploiter préalablement les essais rhéomètriques selon le modèle de Herschel-Bulkley. Cette approche est résumée sur la figure 2.1.5. Le rhéogramme de Herschel-Bulkley (c'est-à-dire la courbe contrainte de cisaillement / gradient de vitesse) est remplacé dans l'intervalle $[0, \dot{\gamma}_{max}]$ par une ligne droite obtenue par régression linéaire sur la plage expérimentale, selon la méthode des moindres carrés. $\dot{\gamma}_{max}$ est ici le gradient maximum de vitesse appliqué à l'échantillon durant l'essai (6 $s^{-1}$ en général). Cette droite part du point $(0,\tau_0)$ qui est la valeur du seuil de cisaillement obtenue avec le modèle de Herschel-Bulkley. La viscosité plastique est déduite des autres paramètres de ce modèle, selon la relation [Ferraris et de Larrard 1998] :

$$\mu = \frac{3\,m}{n+2}\,\dot{\gamma}_{max}^{n-1} \qquad (2.1.2)$$

Notons que l'on pourrait trouver un seuil de cisaillement négatif, surtout pour les bétons autoplaçants [Ferraris et de Larrard 1998], si la régression linéaire était réalisée directement, comme proposé par Tatersall [Tatersall 1991], dans le repère "moment de torsion / vitesse de rotation".

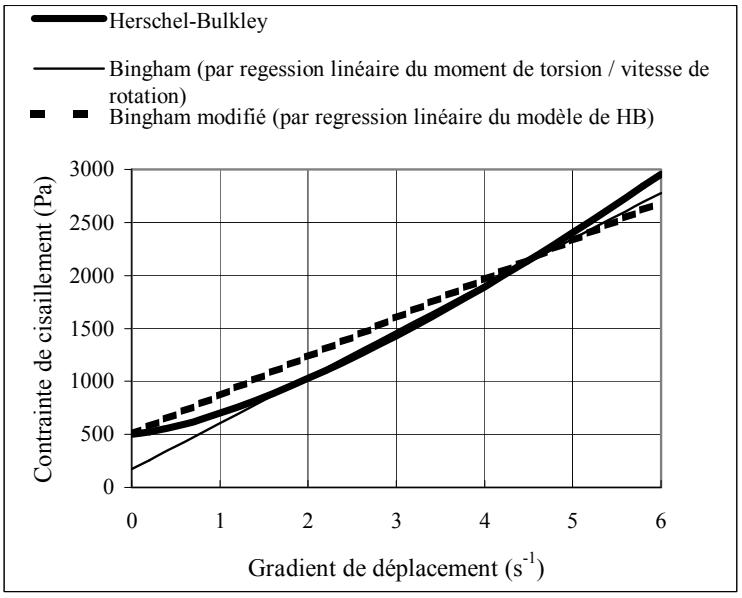



*Fig. 2.1.5. Approximation linéaire du modèle de Herschel-Bulkley par le modèle de Bingham.*

### Une explication physique du modèle de Bingham

Considérons le béton frais comme un mélange granulaire suspendu dans l'eau ; supposons de plus que tous les grains appartiennent à la phase solide (y compris ciment et particules ultrafines, s'il y en a) et que la teneur en air soit négligeable. Le volume minimum d'eau est alors égal à la porosité de l'empilement sec. Par définition, le mélange non maniable est donc un empilement dense dont la porosité est juste saturée par l'eau (figure 2.1.6-a).

Un accroissement du dosage en eau crée un certain jeu entre les grains et des glissements (déplacements) deviennent possibles (figure 2.1.6-b). Lorsqu'une contrainte de cisaillement est appliquée au système, une déformation va se produire, à condition toutefois que la contrainte soit suffisante pour vaincre les forces de friction entre particules. Le *seuil de cisaillement* est alors contrôlé par le nombre et par la nature des contacts inter-grains, et non pas par la phase liquide dont le seul rôle est d'influer sur la distance moyenne entre grains.

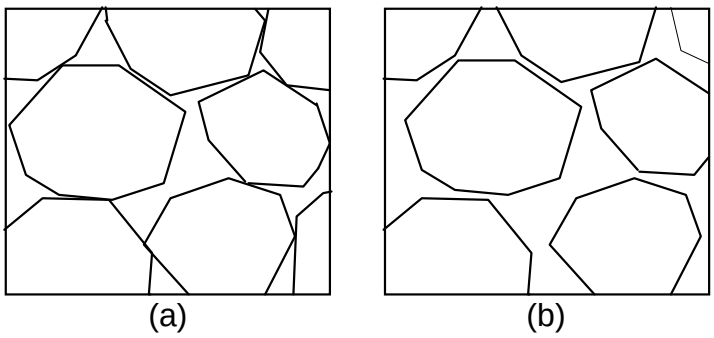



*Fig. 2.1.6. De l'empilement sec à la suspension maniable de particules.*

Appliquons maintenant un gradient de vitesse d'ordre macroscopique et supposons que le champ de vitesse au sein du milieu ne dépende que d'un seul paramètre. Dans ce cas, si deux expériences sont réalisées sur le même système granulaire, avec deux gradients de vitesse différents, le mouvement des particules sera statistiquement le même, à l'échelle du temps près. Certes, le champ de vitesse entre les grains sera très complexe, mais il demeurera proportionnel au gradient de vitesse imposé au système. En admettant que le fluide soit newtonien[12] et que l'écoulement reste laminaire, sa contribution à la contrainte totale sera alors proportionnelle au gradient de vitesse moyen. Par conséquent, selon la forme classique du modèle de Bingham :

$$\tau = \tau_0 + \mu\dot{\gamma} \qquad (2.1.3)$$

le terme $\tau_0$ apparaît comme la contribution de la phase solide, et le terme $\mu\dot{\gamma}$ comme celle de la phase liquide (figure 2.1.7).

L'hypothèse qu'un seul paramètre contrôle le champ de déplacement d'une particule, dans une large gamme de gradients macroscopiques de vitesse, n'est en fait qu'une approximation. En réalité, le degré de défloculation peut varier avec la vitesse et provoquer des changements dans les circulations fluides au sein du milieu poreux. La viscosité plastique est donc dépendante du gradient de vitesse et, en pratique, on observe bien un comportement non-linéaire de type Herschel-Bulkley.

[12] ce qui signifie que la contrainte est directement proportionnelle au gradient de vitesse.

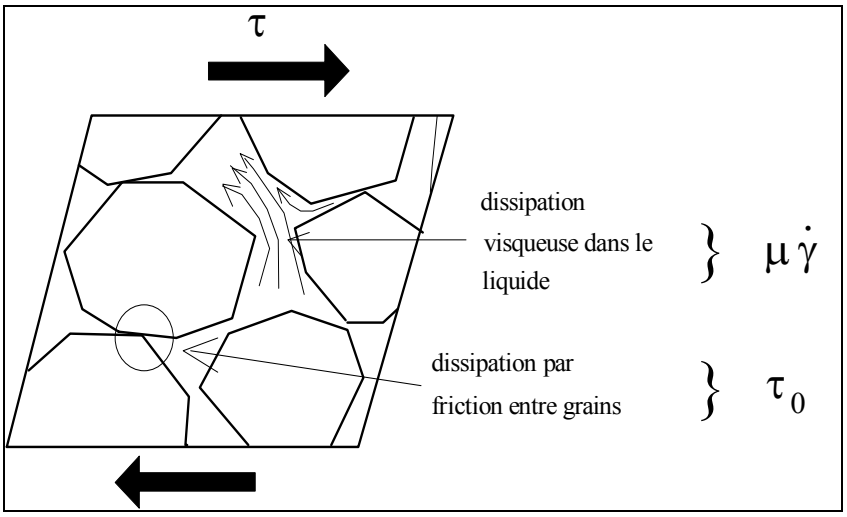



*Fig. 2.1.7. Contributions de la phase solide et de la phase liquide à la résistance au cisaillement du béton*

### Rhéologie du béton frais dans le temps

Le béton frais est par nature un système en déséquilibre (sous l'angle thermodynamique). Dans toute application pratique (excepté la technologie du béton projeté), la connaissance du comportement rhéologique au cours des deux premières heures après malaxage est toute aussi importante que la mesure des propriétés initiales ; c'est finalement le comportement au moment du coulage qui importe le plus.

*Tab. 2.1.1. Evolution des paramètres rhéologiques pendant le délai de mise en œuvre du béton frais. Interprétation et remèdes [de Larrard et al. 1996c].*

| Cas | Seuil de cisaillement | Viscosité plastique | Affaissement | Surface supérieure de l'échantillon | Interprétation | Remède |
|---|---|---|---|---|---|---|
| I | → | → | → | - | Mélange stable | - |
| II | ↑ | → | ↓ | - | Activité chimique | Ajouter un retardateur ou changer le système ciment/superplastifiant |
| III | ↑ | ↑ | ↓ | - | Absorption d'eau | Présaturer les granulats |
| IV | ↓ | →/↓ | →/↑ | Remontée de gros granulats | Ségrégation entre mortier et gravillon | Changer les granulats ou ajouter un agent de viscosité |

Il est maintenant possible de contrôler sur un seul échantillon le comportement dans le temps du béton frais. Cette procédure allège non seulement l'aspect expérimental, mais elle évite aussi les erreurs d'échantillonnage qui pourraient entacher les comparaisons faites sur des essais différés. Le tableau 2.1.1 propose une classification du comportement rhéologique relié aux propriétés physico-chimiques du ciment. Elle est fondée sur des contrôles réalisés avec le rhéomètre BTRHEOM ([de Larrard *et al.* 1996c]). Le phénomène physique qui se produit le plus souvent dans le béton frais est une absorption différée de l'eau par le squelette minéral. D'après les schémas présentés ci-dessus, elle provoque à la fois un accroissement du seuil de cisaillement et une augmentation de la viscosité plastique. Un deuxième phénomène, toujours d'ordre physique, est l'apparition d'une ségrégation entre gravillon et mortier. Dans le rhéomètre, ce phénomène crée une chute de la viscosité plastique apparente, et, à un degré moindre, une baisse du seuil de cisaillement. Un

phénomène *chimique* survient quelquefois aussi, en présence de superplastifiant notamment. Il provient d'une adsorption préférentielle de l'adjuvant sur la phase sulfatée ; celle-ci provoque une première hydratation qui précipite une couche d'hydrates sur les surfaces solides du système. Ce phénomène, souvent appelé *incompatibilité du couple ciment / superplastifiant*, provoque des frictions entre particules, ce qui a pour effet d'augmenter brusquement le seuil de cisaillement. Des exemples de ces différents comportements sont donnés sur la figure 2.1.8.

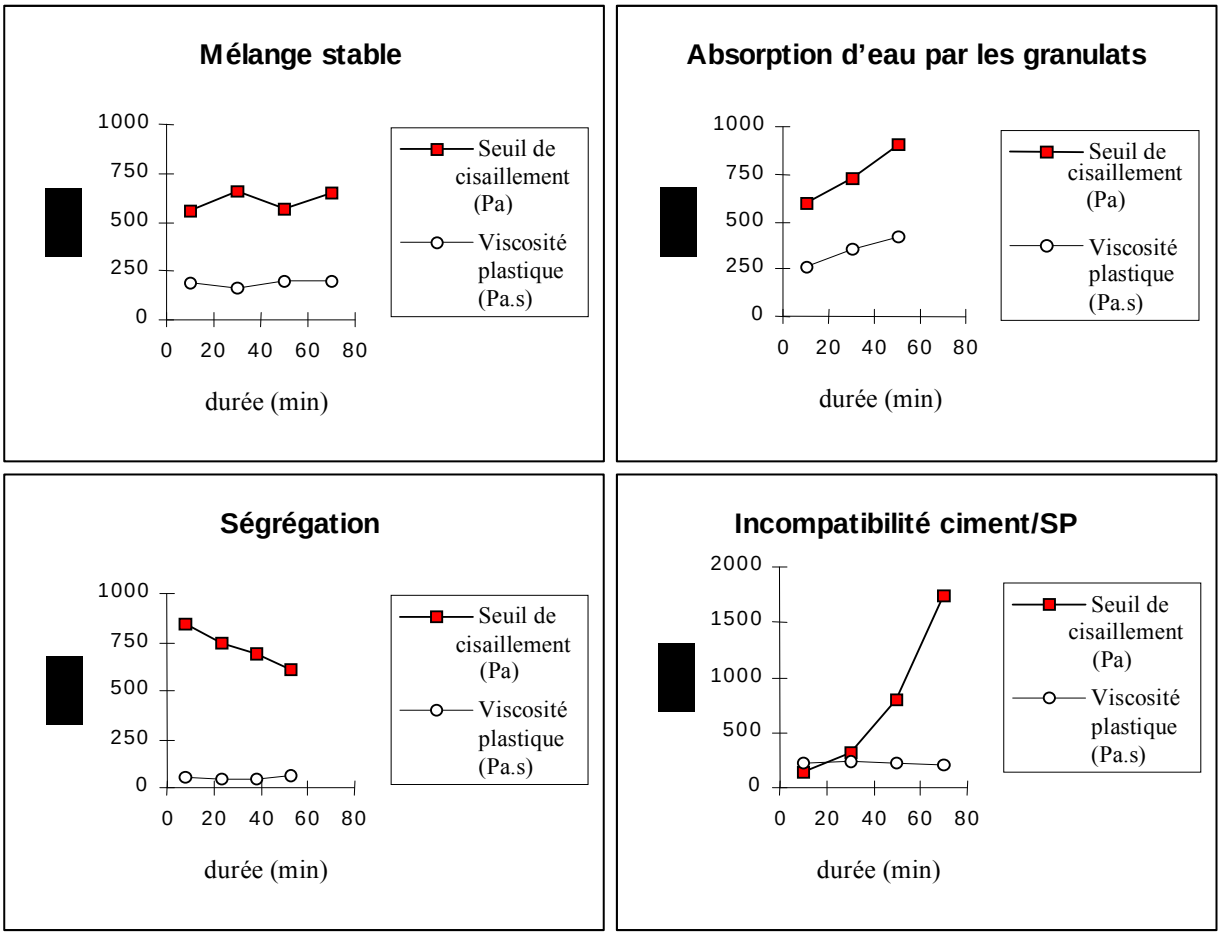



*Fig. 2.1.8. Comportements typiques du béton frais dans le temps [de Larrard et al. 1996c].*

Il est encore difficile aujourd'hui de développer des modèles prédictifs appliqués à l'évolution du comportement rhéologique de mélanges frais à base de ciment. Les phénomènes sont trop complexes et mal compris (surtout l'aspect chimique). Par contre, grâce au concept d'empilement, le comportement initial, juste après malaxage, peut être relié à la composition du mélange. De même, des progrès sont envisageables à partir d'essais rhéologiques périodiques réalisés durant tout le processus pratique de mise en place des mélanges. Des essais préliminaires peuvent être exécutés aussi sur la phase fine du béton frais (paragraphe 3.4.2), et des essais de convenance sur le mélange tout entier (paragraphe 4.2.3).

A partir de l'analyse physique du béton frais, et à l'aide de données expérimentales, nous allons maintenant développer des modèles spécifiques reliant les deux paramètres de Bingham ($\tau_0$ et $\mu$) à la formule du béton, juste après malaxage.

## 2.1.2 Viscosité plastique

### Application du Modèle d'Empilement Compressible au béton frais

La première étape de la modélisation des propriétés rhéologiques du béton frais consiste à prévoir le dosage minimum en eau qui va juste emplir le volume des vides. L'ouvrabilité du béton frais sera ensuite contrôlée par une augmentation de cette quantité d'eau.

Une théorie a été présentée au chapitre 1 pour calculer la compacité d'un mélange granulaire *sec* à partir de la connaissance deux types de données sur les matériaux :

— la courbe granulométrique (qui décrit la distribution de la grosseur des grains) ;

— la compacité résiduelle (virtuelle) de chaque fraction présente dans le mélange,

et aussi d'un indice de serrage (K) caractéristique du processus d'empilement. Le modèle a été validé sur plusieurs jeux de données, et sa fidélité est généralement meilleure que 1%, en valeur absolue.

Il importe maintenant de savoir si le modèle peut être étendu aux mélanges de spectre granulaire très ouvert, dans lesquels les particules fines sont systématiquement agglomérées. La figure 2.1.9 apporte une réponse affirmative, puisque la précision entre expériences et simulations réalisées avec le MEC, sur un "béton sec[13]", est très satisfaisante. Dans cet exemple, la compacité des constituants (graviers, gravillons fins, sable très fin et ciment) et des mélanges a été mesurée selon les procédés expérimentaux décrits au paragraphe 1.2.2, et les coefficients $\beta_i$ sont supposés uniformes dans chaque tranche granulaire.

L'étape suivante consiste à assimiler, comme on peut l'admettre intuitivement, un "béton humide" désaéré à un empilement de particules. Cependant, dans un tel système, il faut vérifier si l'eau joue bien le même rôle que l'air dans un empilement sec, car sa présence modifie très probablement les forces de surface qui sont prépondérantes pour les particules fines. La compacité expérimentale sèche du ciment utilisé dans les expériences précédentes a alors été comparée à celle de la pâte lisse, mais épaisse, obtenue en présence d'eau (figure 2.1.9). Elle est de 0,553 dans le premier cas (empilement sec) et de 0,565 dans le second (pâte lisse). Cette différence montre que les processus de malaxage et de cisaillement (en présence d'eau) utilisés pour préparer une pâte de ciment, associés aux forces capillaires, sont plus efficaces pour compacter des particules fines qu'une vibration/pression appliquée sur l'empilement sec. Par ailleurs, malgré les interactions qui existent entre particules, la pâte de ciment peut toujours être déformée, prouvant ainsi qu'il est encore possible d'atteindre un état plus compact. Un indice de serrage K fini, caractéristique de l'état de pâte lisse, existe donc bien. Comme pour les empilements secs de grains (figure 1.2.4), plus cet indice est élevé, plus la courbe de compacité en fonction du pourcentage de grains fins est "pointue". En comparant simulations et mesures de demande en eau réalisées sur des mélanges binaires de poudres (figure 2.1.10), une valeur de 6,7 a été trouvée pour l'indice de serrage d'une pâte de ciment épaisse et lisse.

Dès lors, la compacité d'un béton en présence d'eau, complément à 1 de la porosité (ou du dosage minimum en eau) peut être calculée avec le MEC. Les valeurs $\beta_i$ des granulats sont déterminées par mesures sur empilement sec ; celles des poudres

[13] sans eau

sont mesurées par un essai de demande en eau. Si un adjuvant organique aux propriétés plastifiantes est utilisé, il doit être ajouté, au dosage requis, au moment des essais de demande en eau (paragraphes 3.2.3 et 3.3.3).

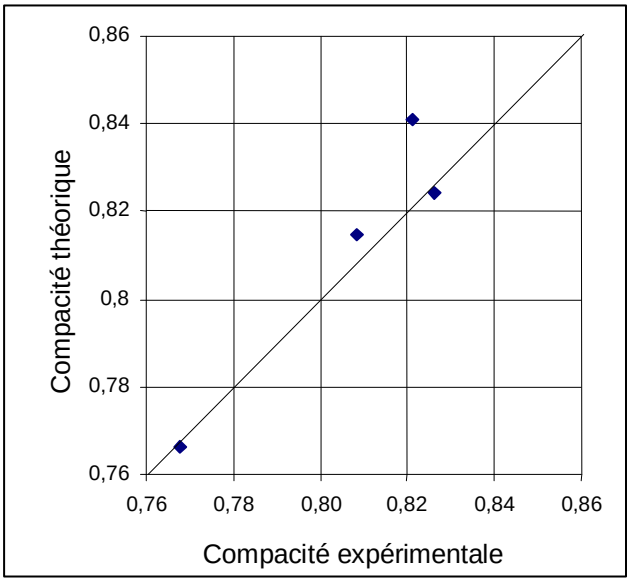



*Fig. 2.1.9. Validation du MEC (Modèle d'Empilement Compressible) pour des bétons secs [Ferraris et de Larrard 1998]. Toutes les mesures de compacité ont été réalisées selon les procédures décrites au paragraphe 1.2.2. K = 9.*

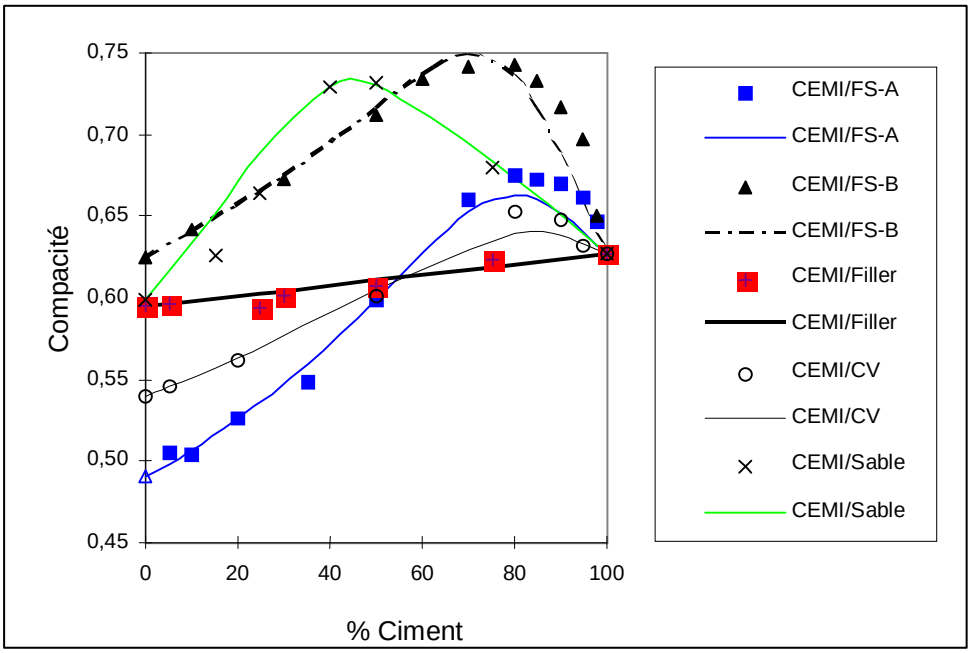


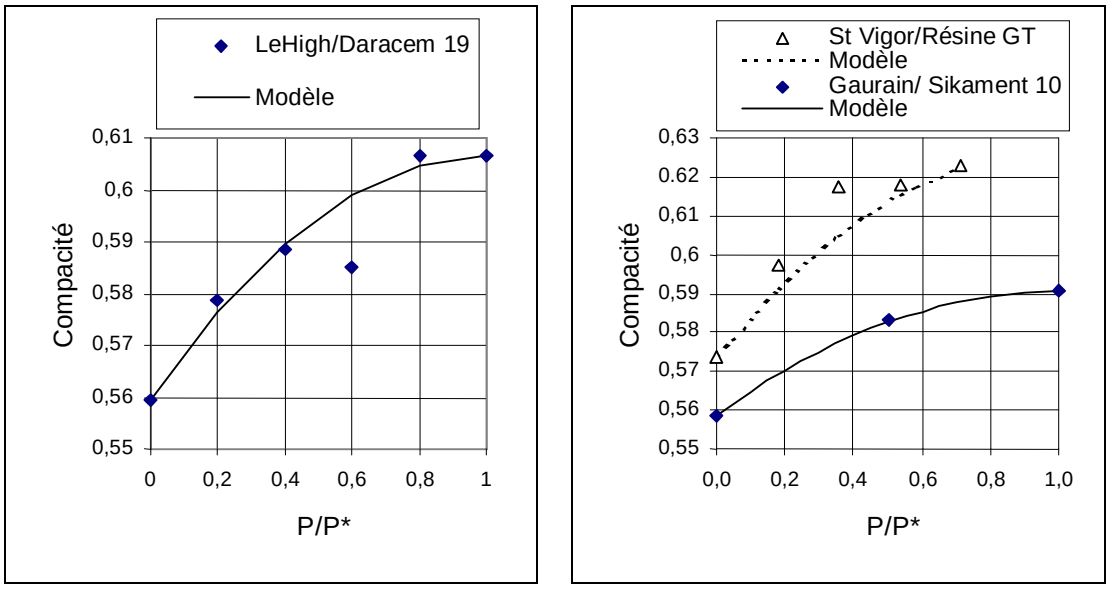

*Fig. 2.1.10. Compacité dans les tests de demande en eau, pour des mélanges binaires de poudres. Données expérimentales et prévisions du MEC (K = 6,7) issues de [Sedran 1999].*

En fait, l'introduction d'un plastifiant/superplastifiant complique la rhéologie des matériaux hydrauliques. Une première approche consiste alors à définir une *dose de saturation* pour chaque couple poudre/adjuvant. Cette dose correspond à la quantité au-delà de laquelle l'effet du plastifiant n'est plus significatif (paragraphe 3.4.2). En

pratique, le dosage d'un adjuvant organique varie entre 0 et la dose de saturation P*. Pour prédire la compacité d'un béton ayant une quantité intermédiaire P de produit, comprise dans la plage [0,P*], il est proposé de déterminer expérimentalement les paramètres $\beta_i$ de la poudre à P = 0 et P = P*. L'équation empirique suivante (modèle parabolique) donne alors une estimation satisfaisante de $\beta_i$ :

$$\beta_i = \beta_i^{P=P*} + \left(1 - \frac{P}{P*}\right)^2 \left(\beta_i^{P=0} - \beta_i^{P=P*}\right) \qquad (2.1.4)$$

La figure 2.1.11 présente une validation de ce modèle, pour trois couples ciment/ superplastifiant.




(a) (b)

*Fig. 2.1.11. Prévision de la compacité de poudres à des dosages intermédiaires de plastifiant/superplastifiant, par un modèle parabolique.*
*(a) : données de [Ferraris et de Larrard 1998]. (b) : données de [Sedran 1999].*

Concernant la granularité des poudres, il est clair que les mesures conventionnelles (comme celles au granulomètre LASER) donnent des images assez différentes de l'état réel de floculation des particules fines dans le béton frais. Heureusement, cette erreur systématique n'a pas d'effet réellement significatif sur le calcul des dosages, pour les deux raisons suivantes :

— l'erreur est faite deux fois (dans le calcul de $\beta_i$, déduit de l'essai de demande en eau, et dans le calcul de la compacité du béton) ; dans une certaine mesure, la seconde erreur compense l'effet de la première, si toutefois les phénomènes de floculation dans une pâte pure et dans un béton sont comparables ;

la floculation concerne plus particulièrement la fraction fine du ciment, qui correspond le plus souvent aux éléments les plus fins du béton. Les coefficients d'interaction intervenant dans les équations du MEC agissent alors sur de petits rapports de taille[14] $d_i/d_j$, et ils n'ont que peu de poids dans le résultat final (c'est-à-dire sur la compacité du mélange entier).

[14] en d'autres termes, la partie fine du ciment exerce un effet de desserrement négligeable (paragraphe 1.1) sur les autres constituants (que sont les classes granulaires de plus grandes tailles).

### Viscosité plastique et concentration solide relative

D'après l'analyse physique proposée, la viscosité plastique des matériaux Binghamiens est analogue à la viscosité des corps Newtoniens. Plusieurs modèles sont disponibles dans la littérature pour décrire la viscosité de suspensions. La plupart d'entre eux expriment le fait que la viscosité augmente avec la concentration solide, pour tendre vers l'infini quand la suspension est proche de l'empilement.

Un tel modèle a été proposé par Krieger et Dougherty [Krieger et Dougherty 1959]. Il a été appliqué à la viscosité apparente[15] de pâtes de ciment [Strubble et Sun 1995]. Ce modèle est de la forme :

$$\frac{\eta}{\eta_c} = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi *}\right)^{-[\eta]\Phi *} \tag{2.1.5}$$

où $\eta$ est la viscosité de la suspension, $\eta_c$ la viscosité du fluide suspendant (eau), $\Phi$ le volume solide, $\Phi$* la concentration solide maximale et $[\eta]$ la viscosité "intrinsèque" de la suspension. Nous appellerons le rapport $\Phi/\Phi *$ la *concentration solide relative*.

Le modèle de Krieger-Dougherty a l'avantage de faire référence aux concepts d'empilement, et il est compatible avec l'équation de Einstein :

$$\eta = 1 + 2.5\,\Phi \tag{2.1.6}$$

qui s'applique aux suspensions à faible concentration solide de sphères monodispersées.

Le terme $\Phi$* dépend toutefois du gradient de vitesse [Struble et Sun 1995] ce qui est contraire au concept *statique* de l'empilement. De plus, les prévisions de ce modèle s'ajustent mal aux valeurs expérimentales trouvées pour les mortiers et les bétons [Ferraris et de Larrard 1998].

Farris a proposé un modèle qui s'applique aux suspensions polydispersées, c'est-à-dire pour lesquelles toutes les fractions granulaires sont *très différentes* en taille, comparées les unes aux autres [Farris 1968]. Malheureusement, cette condition n'est généralement pas satisfaite pour les mélanges hydrauliques, où les distributions de tailles sont plutôt continues. Il y a eu plusieurs tentatives pour appliquer le modèle de Farris au béton, en assimilant les constituants à des fractions monodispersées [Hu *et al.* 1995, Hu 1995]. D'autres modèles de compacité (appliqués à la formulation des bétons) ont aussi adopté cette approche simplifiée [Dewar 1993]. Bien que ces modèles donnent des résultats qualitatifs globalement conformes à l'expérience, ils ne peuvent fournir une prévision quantitative de la viscosité plastique du béton, en particulier parce qu'ils ne font pas appel à des paramètres physiques calibrés sur les classes individuelles de chaque constituant. De plus, le comportement rhéologique du béton frais est sensible à tous changements mineurs dans les distributions de taille, argument supplémentaire en défaveur de ces modèles qui supposent que les composants sont monodispersés.

Pour modéliser la relation entre viscosité plastique et composition des mélanges, on utilise le fait que la viscosité plastique expérimentale évolue en fonction des concentrations solides relatives. Ce constat, trouvé pour des mélanges binaires de sphères [Chang et Powell 1994], est plutôt bien vérifié pour les mortiers et les bétons [Ferraris et de Larrard 1998]. Dans un important programme expérimental, soixante dix huit mélanges réalisés avec les mêmes constituants ont été testés avec le

[15] rapport entre la contrainte de cisaillement et la vitesse de cisaillement, pour un gradient de vitesse donné.

rhéomètre BTRHEOM (un essai sans vibration a été exécuté sur chaque mélange). Trente trois étaient des mortiers et bétons sans adjuvant, alors que les autres mélanges contenaient un superplastifiant naphtalénique dosé à saturation (§ 3.4.2). Les proportions ont été choisies afin de couvrir tous les mélanges virtuellement réalisables, en terme de teneur en ciment, de rapport gravier/sable et de consistance (figure 2.1.12). En plus des deux séries principales, quelques mélanges ont été réalisés avec des quantités intermédiaires de superplastifiant. Enfin, des fumées de silice sous forme densifiées ont été incorporées dans quatre bétons, à des dosages compris entre 7,5 et 30% de la masse du ciment.

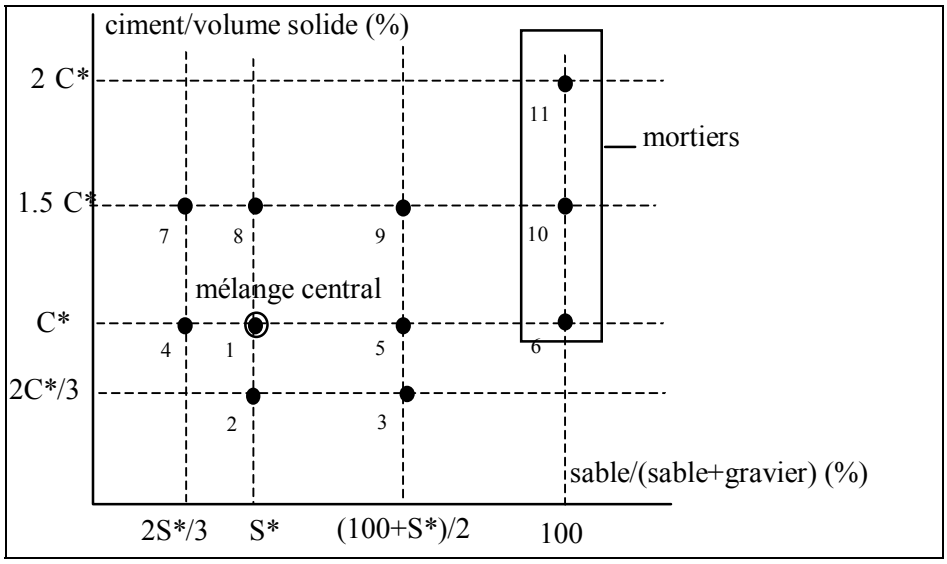



*Fig. 2.1.12. Plan expérimental issu de [Ferraris et de Larrard 1998]. Chaque point représente une combinaison de matériaux secs à partir de laquelle trois mélanges ont été fabriqués en changeant le dosage en eau. S* et C* correspondent aux proportions de l'empilement de compacité maximale (pour K=9).*

La relation obtenue entre viscosité plastique expérimentale (calculée selon l'équation 2.1.2) et concentration solide relative $\Phi/\Phi^*$ est donnée sur la figure 2.1.13. Ici, la concentration solide $\Phi$ est déduite de la composition des mélanges, sans prise en compte de la teneur en air (aucun adjuvant entraîneur d'air n'a été utilisé durant les essais). De même, la compacité $\Phi^*$ a été évaluée avec le MEC, en prenant un indice de serrage K égal à 9. Cette valeur correspond à l'arrangement le plus dense qui puisse être atteint dans un processus aléatoire d'empilement, c'est-à-dire en plaçant les grains un à un (paragraphe 1.2.3).

Ces données sont lissées par le modèle suivant (erreur moyenne : 61 Pa.s) :

$$\mu = \exp\left[26{,}75\left(\frac{\Phi}{\Phi^*} - 0{,}7448\right)\right] \qquad (2.1.7)$$

La dispersion qui apparaît sur la figure 2.1.13, autour de la courbe décrivant le modèle, peut s'expliquer comme suit :

— lorsque le mélange ne présente pas de ségrégation, la viscosité plastique est mesurée avec une incertitude, en valeur relative, d'environ 10% [Hu 1995]. Ce niveau de qualité n'a pas toujours été atteint dans le cadre du présent programme où

quelques mélanges ont présenté une certaine ségrégation (avec remontée des gros grains) et/ou un ressuage ;

— le volume solide de l'échantillon cisaillé est en réalité plus faible que le volume théorique, calculé en supposant que la mélange ne contient pas d'air ;

— enfin, le calcul de la compacité Φ* est sujet à une erreur de 0,005 à 0,01.

Cette courbe, qui suppose que la viscosité plastique est contrôlée principalement par la concentration relative, suffit alors à ce stade.

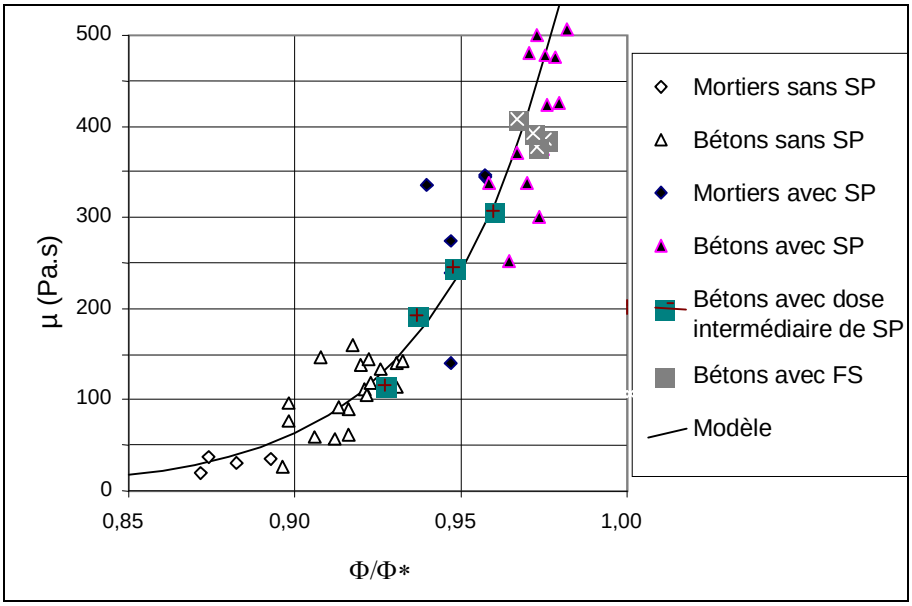



*Fig. 2.1.13. Relation entre viscosité plastique et concentration solide relative, pour une série de mélanges réalisés avec les mêmes constituants [Ferraris et de Larrard 1998].*

### Confirmation avec d'autres données

Dans un autre programme, quinze bétons ont été formulés avec différents granulats (un calcaire concassé du "Boulonnais" mélangé à un sable roulé), un ciment Portland et, pour quelques-uns d'entre eux, des cendres volantes, des fumées de silice et un agent entraîneur d'air ou un superplastifiant [de Larrard *et al.* 1996b]. Les résistances à la compression à 28 jours s'échelonnent entre 25 à 120 MPa. Deux mélanges supplémentaires ont été réalisés avec les mêmes liants et additions, et un granulat basaltique (provenant de "Raon-l'Etape"). Les dosages et les propriétés rhéologiques des mélanges apparaissent dans le tableau 2.1.2. Tous les bétons ont été testés avec le rhéomètre BTRHEOM, selon la procédure originale [Hu 1995], légèrement différente de celle adoptée dans le programme réalisé au NIST [Ferraris et de Larrard 1998]. En pratique, les mélanges ont été testés tout d'abord sous vibration, puis sans vibration. La relation entre viscosité plastique et concentration solide relative apparaît sur la figure 2.1.14. Ce dernier paramètre fournit là encore une classification pertinente des mélanges. Les données s'ajustent convenablement selon le modèle suivant (erreur moyenne : 28 Pa.s) :

$$\mu = \exp\left[38{,}38\left(\frac{\Phi}{\Phi^*} - 0{,}8385\right)\right] \qquad (2.1.8)$$

*Tab. 2.1.2. Dosages et propriétés rhéologiques d'une série de béton de résistance comprise entre 25 à 120 MPa [de Larrard et al. 1996b]. SP = superplastifiant, R = retardateur, EA = entraîneur d'air, FS = fumées de la silice, CV = cendres volantes, SR = sable de rivière, CC = calcaire concassé, A = affaissement, VP = Viscosité plastique.*

| **Mélanges** | **Eau** | **SP** | **R** | **EA** | **FS** | **CV** | **CEMI** | **SR** | **CC 0/5** | **CC 5/12,5** | **CC 12,5/20** | **Basalte 6/10** | **% air** | **A** | **VP** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | l/m$^3$ | kg/m$^3$ | kg/m$^3$ | kg/m$^3$ | kg/m$^3$ | kg/m$^3$ | kg/m$^3$ | Kg/m$^3$ | kg/m$^3$ | kg/m$^3$ | kg/m$^3$ | kg/m$^3$ | % | mm | Pa.s |
| **1** | 193 | 0,0 | 0,0 | 0 | 0 | 0 | 230 | 446 | 453 | 388 | 619 | 0 | 0,8 | 105 | - |
| **2** | 187 | 0,0 | 0,0 | 0 | 0 | 48 | 195 | 449 | 456 | 369 | 623 | 0 | 0,5 | 175 | 35 |
| **3** | 166 | 1,1 | 1,4 | 0 | 0 | 95 | 223 | 436 | 443 | 421 | 565 | 0 | 0,9 | 95 | 176 |
| **4** | 197 | 0,0 | 0,0 | 0 | 0 | 0 | 410 | 400 | 406 | 428 | 509 | 0 | 1,0 | 140 | 21 |
| **5** | 181 | 0,0 | 0,0 | 0 | 0 | 79 | 325 | 401 | 408 | 453 | 503 | 0 | 1,0 | 90 | 109 |
| **6** | 146 | 12,4 | 3,3 | 0 | 0 | 0 | 461 | 401 | 407 | 475 | 550 | 0 | 0,5 | 250 | 132 |
| **7** | 136 | 12,0 | 2,5 | 0 | 22 | 0 | 360 | 435 | 442 | 465 | 579 | 0 | 0,5 | 250 | 107 |
| **8** | 124 | 12,5 | 2,6 | 0 | 38 | 0 | 377 | 432 | 439 | 488 | 561 | 0 | 0,7 | 240 | 179 |
| **9** | 124 | 15,6 | 3,3 | 0 | 57 | 0 | 470 | 407 | 413 | 437 | 554 | 0 | 0,9 | 245 | 160 |
| **10** | 160 | 0,0 | 0,0 | 0,31 | 0 | 0 | 230 | 427 | 433 | 454 | 574 | 0 | 7,2 | 110 | 75 |
| **11** | 159 | 0,0 | 0,0 | 0,54 | 0 | 49 | 189 | 405 | 411 | 454 | 586 | 0 | 7,3 | 105 | 93 |
| **12** | 188 | 0,0 | 0,0 | 1,32 | 0 | 0 | 483 | 364 | 368 | 390 | 477 | 0 | 7,1 | 120 | 32 |
| **13** | 192 | 0,0 | 0,0 | 1,44 | 0 | 107 | 428 | 317 | 322 | 422 | 452 | 0 | 5,2 | 85 | 81 |
| **14** | 151 | 14,8 | 3,9 | 0,98 | 0 | 0 | 557 | 332 | 338 | 443 | 489 | 0 | 6,5 | 265 | 146 |
| **15** | 132 | 12,9 | 2,7 | 0,58 | 23 | 0 | 387 | 408 | 414 | 437 | 550 | 0 | 5,3 | 250 | 159 |
| **16** | 127 | 13,7 | 2,9 | 0 | 41 | 0 | 412 | 861 | 0 | 0 | 0 | 1037 | 0,9 | 245 | 308 |
| **17** | 122 | 15,5 | 3,2 | 0 | 55 | 0 | 461 | 837 | 0 | 0 | 0 | 1010 | 1,0 | 23 | 162 |

Les coefficients différent de ceux de l'équation 2.1.7. Cela provient probablement du protocole opératoire modifié (essai sous vibration effectué en premier) qui a pu provoquer une certaine ségrégation des gravillons et affecter la viscosité plastique apparente. Sinon, la figure 2.1.14 montre aussi que l'air entraîné n'a que peu d'effet sur la viscosité plastique. Le comportement est différent pour le seuil de cisaillement, comme on le verra plus loin.

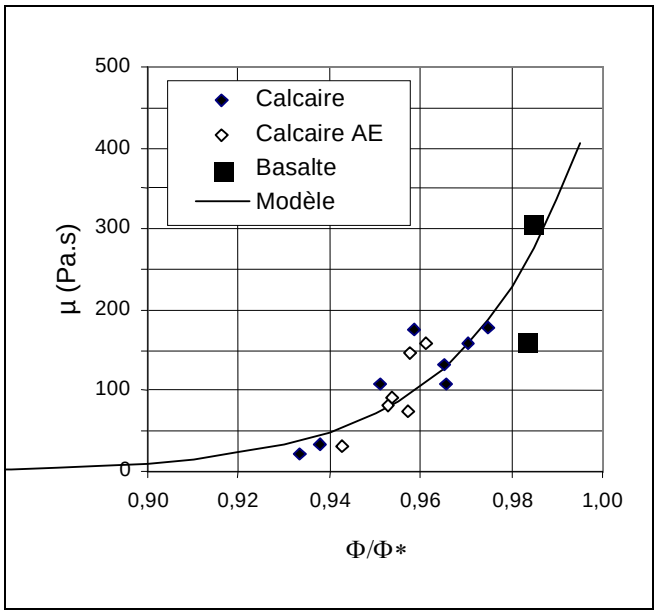



*Fig. 2.1.14. Relation entre viscosité plastique et concentration solide relative [de Larrard et al. 1996b]. AE : mélanges contenant de l'air entraîné.*

Enfin, d'autres données sont disponibles dans la bibliothèque rhéologique du LCPC. Parmi celles-ci, citons quatre bétons à hautes performances formulés avec différents types de granulats, pour l'étude du "Grand Viaduc de Millau" (présentée dans [de Larrard *et al.* 1996a]). Dans un travail antérieur, un autre BHP particulier a été conçu pour une centrale nucléaire [de Larrard *et al.* 1990]. Tous ces mélanges ont été testés avec le rhéomètre (selon la procédure de Hu). Leur viscosité est reportée sur la figure 2.1.15, en fonction de leur concentration solide relative. L'erreur moyenne entre résultats et prévisions de l'équation 2.1.8 est égale à 53 Pa.s, valeur comparable à la précision des données précédentes. Nous pouvons alors admettre que le modèle est validé pour les viscosités plastiques mesurées selon l'essai standard défini dans [Hu 1995] (avec vibration tout d'abord, puis sans vibration).

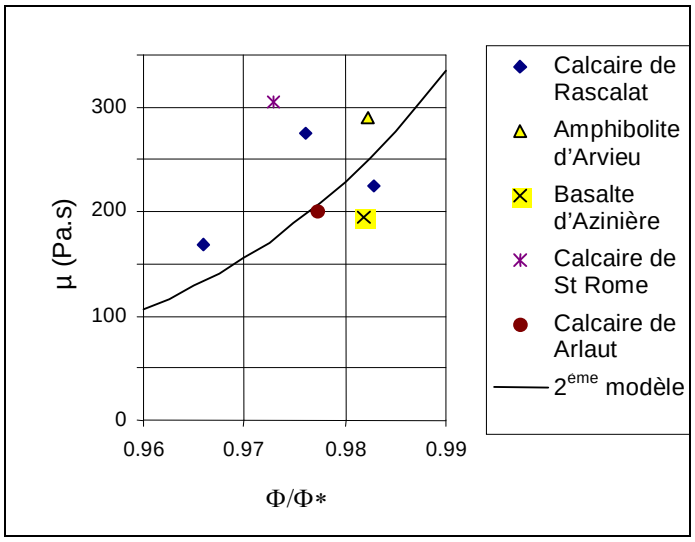



*Fig. 2.1.15. Relation entre viscosité plastique et concentration solide relative. Données expérimentales et prévisions selon l'équation 2.1.8.*

## 2.1.3 Seuil de cisaillement

### Seuil de cisaillement de mélanges dépourvus d'adjuvant organique

On a vu, dans la section 2.1.1, que le seuil de cisaillement pouvait être considéré comme le résultat macroscopique de frictions entre grains. En se référant à l'approche développée au paragraphe 1.2.1, il paraît alors justifié de chercher pour ce terme un modèle similaire à l'équation de l'indice de serrage, puisque la contribution des grains est additive par nature. Cependant, si l'on suppose que les frictions dans un empilement monodispersé sont contrôlées par le nombre de contacts entre grains, on peut s'attendre à l'apparition d'un effet lié à la taille des grains. Pour deux ensembles de grains monodispersés ayant la même géométrie, mais des tailles différentes, l'ensemble le plus fin présentera probablement un seuil de cisaillement plus élevé. La forme générale d'un modèle de seuil de cisaillement pourrait alors être la suivante :

$$\tau_0 = f\left(\sum_{i=1}^{n} a_i K'_i\right)$$

$$\text{avec } K'_i = H\left(\frac{\Phi_i}{\Phi_i *}\right) \qquad (2.1.9)$$

où — f est une fonction, inconnue à ce stade ;

— $\Phi_i$ est le volume solide réel de classe i ;

— $\Phi_i$* est le volume maximum que les grains i peuvent occuper, compte tenu de la présence des autres grains ;

— $a_i$ est un coefficient. Il est supposé augmenter quand le diamètre diminue ;

— $K'_i$ est la contribution de la fraction i à l'indice de compaction du mélange.

Dans cette approche, le système granulaire est constitué par le *béton désaéré*. En d'autres termes, la teneur en vide est égale au rapport volumique eau/eau+solide [Ferraris et de Larrard 1998]. En raison de l'auto-cohérence du système (paragraphe 1.2.1), la fonction H est de la forme :

$$H(x) \propto \frac{x}{1-x} \qquad (2.1.10)$$

ce qui donne, pour le seuil de cisaillement :

$$\tau_0 = f\left(\sum_{i=1}^{n} a_i \frac{\Phi_i / \Phi_i *}{1 - \Phi_i / \Phi_i *}\right) = f\left(\sum_{i=1}^{n} a_i K'_i\right) \qquad (2.1.11)$$

Le plan expérimental déjà utilisé pour modéliser la viscosité plastique ([Ferraris et de Larrard 1998], figure 2.1.12) a servi à calibrer la fonction f et les différents paramètres $a_i$. Dans ce programme, 23 mélanges sans superplastifiant ont été testés avec le rhéomètre. Ils mènent à l'équation suivante :

$$\tau_0 = \exp(2{,}537 + 0{,}540\, K'_g + 0{,}854\, K'_s + 1{,}134\, K'_c) \qquad (2.1.12)$$

où K'g, K's et K'c sont respectivement les contributions à l'indice de serrage du gravillon, du sable et du ciment. L'erreur moyenne du modèle est de 148 Pa (figure 2.1.16).

Pour obtenir cette relation, une valeur moyenne du coefficient $a_i$ a été adoptée pour chaque constituant. Cependant, si l'on veut appliquer le modèle à d'autres mélanges formulés avec des matériaux différents, il faut relier les paramètres $a_i$ à la dimension des classes granulaires. En rapprochant les trois valeurs $a_i$ de la dimension moyenne des granulats (c'est-à-dire de leur $D_{50}$ ou dimension qui correspond à 50% de passant), on obtient le diagramme de la figure 2.1.17 qui peut être lissé par l'équation empirique suivante :

$$a_i = 0{,}736 - 0{,}216 \log(d_i) \qquad (2.1.13)$$

et

$$\tau_0 = \exp\left(2{,}537 + \sum_{i=1}^{n} a_i K'_i\right) \qquad (2.1.14)$$

où $d_i$ est la grosseur moyenne de la fraction granulaire, en mm. Ce formalisme confirme alors le fait que le seuil de cisaillement augmente quand la taille des constituants diminue. On notera en particulier que l'effet du ciment est plus important que celui du sable, qui est lui-même supérieur à la contribution du gravillon.

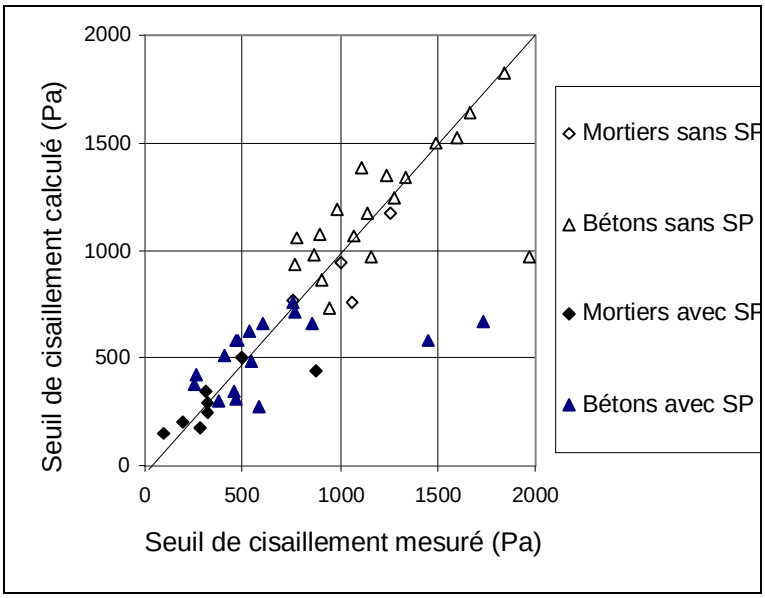



*Fig. 2.1.16. Comparaison entre données expérimentales et prévisions du seuil de cisaillement, d'après les équations 2.1.12 et 2.1.15 [Ferraris et de Larrard 1998].*

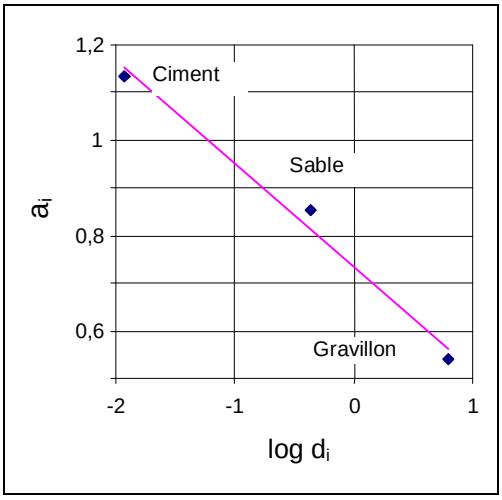



*Fig. 2.1.17. Lissage du paramètre $a_i$ en fonction de la grosseur de grain.*

Une validation supplémentaire est fournie par les essais déjà présentés sur la figure 2.1.1. Dans ces exemples, des bétons ont été réalisés avec un calcaire concassé dont les grains les plus gros ne dépassaient pas 20 mm. Le modèle a été utilisé pour prédire le seuil de cisaillement, en utilisant les équations 2.1.13 et 2.1.14, sans lissage. Bien qu'il soit appliqué à des mélanges plutôt fermes, fabriqués avec des matériaux différents de ceux du programme initial [Ferraris et de Larrard 1998], on constate que l'accord avec les essais est satisfaisant (erreur moyenne de 161 Pa., figure 2.1.18). Il en résulte que l'estimation du seuil de cisaillement est peut-être licite pour des affaissements inférieurs à 100 mm, même si, dans cette gamme, la viscosité plastique donnée par le rhéomètre n'est plus significative (figure 2.1.1).

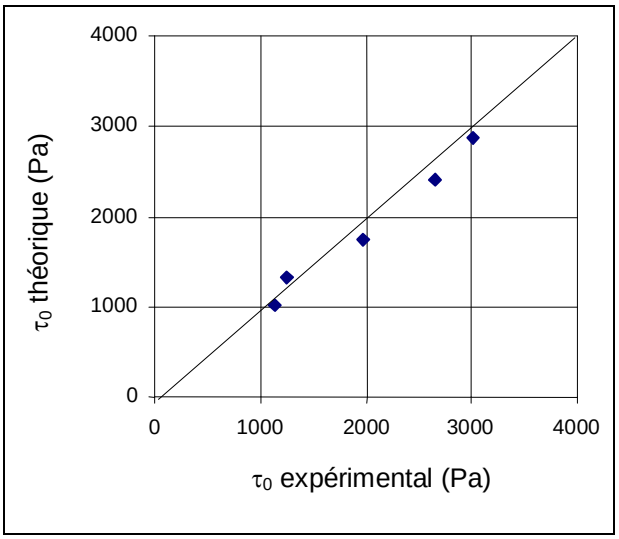



*Fig. 2.1.18. Comparaison entre prévisions et mesures du seuil de cisaillement de bétons calcaires (résultats inédits).*

### Effet d'un superplastifiant (au dosage de saturation)

La présence d'un plastifiant/superplastifiant influe modérément sur la viscosité plastique d'un mélange (par le biais notamment de la compacité virtuelle des particules fines). Par contre, elle modifie radicalement le seuil de cisaillement. L'adjuvant exerce deux effets sur la microstructure du ciment [Foissy 1989] :

— il crée une meilleure défloculation des particules fines, ce qui permet un accroissement de la compacité du système (effet géométrique) ;

— il lubrifie les surfaces solides, en diminuant les contraintes de friction entre particules (effet mécanique).

Vingt cinq mélanges contenant un superplastifiant dosé à saturation ont été testés avec le rhéomètre BTRHEOM [Ferraris et de Larrard 1998]. Les variations de teneur en ciment et de rapport sable/sable+gravillon adoptées dans ce programme sont données sur la figure 2.1.12. La quantité de superplastifiant, suffisante pour défloculer complètement le ciment dans les mélanges frais, a été gardée constante, en terme de pourcentage du poids du ciment.

Le modèle retenu pour décrire le seuil de cisaillement est le suivant :

$$\tau_0 = \exp(2{,}537 + 0{,}540\ K'_g + 0{,}854\ K'_s + 0{,}224\ K'_c) \qquad (2.1.15)$$

L'erreur moyenne entre prévisions et expériences est de 177 Pa (figure 2.1.16). Cependant, si l'on retire du jeu de données les mélanges qui présentent à la fois un rapport gravillon/sable élevé et une teneur en ciment faible[16] (point 4 sur la figure 2.1.12), l'erreur tombe à 109 Pa.

En comparant les équations 2.1.12 et 2.1.15, on découvre que la présence du superplastifiant ne modifie pas la contribution des granulats, alors qu'elle réduit fortement celle du ciment. Comme l'effet géométrique (défloculation) est déjà pris en compte dans la compacité virtuelle du ciment (§ 2.1.2), la baisse du coefficient multiplicateur de K'c ne s'explique alors que par l'effet mécanique de lubrification des particules, et par l'adsorption de l'adjuvant sur la surface des grains de ciment.

[16] ces mélanges ont présenté un ressuage important et une ségrégation élevée.

L'équation 2.1.13 permet alors de prédire le seuil de cisaillement d'un mélange superplastifié à la dose de saturation, en considérant d'une part les paramètres $a_i$ relatifs aux granulats et, d'autre part, pour le ciment, une valeur plus faible que celle trouvée sans superplastifiant.

### Mélanges contenant une dose intermédiaire de superplastifiant

L'effet d'une dose intermédiaire de superplastifiant sur la capacité d'empilement du ciment a déjà été étudié dans ce chapitre. Il est apparu que la compacité virtuelle du ciment pouvait être estimée par une fonction parabolique du dosage en superplastifiant (équation 2.1.4). En ce qui concerne le seuil de cisaillement, c'est une équation similaire aux équations 2.1.12 et 2.1.15 qui doit être recherchée. Comme précédemment, les termes relatifs aux granulats ne peuvent changer, car ils sont identiques, sans ou avec superplastifiant dosé à saturation. Seul le terme $a_i$ relatif au ciment doit donc être interpolé entre la valeur sans superplastifiant (1,134) et la valeur relative aux mélanges hautement superplastifiés (0,244). Les quelques mesures expérimentales réalisées sur les mélanges superplastifiés à des doses intermédiaires [Ferraris et de Larrard 1998] suggèrent que l'effet de la lubrification s'opère rapidement (comme pour l'effet de défloculation) lorsque le dosage en superplastifiant augmente. En première approche, nous proposons le modèle suivant pour le seuil de cisaillement ; il est basé sur une interpolation cubique :

$$\tau_0 = \exp\left(2{,}537 + 0{,}540\ K'_g + 0{,}854\ K'_s + \left[0{,}224 + 0{,}910\ (1 - P/P^*)^3\right] K'_c\right) \qquad (2.1.16)$$

lequel donne, dans le cas général :

$$\tau_0 = \exp\left(2{,}537 + \sum_{\text{granulats}} \left[0{,}736 - 0{,}216 \log(d_i)\right] K'_i + \left[0{,}224 + 0{,}910\ (1 - P/P^*)^3\right] K'_c\right) \qquad (2.1.17)$$

Les tendances observées dans les expériences sont, dans une certaine mesure, bien restituées par ce premier modèle (figure 2.1.19). Des données expérimentales supplémentaires seraient encore nécessaires pour confirmer sa validité.

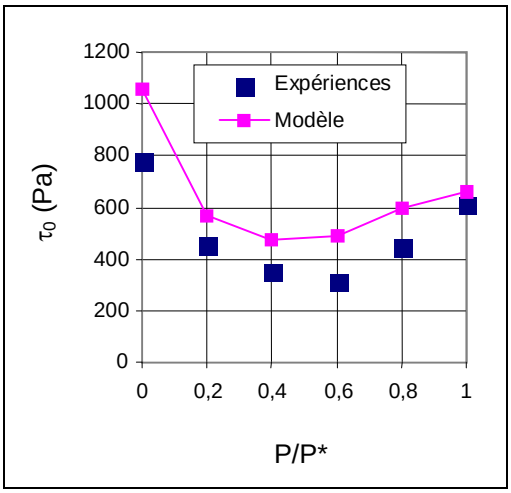



*Fig. 2.1.19. Seuil de cisaillement en fonction du dosage en superplastifiant. Les mélanges qui contiennent des doses intermédiaires sont interpolés (en terme de composition) entre le mélange central de la figure 2.1.12 (sans SP) et ceux avec SP [Ferraris et de Larrard 1998]. Le dosage en eau n'était toutefois pas constant, de sorte que cette courbe ne doit pas être considérée comme une "courbe de saturation" (paragraphe 3.4.2).*

## 2.1.4 Affaissement au cône d'Abrams

### Affaissement en fonction du seuil de cisaillement et de la densité

Le cône d'Abrams reste l'essai le plus largement utilisé pour caractériser la consistance du béton. Il importe donc de chercher un modèle liant l'affaissement aux proportions du mélange. Plusieurs tentatives ont déjà été faites pour trouver une parenté entre affaissement et seuil de cisaillement. Un récapitulatif est proposé dans [Hu 1995]. Concrètement, l'analyse physique montre que l'affaissement dépend du rapport $\tau_0/\rho g$ ($\tau_0$ est le seuil de cisaillement, $\rho$ la densité du béton frais et g l'accélération de la pesanteur) [Hu 1995, Pashias *et al.* 1996]. En réalité, cette approche ne tient pas compte de l'hétérogénéité du béton à l'échelle de l'échantillon. De plus, pour les affaissements importants, l'épaisseur de la "galette" devient faible, comparée à la taille maximale des granulats. Enfin, une ségrégation peut se produire durant l'essai (il n'est pas rare de voir un tas de gros grains entouré par un "lac" de mortier). Les frictions exercées par le substratum jouent aussi un rôle non négligeable dans la position finale du béton soumis à l'essai d'affaissement.

En supposant ces phénomènes secondaires, et par des calculs aux éléments finis, Hu a établi le modèle suivant pour l'affaissement [Hu 1995, Hu *et al.* 1996] :

$$A = 300 - 0{,}27\,\frac{\tau_0}{\rho} \qquad (2.1.18)$$

où A est exprimé dans mm et $\tau_0$ en Pa ; $\rho$ est sans dimension (densité).

Suite à un grand nombre d'expériences, une correction empirique a été proposée [Ferraris et de Larrard 1998]. Elle donne l'équation suivante, valable pour les affaissements supérieurs à 100 mm :

$$A = 300 - 0{,}347\,\frac{(\tau_0 - 212)}{\rho} \qquad (2.1.19)$$

La validation de ce modèle est donnée sur la figure 2.1.20 (erreur moyenne 24 mm).

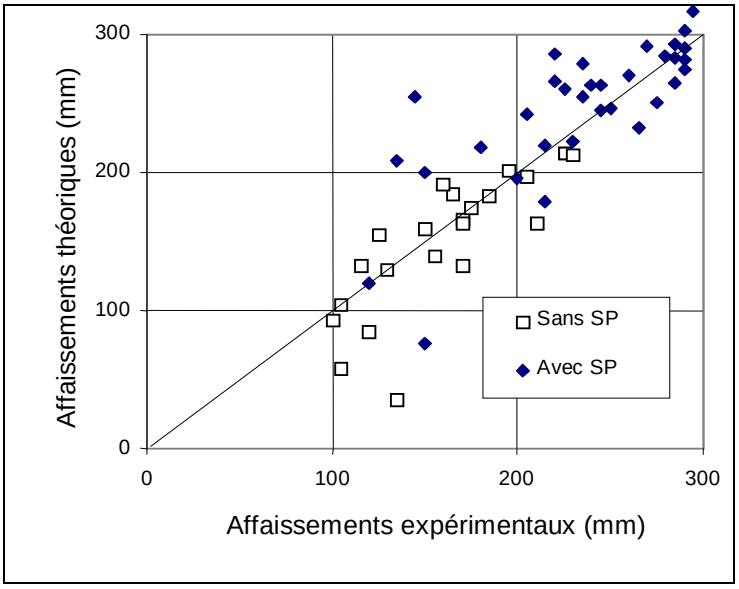



*Fig. 2.1.20. Comparaison entre affaissements expérimentaux et prévisions données par l'équation 2.1.19. Données de [Ferraris et de Larrard 1998].*

Par conséquent, l'affaissement peut être estimé avec l'équation 2.1.19 qui se réfère au modèle du seuil de cisaillement (paragraphe 2.1.3).

### Première validation : effet des paramètres de la formule sur l'affaissement

Dans un vaste programme expérimental inédit exécuté au LCPC, destiné à apprécier l'effet de plusieurs paramètres du mélange (quantité d'eau, quantité de ciment, rapport gravillon/sable) sur l'affaissement et la teneur en air occlus, trente et un mélanges ont été réalisés avec les mêmes constituants. Le gravillon utilisé est un silex marin roulé provenant du Crotoy, de dimension maximale 12,5 mm. Le granulat fin est un sable de Seine corrigé par un sable fin de Fontainebleau. Le ciment est un ciment Portland ordinaire CEM I 52,5 de Cormeilles-en-Parisis. Trois séries de mélanges ont été préparées : mortiers, bétons sans superplastifiant et bétons avec un superplastifiant de type mélamine dosé à saturation. Les formules et les résultats expérimentaux sont portés dans le tableau 2.1.3.

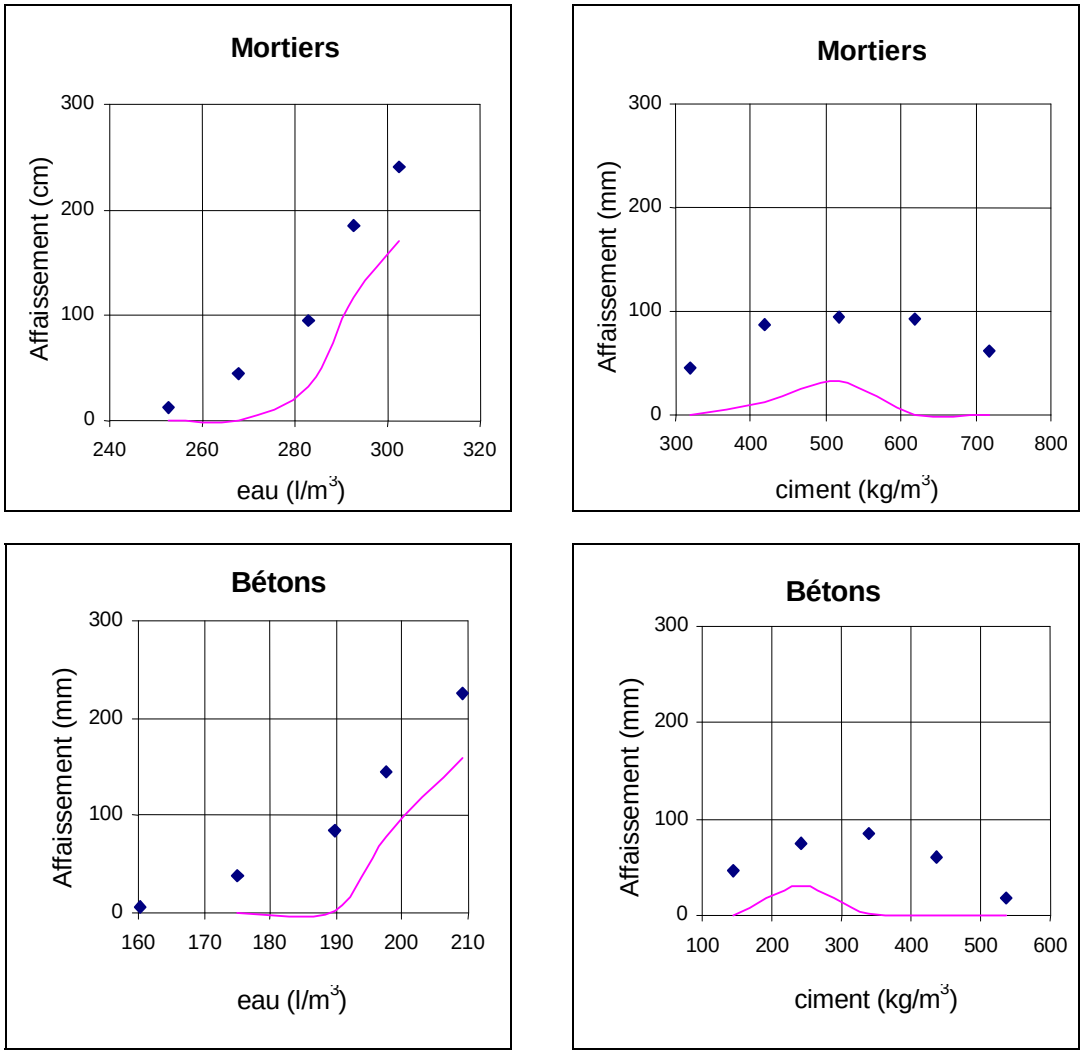
*Tab. 2.1.3. Influence de plusieurs facteurs sur l'affaissement et la teneur en air occlus. GC = gravillon du Crotoy, Ss = sable de Seine , Sf = sable de Fontainebleau ; SP = superplastifiant. A= Affaissement. Essais inédits réalisés au LCPC.*

| Paramètres analysés | Mélanges | GC (kg/m$^3$) | $S_s$ (kg/m$^3$) | $S_f$ (kg/m$^3$) | CEM I (kg/m$^3$) | SP (kg/m$^3$) | Eau (kg/m$^3$) | A (mm) | Air (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Mortier témoin** | MO | 0 | 1092 | 364 | 518 | 0,00 | 283 | 95 | 5,4 |
| **Effet de la quantité d'eau** | MO - 30 | 0 | 1151 | 384 | 518 | 0,00 | 253 | 15 | 7 |
| | MO - 15 | 0 | 1121 | 374 | 518 | 0,00 | 268 | 45 | 6,1 |
| | MO + 10 | 0 | 1072 | 357 | 518 | 0,00 | 293 | 185 | 3,1 |
| | MO + 20 | 0 | 1052 | 351 | 518 | 0,00 | 303 | 240 | 2 |
| **Effet de la quantité de ciment** | MO -200 | 0 | 1218 | 406 | 319 | 0,00 | 283 | 45 | 6,1 |
| | MO-100 | 0 | 1155 | 385 | 419 | 0,00 | 283 | 85 | 4,8 |
| | MO+100 | 0 | 1029 | 343 | 618 | 0,00 | 283 | 95 | 3,9 |
| | MO+200 | 0 | 966 | 322 | 717 | 0,00 | 283 | 60 | 4,1 |
| **BO témoin** | BO | 1043 | 559 | 186 | 340 | 0,00 | 190 | 85 | 1,5 |
| **Effet du rapport GG/GF** | BO 0,5 | 602 | 903 | 301 | 344 | 0,00 | 192 | 5 | 4,8 |
| | BO 1 | 897 | 673 | 224 | 342 | 0,00 | 190 | 45 | 2 |
| | BO 2 | 1188 | 446 | 149 | 339 | 0,00 | 189 | 170 | 1 |
| | BO 3 | 1332 | 333 | 111 | 338 | 0,00 | 188 | 100 | 0,8 |
| **Effet de la quantité de ciment** | BO - 200 | 1136 | 609 | 203 | 146 | 0,00 | 189 | 45 | 1,5 |
| | BO - 100 | 1090 | 584 | 195 | 243 | 0,00 | 189 | 75 | 1,4 |
| | BO + 100 | 996 | 534 | 178 | 438 | 0,00 | 190 | 60 | 1,6 |
| | BO + 200 | 949 | 509 | 170 | 536 | 0,00 | 190 | 20 | 2 |
| **Effet de la quantité d'eau** | BO - 30 | 1087 | 582 | 194 | 340 | 0,00 | 160 | 5 | 2,9 |
| | BO - 15 | 1065 | 571 | 190 | 340 | 0,00 | 175 | 40 | 1,6 |
| | BO + 10 | 1033 | 553 | 184 | 337 | 0,00 | 197 | 145 | 1,2 |
| | BO + 20 | 1014 | 543 | 181 | 341 | 0,00 | 209 | 225 | 0,9 |
| **BHP témoin** | BHP | 1062 | 569 | 190 | 437 | 12,98 | 135 | 200 | 1,9 |
| **Effet du rapport GG/GF** | BHP 1 | 914 | 685 | 228 | 439 | 13,03 | 136 | 25 | 2,3 |
| | BHP 2 | 1210 | 454 | 151 | 436 | 12,94 | 135 | 220 | 0,8 |
| | BHP 3 | 1356 | 339 | 113 | 434 | 12,89 | 134 | 215 | 0,9 |
| **Effet de la quantité ciment** | BHP - 100 | 1112 | 596 | 199 | 340 | 10,09 | 135 | 10 | 1,3 |
| | BHP + 100 | 1012 | 542 | 181 | 535 | 15,88 | 135 | 210 | 2,4 |
| **Effet de la quantité d'eau** | BHP - 15 | 1084 | 581 | 194 | 437 | 12,98 | 120 | 5 | 2,1 |
| | BHP + 5 | 1055 | 565 | 188 | 437 | 12,99 | 140 | 230 | 1,5 |
| | BHP + 10 | 1048 | 561 | 187 | 437 | 12,99 | 145 | 250 | 1,2 |

L'affaissement théorique a été calculé selon une démarche purement prédictive, en utilisant les granularités et compacités mesurées sur les matériaux et le modèle présenté ci-avant. Les comparaisons entre prévisions et mesures sont présentées sur la figure 2.1.21.

L'accord entre modèle et expérience est assez satisfaisant, alors que la plupart des affaissements expérimentaux s'écartent du domaine de validité, puisqu'ils sont inférieurs à 100 mm. Toutes les tendances sont reflétées, y compris l'effet du superplastifiant (bien que, chimiquement, il ne s'agisse pas du même produit que celui utilisé dans le premier programme [Ferraris et de Larrard 1998]).

Etonnamment, le modèle sous-estime systématiquement l'affaissement des mélanges sans superplastifiant[17], alors que la prévision de l'affaissement des mélanges superplastifiés est excellente. L'erreur moyenne n'est que de 45 mm, valeur légèrement inférieure[18] à la somme des erreurs liées au modèle "formule / seuil de cisaillement" (150 Pa environ ou 22 mm d'affaissement) et au modèle "seuil de cisaillement / affaissement" (27 mm).




[17] cette contradiction pourrait provenir du fait que certaines propriétés des matériaux utilisées dans les calculs ont été mesurées après la réalisation des essais sur béton.

[18] ce n'est pas surprenant, car il n'y a pas de relation entre les deux types d'erreurs.

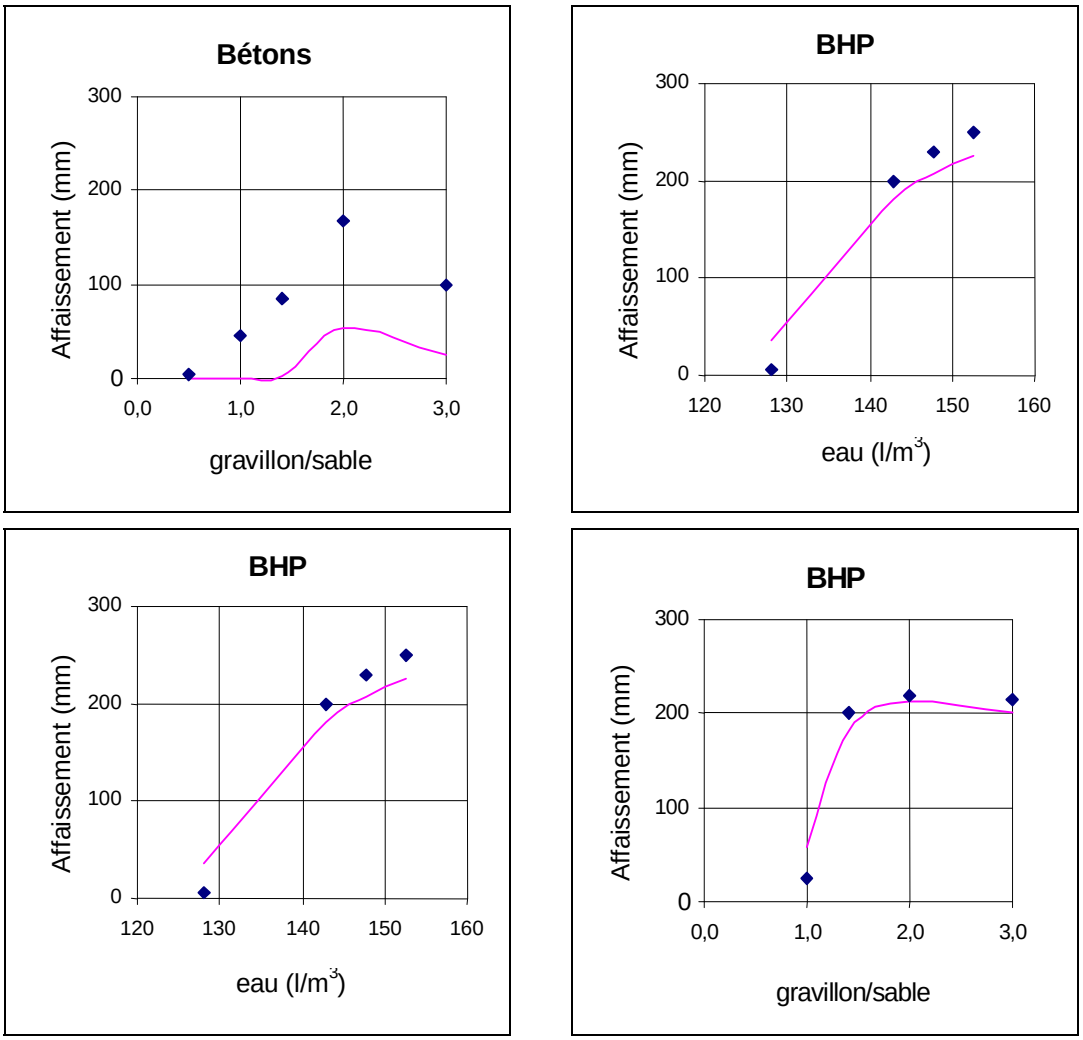



*Fig. 2.1.21. Comparaison entre valeurs expérimentales d'affaissement et prévisions du modèle, pour les mélanges présentés dans le tableau 2.1.3.*

### Seconde validation : mélanges réalisés avec plusieurs types de granulats

Examinons les résultats d'une étude destinée à mesurer l'effet de la nature des granulats sur la résistance en compression de BHP [de Larrard et Belloc 1997]. Douze mélanges ont été fabriqués avec la même pâte de ciment (un mélange de ciment Portland, de fumées de silice, d'eau et de superplastifiant, avec un rapport eau/liant de 0,26). Cinq types de granulats ont été testés : un silex roulé du Crotoy, un calcaire dur concassé du Boulonnais, un calcaire tendre (mi-dur) d'Arlaut, un basalte de Raon l'Etape et un quartzite de Cherbourg. Des mortiers et des bétons ont été formulés pour chaque type de granulats. Pour atteindre un affaissement d'environ 250 mm, le volume de pâte a été ajusté en introduisant, selon la forme et la granularité des différents granulats, entre 143 à 241 l/m$^3$ d'eau efficace dans les mélanges. Les caractéristiques des matériaux et les proportions des mélanges sont données dans les tableaux 2.3.2 et 2.3.3. Pour le calcul de l'affaissement théorique, un coefficient $a_i$ de 1,25, identique à celui adopté dans le programme expérimental précédent [Ferraris et de Larrard 1998], a été pris pour les fumées de silice. De même, la contribution au seuil de cisaillement de la partie fine des granulats a été calculée d'après l'équation 2.1.13, qui suppose que l'effet lubrifiant du

superplastifiant sur cette fraction granulaire est négligeable. L'erreur moyenne fournie par le modèle d'affaissement, comparé aux données expérimentales, est de 39 mm (figure 2.1.22). On peut alors affirmer que le modèle est capable de refléter la contribution à l'affaissement de tout type de granulat, ce qui, indirectement, confère un caractère assez universel aux coefficients $a_i$.

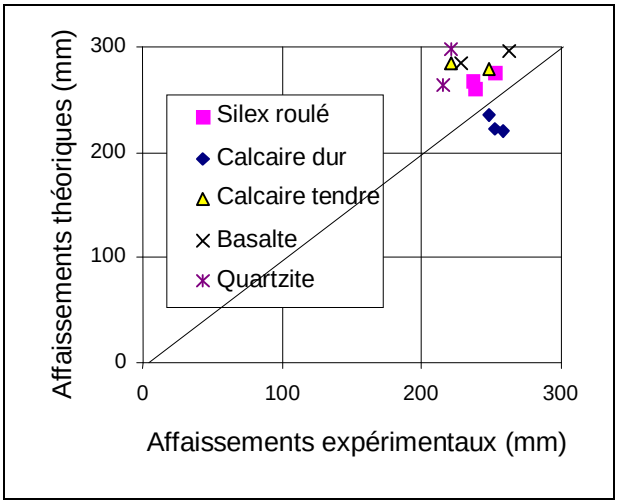



*Fig. 2.1.22. Comparaison entre valeurs expérimentales d'affaissement et prévisions du modèle, pour les mélanges détaillés dans le tableau 2.3.2 (données expérimentales de [de Larrard et Belloc 1997]).*

### Troisième validation : bétons avec d'autres additions

Il importe enfin d'étendre l'usage du modèle à des bétons contenant des cendres volantes ou de l'air entraîné. Faisons référence pour cela au programme expérimental déjà utilisé pour valider le modèle de viscosité plastique ([de Larrard *et al.* 1996b], tableau 2.1.2). Les mélanges 1 et 3, qui sont des bétons ordinaires de ciment Portland, ont été simulés sans aucun processus d'ajustement particulier. Pour les mélanges 2 et 4 (contenant des cendres volantes), le terme $a_i$ des cendres volantes a été pris égale à 0, en raison de leur forme lisse et sphérique qui laisse supposer que les cendres volantes n'interviennent pas directement sur le seuil de cisaillement. Dans les mélanges à air entraîné (10 à 15), les bulles d'air ont été assimilées à un granulat fin de taille uniforme comprise entre 10 et 200 µm, granularité habituelle de l'air entraîné [Pigeon et Pleau 1995]. La contribution des bulles d'air au seuil de cisaillement a été prise en compte par le biais d'un coefficient multiplicateur de 0,56 obtenu par un processus d'ajustement. L'erreur moyenne du modèle, pour les 17 mélanges, est de 46 mm (figure 2.1.23).

Finalement, malgré les dispersions, nous avons construit un modèle acceptable, validé sur des mélanges très variés, pour déduire l'affaissement[19] du seuil de cisaillement. La précision de ce modèle n'est cependant pas suffisante pour concevoir un mélange dont l'affaissement requis est atteint dès la première gâchée, dans la tolérance habituelle de ± 20 mm. Mais très peu de gâchées suffisent ensuite pour trouver la quantité d'eau nécessaire (paragraphe 4.2.3). De plus, étant donné la

[19] la précision obtenue est particulièrement satisfaisante si l'on considère la faible répétabilité de l'essai, et sa dépendance vis-à-vis de l'opérateur.

grande sensibilité de l'affaissement vis-à-vis de l'eau, des changements mineurs dans son dosage, entre première et dernière gâchée, n'auront que peu de conséquence sur les propriétés du béton durci. Par conséquent, le choix des matériaux guidé par ces outils est probablement assez pertinent.

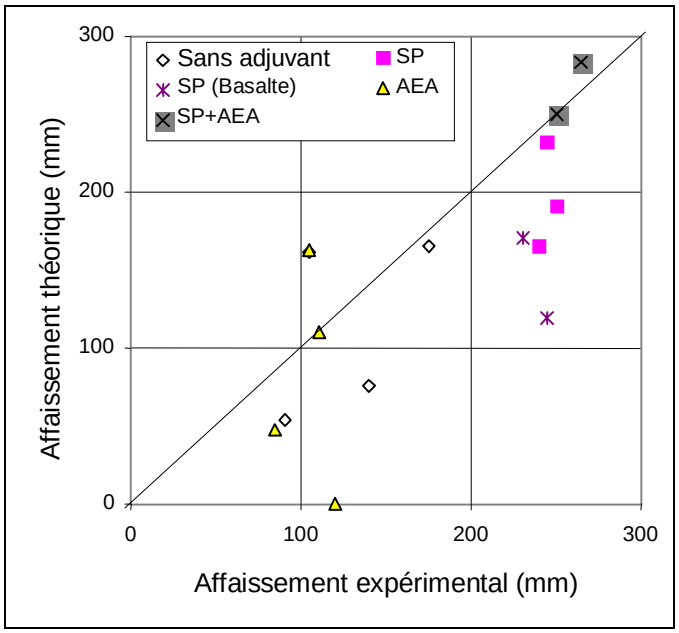



*Fig. 2.1.23. Comparaison entre valeurs expérimentales d'affaissement et prévisions du modèle, pour les mélanges détaillés dans le tableau 2.1.2 (données expérimentales de [de Larrard al 1996b]).*

## 2.1.5 Compactabilité

### Nécessité d'un critère de compactabilité

La compactabilité peut être définie comme l'aptitude du béton frais à se mettre en place dans un moule donné, selon un procédé donné. Par "se mettre en place", on entend que le mélange épouse exactement la forme du moule, avec un degré suffisant de consolidation. La mise en place pourrait être traitée grâce aux concepts rhéologiques, puisque modifier la forme d'un volume donné s'apparente surtout, dans le cas du béton, à un processus de *coulage*. Il serait alors fondé, dans une certaine mesure, d'établir un critère de compactabilité à partir des propriétés rhéologiques, comme par exemple le seuil de cisaillement et la viscosité plastique.

Cependant, selon l'opinion de l'auteur, le besoin d'un critère de compactabilité existe toujours, du moins dans certains cas. Il s'agit tout d'abord des mélanges fermes ou plastiques (dont l'affaissement est inférieur à 100 mm) pour lesquels, en toute rigueur, les outils rhéologiques ne peuvent convenir (paragraphe 2.1.1). Ces bétons ont tendance à foisonner, et leur mise en place relève autant du *compactage* que du coulage. C'est le praticien ensuite qui juge par expérience si un mélange d'apparence ouvrable (en masse) est apte ou non à emplir parfaitement une pièce mince et/ou fortement armée, même si l'espace entre armatures est supérieur à la dimension maximale des granulats. La théorie sur les empilements développée au chapitre 1 nous permet légitimement de considérer le béton comme un assemblage de grains. Dans ce cas, le coulage dans un moule revient à chasser l'air du mélange par serrage, jusqu'à ce que les "vides" présents soient ceux du volume d'eau prévu par la formule. Le processus de serrage n'est en réalité jamais parfait. La quantité d'air doit cependant rester modérée (inférieure à 2, voire 3% en volume), surtout si une certaine résistance et une durabilité sont visées.

L'indice de serrage du béton sans air, appelé K', est l'indicateur de compactabilité du béton. Plus K' est élevé, moins le mélange est apte à se placer facilement. Mais ce paramètre n'est pas une propriété intrinsèque, car il est simplement calculé[20], et non mesuré. Il a cependant une signification physique : K' exprime la quantité d'énergie nécessaire pour amener le mélange granulaire au niveau de compacité prévu en théorique. Pour assurer la compactabilité, l'inégalité suivante doit être vérifiée :

$$K' \leq K^* \qquad (2.1.20)$$

où K* est l'indice de serrage se rapportant au mode de mise en place. La valeur de ce paramètre sera discutée au paragraphe 4.1.1.

### Calcul de la compactabilité d'un mélange

La compactabilité est calculée avec l'équation 1.2.14 (paragraphe 1.2.1). $\Phi$ est le rapport volumique [solide/(eau+solide)]. Comme pour la compacité résiduelle des granulats, il doit être corrigé pour tenir compte de l'effet exercé par les parois. Il s'agit aussi bien des parois du coffrage que de celles des aciers. La relation est :

$$\overline{\beta_i} = \left[1 - \left(1 - k_w\right)V_p\right]\beta_i \qquad (2.1.21)$$

(se reporter au paragraphe 1.3.1 pour la définition des symboles).

[20] en ce sens, ce concept est analogue à celui de "Mix Suitability Factor" (MSF) proposé par Day [Day 1995].

La figure 2.1.24, tirée du programme expérimental déjà présenté précédemment [Ferraris et de Larrard 1998], compare affaissement et compactabilité K'. Une certaine affinité existe pour les bétons sans SP, et elle justifie l'intérêt de la mesure de l'affaissement pour caractériser la facilité de mise en place des ces bétons. Par contre, si tous les mélanges sont pris en compte, il n'y a pratiquement plus de corrélation. Ces résultats montrent aussi pourquoi la mesure de l'affaissement n'est généralement pas faite sur les mortiers (outre le problème du surdimensionnement du cône, au regard de la taille maximale des granulats). De même, ils expliquent pourquoi des affaissements élevés (200 mm et plus) sont généralement exigés pour le béton à hautes performances (paragraphes 4.1.1 et 5.5).

Cette figure suggère d'autre part que l'indice de serrage du béton, défini précédemment, ne peut être considéré comme l'indicateur absolu de compactabilité de tous les mélanges. Il montre en effet que le superplastifiant diminue la quantité d'énergie nécessaire pour obtenir le serrage optimal du squelette du béton (assimilé au système solide [granulats + liant]). Par exemple, les mélanges autoplaçants (hautement superplastifiés, affaissements de 260-290 mm) sont bien plus faciles à mettre en place que des bétons ordinaires d'affaissement 50 mm, même si leur indice de serrage est de valeur supérieure. Cette contradiction doit alors être gérée en spécifiant un indice de serrage K* maximum qui ne dépend pas seulement du processus de compactage (serrage), mais aussi de la présence d'un superplastifiant.

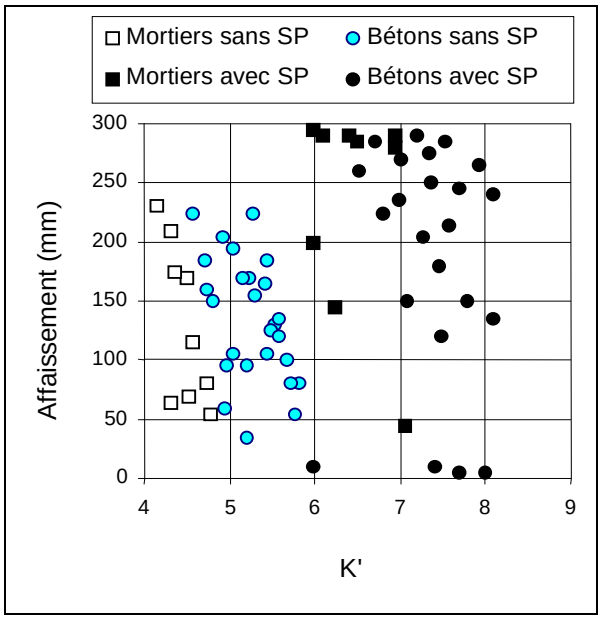



*Fig. 2.1.24. Relation entre affaissement et compactabilité, pour 66 mélanges réalisés avec les mêmes matériaux [Ferraris et de Larrard 1998].*

### Effet du confinement sur la compactabilité

Comme application pratique, calculons l'effet du confinement sur la compactabilité d'un béton à haute performance coulé dans une structure de grande dimension fortement armée. Nous supposerons que la pièce contient 500 kg d'acier par $m^3$, sous forme de barres de 20 mm essentiellement. Le volume perturbé est localisé principalement autour des barres, puisque la structure est supposée très ouverte (figure 2.1.25). Le volume perturbé dans l'unité de volume total est alors :

$$Vp = 1{,}6\ 10^{-4} d_i (40 + d_i) \qquad (2.1.22)$$

où $d_i$, la grosseur, est exprimée en mm. Le tableau 2.1.14 montre que l'effet du confinement n'intervient réellement que pour les gros granulats.

*Tab. 2.1.4. Volume perturbé (dans un volume total unité) en fonction de la taille des grains.*

| $d_i$ (mm) | 40 | 20 | 10 | 5 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| $V_p$ | 0,512 | 0,192 | 0,080 | 0,036 | 0,007 |

La simulation suivante concerne un BHP formulé avec trois granulats (12,5/20, 5/12,5 et 0/4 mm), un ciment Portland, des fumées de silice et un superplastifiant. Le dosage en ciment est de 425 kg/m$^3$ et celui des fumées de silice de 30 kg/m$^3$. La quantité d'eau efficace est de 155 l/m$^3$. La recherche des proportions granulaires a été faite en optimisant la compactabilité (c'est-à-dire en cherchant la plus faible valeur de K'). Sans prise en compte du confinement, on trouve un rapport gravillon/sable de 1,68 ; dans le cas contraire, le rapport est de 1,55 (figure 2.1.26). Comme prévu, le confinement tend à diminuer la quantité de gros grains dans le mélange final (paragraphe 1.4.5). L'effet n'est toutefois pas très important.

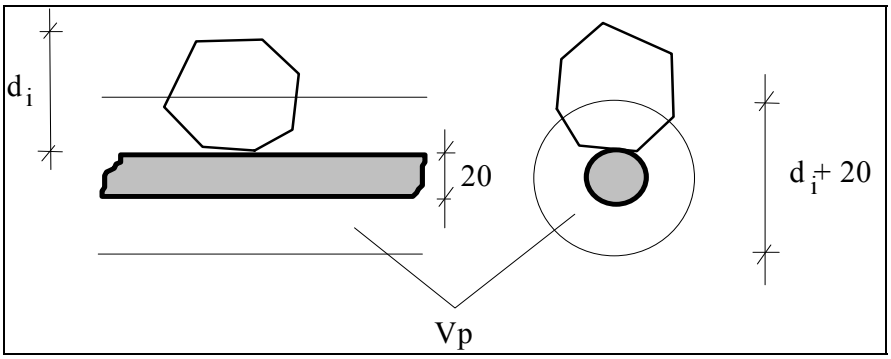



*Fig. 2.1.25. Perturbation créée par une barre déformée dans une pièce en béton.*

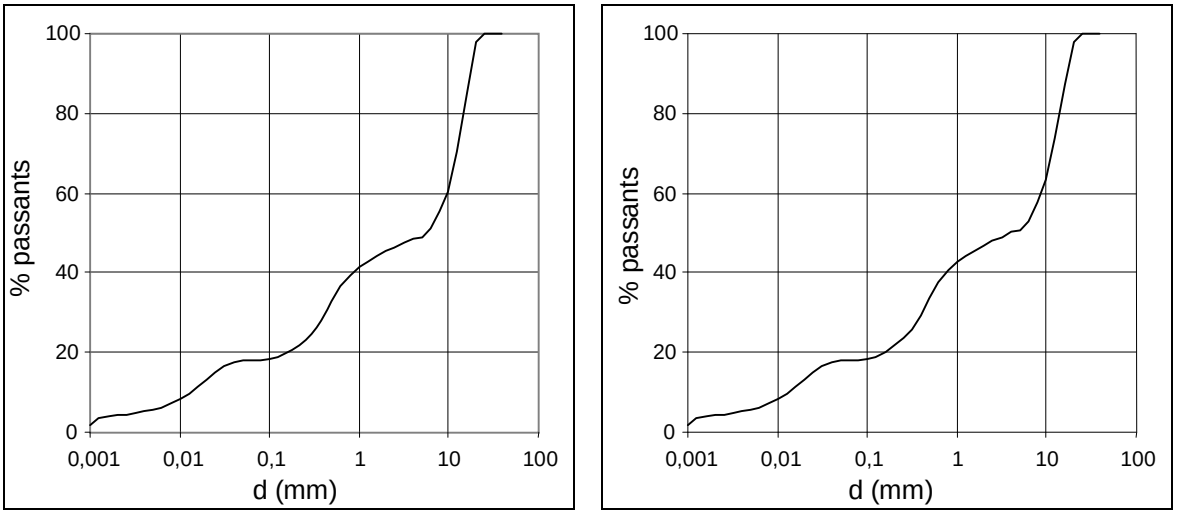



*Fig. 2.1.26. Effet du confinement sur la courbe granulaire optimale d'un BHP.*
*(a) : sans confinement ; (b) : avec confinement.*

### 2.1.6 Air occlus

Rappelons que le béton est un mélange "sec" de granulats, additionné d'un volume d'eau supérieur à la porosité de l'empilement. Cependant, même si tout béton ouvrable contient suffisamment d'eau pour emplir les vides du squelette solide, il y subsiste toujours, après serrage, un certain volume d'air. Cet *air occlus* ne doit pas être confondu avec l'air placé volontairement dans le mélange, pour avoir une protection au gel-dégel (*air entraîné*).

L'évaluation quantitative de l'air occlus sert non seulement à connaître la composition exacte d'une unité de volume de béton en place, mais elle permet aussi de prédire les propriétés mécaniques du béton durci. L'air occlus affecte en effet la résistance à la compression, au même titre que le volume d'eau (paragraphe 2.3). Différents auteurs ont décrit le mécanisme de piégeage de l'air occlus [Powers 1968], mais aucun ne donne de modèle quantitatif prévisionnel de cet air dans le béton frais. Nous utiliserons alors un ensemble de données originales pour étalonner un modèle spécifique qui sera validé grâce à quatre jeux de données différentes.

#### Expériences et modélisation

Les données ont été déjà présentées en partie dans le chapitre 2.1.1 (tableau 2.1.3). Les valeurs complémentaires sont portées dans le tableau 2.1.5. Le tout correspond à quarante sept mélanges produits avec les mêmes matériaux. Les mortiers ont été fabriqués avec un sable siliceux de rivière corrigé par un sable fin, un ciment de type CEM I et de l'eau (robinet). Les bétons de résistance normale (BO) ont été obtenus en ajoutant à ces constituants un silex roulé de taille maximale de 12,5 mm. Une autre série concerne les bétons plastifiés (BP), qui contiennent un plastifiant de type lignosulfonate. Les bétons à hautes performances (BHP) ont été fabriqués avec un superplastifiant du type mélamine. Enfin, des BTHP avec fumées de silice, contenant 10% de fumées de silice densifiée, par rapport au poids du ciment, ont également été réalisés. Huit petites gâchées (d'environ 15 litres) ont été préparées pour chaque type de formule, et leur teneur en air a été mesurée par mise sous pression d'un échantillon consolidé par vibration (airmètre). Les valeurs correspondantes, qui se situent entre 0,8 à 6,1%, sont portées dans les tableaux 2.1.1 et 2.1.5.

On constate que tous les mortiers contiennent plus d'air que les bétons (figure 2.1.28), confirmant ainsi que l'air occlus est essentiellement contrôlé par la quantité de sable. L'affaissement, comme la présence d'adjuvant, sont des facteurs secondaires. L'explication proposée est la suivante :

— en fin de malaxage, un certain volume d'air reste prisonnier des interstices du système granulaire ; cet air forme des bulles de taille comparable à la taille des grains de sable (soit de 0,05 à quelques millimètres) ;

— ce volume augmente lorsque le seuil de cisaillement du béton augmente (le seuil de cisaillement s'oppose à la consolidation exercée par la gravité) ;

— en présence d'adjuvants organiques, surtout de type tensioactif, ce volume d'air augmente aussi ;

— lorsque le béton frais, placé dans un moule, est soumis à la vibration, le seuil de cisaillement chute grandement, ce qui favorise l'ascension de chaque bulle individuelle. Il existe cependant une certaine probabilité pour que les petites bulles restent piégées sous les grains. Les classes granulaires "dangereuses" pour ces bulles sont celles qui présentent à la fois une taille critique et une surface spécifique

élevée. Les sables sont donc plus propices à retenir l'air, comparé au ciment qui ne peut en fixer qu'une faible partie (figure 2.1.27). D'ailleurs, les coulis fluides sont connus pour ne contenir qu'un minimum d'air occlus.

*Tab. 2.1.5. Données complémentaires du programme expérimental présenté tab. 2.1.3. GC = gros gravillon (Crotoy), SR = sable de Seine, Sf = Sable de Fontainebleau, FS = fumées de silice, P = plastifiant, SP = superplastifiant. Essais réalisés au LCPC en 1993.*

| Paramètres Testés | Mélanges | GC (kg/m$^3$) | SR (kg/m$^3$) | $S_f$ (kg/m$^3$) | CEM I (kg/m$^3$) | FS (kg/m$^3$) | P (kg/m$^3$) | SP (kg/m$^3$) | Eau (kg/m$^3$) | A (mm) | Air (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Témoin plastifié** | BP | 1032 | 553 | 184 | 389 | | 1,95 | | 180 | 85 | 3,0 |
| **Effet de la quantité de ciment** | BP - 200 | 1127 | 603 | 201 | 194 | | 0,97 | | 180 | 55 | 2,1 |
| | BP - 100 | 1079 | 578 | 193 | 292 | | 1,46 | | 180 | 165 | 1,9 |
| | BP + 100 | 985 | 527 | 176 | 487 | | 2,43 | | 180 | 45 | 2,4 |
| | BP + 200 | 937 | 502 | 167 | 585 | | 2,92 | | 180 | 10 | 2,6 |
| **Effet de la quantité d'eau** | BP - 15 | 1054 | 565 | 188 | 389 | | 1,94 | | 165 | 30 | 3,7 |
| | BP +10 | 1017 | 545 | 182 | 389 | | 1,95 | | 190 | 165 | 2,2 |
| | BP +20 | 1003 | 537 | 179 | 389 | | 1,95 | | 200 | 225 | 1,4 |
| **Témoin SF** | BTHP | 1053 | 564 | 188 | 437 | 44 | | 16,23 | 119 | 210 | 2,0 |
| **Effet de la quantité de ciment** | BTHP-300 | 1225 | 656 | 219 | 145 | 15 | | 5,39 | 119 | 5 | 1,4 |
| | BTHP-100 | 1110 | 595 | 198 | 340 | 34 | | 12,61 | 119 | 190 | 1,7 |
| | BTHP+100 | 995 | 533 | 178 | 535 | 54 | | 19,87 | 119 | 135 | 2,2 |
| | BTHP+200 | 937 | 502 | 167 | 633 | 63 | | 23,50 | 119 | 25 | 2,6 |
| **Effet de la quantité d'eau** | BTHP - 15 | 1074 | 576 | 192 | 437 | 44 | | 16,22 | 104 | 30 | 2,3 |
| | BTHP + 5 | 1045 | 560 | 187 | 437 | 44 | | 16,23 | 124 | 250 | 1,6 |
| | BTHP + 10 | 1038 | 556 | 185 | 437 | 44 | | 16,23 | 129 | 270 | 1,3 |

Un modèle a été étalonné à partir de ces données. Il est le produit de deux termes : le premier concerne l'apparition de l'air interstitiel durant le malaxage ; le second illustre la "capacité de piégeage" du squelette :

$$a = (1 + 0{,}882\,pl + 0{,}0683\,sp - 0{,}00222\,A)(-0{,}000988\,G + 0{,}00368\,S) \qquad (2.1.23)$$

*a* est le volume d'air occlus, en pourcentage du volume total ; *pl* et *sp* sont les masses d'extraits sec de plastifiant et superplastifiant (en kg/m$^3$) ; A est l'affaissement en mm ; G et S sont respectivement les masses de gravillon et de sable, en kg/m$^3$. L'erreur moyenne[21] de ce modèle est de 0,31% (figure 2.1.28).

Cette équation suggère plusieurs commentaires :

— le coefficient affecté au terme *pl* peut pénaliser les plastifiants actuels, car le produit utilisé (un lignosulfonate d'ancienne génération) présentait un effet entraîneur d'air élevé. Cet effet est probablement moindre avec les réducteurs d'eau récents, qui contiennent souvent des molécules plus efficaces ;

— le superplastifiant, lorsqu'il est employé en grandes quantités, présente lui aussi un certain effet entraîneur d'air, et ce volume pénalise quelque peu l'affaissement ;

— ce modèle considère l'affaissement, et non pas le seuil de cisaillement (qui n'a d'ailleurs pas été mesuré sur ces préparations). Comme prévu, plus l'affaissement est élevé (ou plus le seuil de cisaillement est bas), moins il y a d'air piégé dans le mélange. Pour l'affaissement maximum (300 mm), le modèle donne heureusement un volume d'air positif (ce qui valide l'extrapolation !) ;

[21] les mélanges d'affaissement inférieur à 20 mm ont été écartés du processus d'ajustement, car la mesure de l'air occlus n'est pas très fiable pour ces mélanges fermes.

— comme prévu, le coefficient relatif au sable est plus élevé que celui rattaché au gravillon. Ce dernier est d'ailleurs négatif, ce qui voudrait signifier que le modèle va à l'encontre des lois de la physique ! On sait cependant que les gravillons jouent le rôle de vibreurs internes durant la vibration du béton frais [Aïtcin et Albinger 1989]. Leur action réduit alors probablement la capacité du sable à piéger les bulles d'air. L'usage de ce modèle (équation 2.1.23), pour des rapports gravillon/sable élevés, peut néanmoins conduire à des teneurs en air négatives. Il est alors proposé d'adopter le modèle suivant pour l'air piégé :

$$0{,}5 \leq a = (1 + 0{,}882\ pl + 0{,}0683\ sp - 0{,}00222\ A)(-0{,}000988\ G + 0{,}00368\ S) \qquad (2.1.24)$$

car des valeurs d'air occlus < 0,5% sont rarissimes (selon l'expérience de l'auteur).

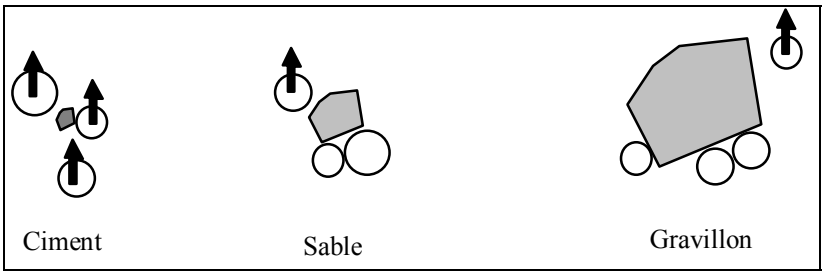



*Fig. 2.1.27. Mécanisme du piégeage de l'air pendant la consolidation.*

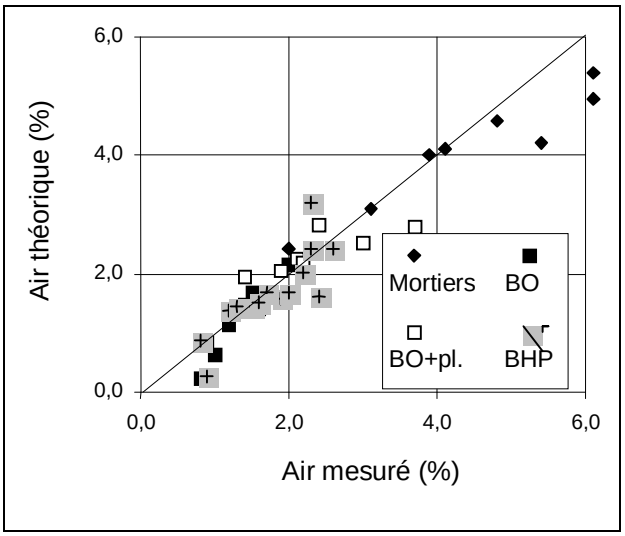



*Fig. 2.1.28. Ajustement du modèle de l'air occlus, pour les données des tab. 2.1.3 et 2.1.5.*

### Validations supplémentaires du modèle

Examinons tout d'abord deux jeux de données obtenues sur de petites gâchées de béton (moins de 100 l). Dans une étude antérieure, nous avions préparé huit mélanges (quatre pour des bétons de résistance normale et quatre pour des bétons de hautes performances) avec un gravillon calcaire concassé de taille maximale 10 mm ou 20 mm [de Larrard et Belloc 1992]. Un superplastifiant en poudre, de type naphtalène, avait été utilisé. En conservant les coefficients du modèle (équation 2.1.24), on retrouve l'air occlus mesuré avec une très bonne précision (erreur moyenne de 0,25%, figure 2.1.29). Huit mélanges sans air entraîné, d'affaissement constant, mais de composition de pâte variable, ont été publiés par Rollet *et al.* [Rollet *et al.* 1992]. D'après notre modèle, seuls des changements dans les doses de

plastifiant / superplastifiant peuvent créer des variations d'air aussi importantes que celles mesurées. Ici encore, l'accord entre prévisions et mesures est excellent (erreur moyenne de 0,19%, figure 2.1.29).

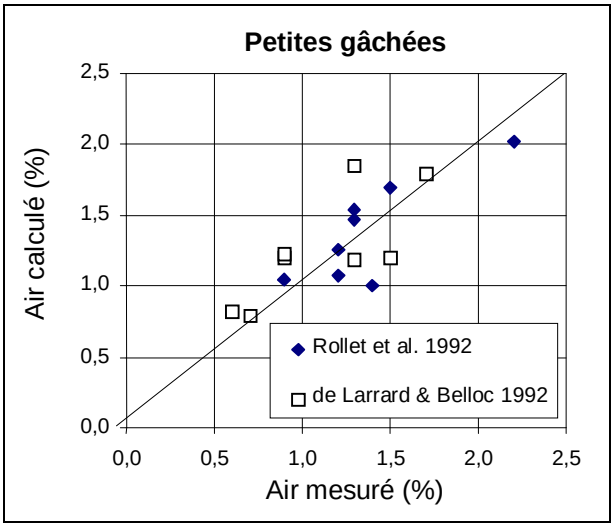



*Fig. 2.1.29. Validation directe du modèle pour deux jeux de données (petites gâchées).*

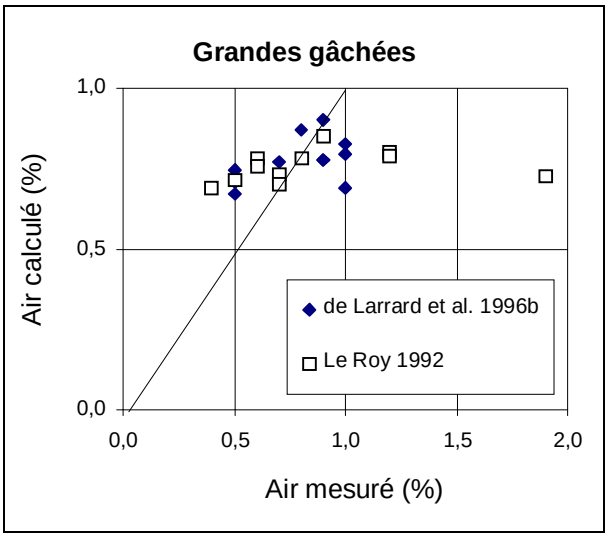



*Fig. 2.1.30. Validation du modèle pour deux jeux de données (grandes gâchées d'environ 200 l). Les coefficients de réduction ont été appliqués sur les prévisions du modèle.*

Il semble cependant que l'air occlus subisse un *effet d'échelle* lié au *volume* de la gâchée. En effet, les prévisions du modèle deviennent erronées dès que le béton est produit en grande quantité, disons au-delà de 200 l. Deux raisons peuvent expliquer cette dérive ; les malaxeurs industriels sont généralement plus efficaces et leur temps de malaxage (moins de 1 minute en général) est nettement inférieur à celui des instruments de laboratoire ; au fond d'un grand malaxeur, la pression due à la gravité est supérieure à celle qui règne dans une petite gâchée et l'air est plus fortement expulsé.

Dans les travaux de Le Roy [Le Roy 1996], dix mélanges, principalement des BHP, ont été coulés pour obtenir de grands corps d'épreuves destinés à l'étude du fluage

et du retrait (paragraphe 2.5). Si l'on applique un coefficient de réduction de 0,65 à la teneur en air calculée, l'erreur du modèle reste comparable à celle des données antérieures (0,27%). Pour d'autres données [de Larrard *et al.* 1996b] relatives à onze mélanges superplastifiés ou non, présentant une large gamme de résistance à la compression, le coefficient de réduction est de 0,49 (erreur moyenne de 0,15%). Ces données sont portées sur la figure 2.1.30.

Rappelons que ce chapitre est consacré à la prévision des propriétés des bétons réalisés *en laboratoire*. Le modèle à considérer pour l'air piégé est donc celui de l'équation 2.1.24. Il faut toutefois ne pas oublier que si le béton est produit en grandes quantités, on peut observer, par rapport aux prévisions, une baisse relative du volume d'air qui peut atteindre 50%. Cette remarque ne concerne pas l'air entraîné qui est plus stable, à cause de la petite dimension des bulles.

La méthode américaine de formulation des bétons (ACI 211) postule que la teneur en air est une fonction décroissante de la taille maximale des granulats ($D_{max}$). Notre modèle est conforme à cette hypothèse, puisque plus $D_{max}$ est grand, moins le mélange optimisé contient de sable. Abordons enfin le cas de bétons non ouvrables, où le modèle doit être utilisé avec circonspection. Une consistance ferme peut signifier que le béton manque d'eau pour emplir les vides entre grains. On ne doit donc utiliser le modèle que pour les bétons présentant un affaissement de quelques millimètres. Si la quantité d'eau est plus faible encore, comme pour les bétons compactés au rouleau (paragraphe 5.11), la porosité totale (eau + air) peut alors être prédite avec le MEC (chapitre 1), en prenant un indice de serrage approprié.

### 2.1.7 Stabilité (prévention du ressuage et de la ségrégation)

#### Diagramme de remplissage du béton désaéré

Une approche pour analyser la tendance à la ségrégation des mélanges granulaire est proposée au paragraphe 1.5. Le diagramme de remplissage est défini comme l'histogramme du ratio de remplissage des différentes tranches granulaires. Une tranche granulaire réunie plusieurs classes de grains pour lesquelles le contraste maximum de taille est d'environ 2,6 (rapport gros grains / grains fins). Le ratio de remplissage d'une tranche granulaire exprime le rapport entre le volume réel de la tranche et le volume maximum quelle pourrait "virtuellement" occuper dans le mélange, les volumes partiels des autres tranches restant constants. Un indice de ségrégation a été défini à partir du diagramme de remplissage ; il exprime le complément à 1 du ratio de remplissage minimum.

Appliquons maintenant ces concepts au béton frais en considérant, comme pour la modélisation des propriétés rhéologiques, que le béton est désaéré (sa teneur en air est généralement faible, et inconnue *a priori*). L'amplitude de chaque tranche granulaire est prise égale à 2,5, sachant que ce rapport coïncide avec la série de Renard décrivant l'ouverture des tamis[22] (NFP 18 101). Si la distribution des tailles est définie selon une autre norme, il est toujours possible de retrouver cette série par simple interpolation. Le tableau 2.1.6 présente la série des tranches granulaires utilisées dans les prochains développements. Un exemple de diagramme de remplissage est donné sur la figure 2.1.35a.

[22] selon une progression géométrique de raison $10^{0.1}$ : 1-1,25-1,6-2-2,5-3,15-4-5-6,3-8-10-12,5 etc.

*Tab. 2.1.6. Dimensions des tamis des tranches granulaires à prendre en compte dans les diagrammes de remplissage des bétons.*

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Taille moyenne (mm)** | 0,0016 | 0,004 | 0,01 | 0,025 | 0,063 | 0,16 | 0,4 | 1,0 | 2,5 | 6,3 | 16 | 40 |
| **Taille minimale (mm)** | 0,001 | 0,0025 | 0,0063 | 0,016 | 0,04 | 0,1 | 0,25 | 0,63 | 1,6 | 4 | 10 | 25 |
| **Taille maximale (mm)** | 0,0025 | 0,0063 | 0,016 | 0,04 | 0,1 | 0,25 | 0,63 | 1,6 | 4 | 10 | 25 | 50 |

On voit déjà, sur cette figure, que le diagramme de remplissage d'un béton réel est assez différent de celui d'un mélange "idéal", tel que celui présenté dans la section 1.5.3. En effet, bien que ce béton contienne trois granulats, dont un sable fin correcteur, une certaine lacune apparaît entre sable et gravier ; il en existe une aussi, plus importante, entre ciment et sable. La distribution réelle des classes granulaires confère donc au diagramme de remplissage une allure assez irrégulière.

### Interprétation du diagramme de remplissage

Nous avons observé, dans le rhéomètre, la surface supérieure des mélanges réalisés dans le cadre du programme de la figure 2.1.12 [Ferraris et de Larrard 1998]. Deux caractéristiques ont été notées : le degré de ressuage en fin d'essai et la quantité de gros grains remontés à la surface du mortier (suite à la dilatation du squelette granulaire). Ce dernier critère est un bon indicateur de la ségrégation. Seules des estimations visuelles subjectives ont été faites, dans le but de repérer le domaine du plan expérimental où ces phénomènes étaient les plus propices à se produire. Pour chaque mélange, une note comprise entre 0 à 3 a été attribuée à chacun des phénomènes. Ces chiffres ont été comparés aux coefficients K'c et K'g (paragraphe 2.1.3). Selon la définition de l'indice de serrage, ces deux coefficients correspondent à la somme des coefficients partiels K'i se rapportant respectivement aux classes granulaires du ciment (K'c) et des granulats (K'g). Ils couvrent l'intégralité du diagramme de remplissage.

La relation entre K'c et ressuage est donnée sur la figure 2.1.31. On voit que K'c contrôle étroitement le ressuage des mélanges sans superplastifiant. La tendance existe encore en présence de superplastifiant, bien que les données soient plus éparses. De plus, l'adjuvant lui-même influe grandement sur l'intensité du ressuage. Une valeur de K'c voisine de 1,6-1,7 garantit une absence de ressuage pour les mélanges sans superplastifiant ; une valeur plus forte (environ 4-4,5) est nécessaire en présence d'une grande quantité de superplastifiant.

Le ressuage résulte de la percolation de l'eau à travers les pores du béton frais [Powers 1968]. L'importance du ressuage est donc contrôlée par l'intensité du serrage initial (plus il fort, moins le ressuage est important), tandis que la cinétique du phénomène dépend plutôt de la surface spécifique des constituants du mélange. Par conséquent, lorsque les vides du squelette granulaire sont bien comblés par le ciment, il paraît logique qu'à la fois l'intensité et la cinétique du ressuage baissent. Notons que les données relatives aux bétons fermes (faible affaissement) ne sont pas portées sur la figure 2.1.31, puisque, pour ces mélanges, le serrage élevée (ou la faible compactabilité) a limité l'importance du ressuage, même pour les faibles dosages en ciment. En conclusion, pour les mélanges ouvrables, les ratios de remplissage des tranches fines du ciment contrôlent dans une large mesure le phénomène de ressuage.

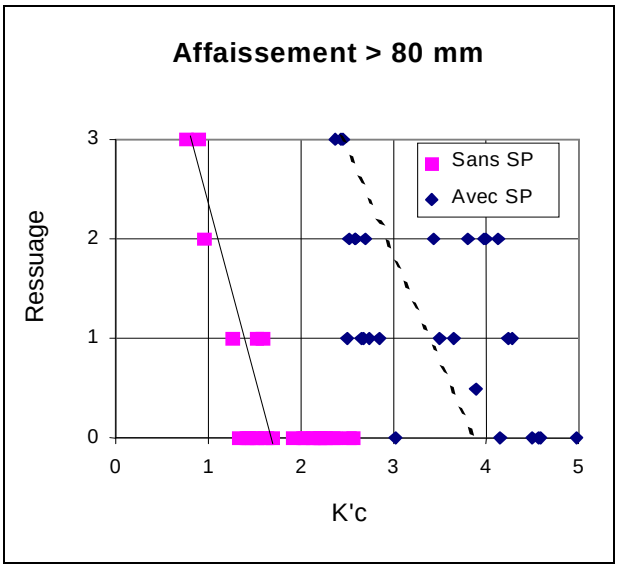



*Fig. 2.1.31. Relation entre K'c (contribution du ciment à l'indice de serrage du béton désaéré) et degré de ressuage. Les données sont issues de [Ferraris et de Larrard 1998].*

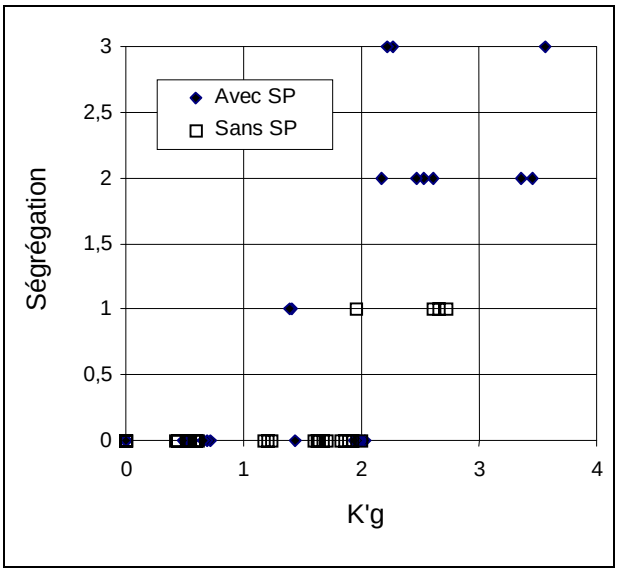



*Fig. 2.1.32. Rapport entre K'g (contribution du gravillon à l'indice de serrage du béton désaéré) et degré de ségrégation. Les données sont extraites de [Ferraris et de Larrard 1998].*

Par contre, l'expulsion des gros granulats hors du béton, pendant la phase de cisaillement, est bien corrélée au coefficient K'g (figure 2.1.32). Contrairement au ressuage, il n'apparaît ici aucune différence significative entre mélanges avec ou sans superplastifiant. Les choses se passent comme s'il existait une valeur critique de K'g (égal à 2 en l'occurrence) au-delà de laquelle, durant le cisaillement, les gravillons se séparent de la pâte. La figure 2.1.33b présente ce cas. Celui d'un mélange bien dosé, sans ségrégation, correspond à la figure 2.1.33a.

Un résumé des observations précédentes est donné sur la figure 2.1.34. Elle constitue un guide pour interpréter les diagrammes de remplissage. Notons qu'aucune limite quantitative n'est donnée sur ce document car, à ce stade de la recherche, dans l'esprit de l'auteur, le diagramme de remplissage n'est qu'un simple

outil destiné à expliquer l'apparition du ressuage et/ou de la ségrégation d'un mélange expérimental. Il aide à corriger le mélange initial, plutôt qu'à *prédire* son comportement. De plus, le ressuage et la ségrégation sont fortement affectés par les effets d'échelle. Il reste donc encore à développer une théorie pour que les ingénieurs puissent contrôler entièrement ces phénomènes.

A ce stade, on pourrait arguer que la courbe granulométrique du béton autorise aussi ce type de diagnostic. Le rapport de remplissage a cependant deux avantages :

— il prend en compte la compacité (ou la demande en eau) des classes granulaires. Par exemple, à taille égale, le volume de gravillon concassé conduisant à la ségrégation est plus faible que celui d'un granulat roulé ;

— il reflète les interactions entre les différentes classes. En d'autres termes, la quantité minimale de ciment nécessaire pour prévenir un ressuage excessif sera plus forte dans le cas d'un sable grenu (de module de finesse élevé), que dans le cas d'un sable bien gradué.

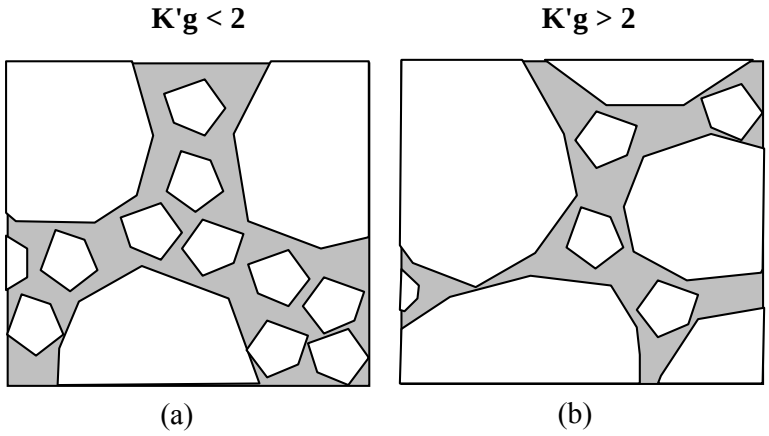



*Fig. 2.1.33. Structure granulaire du béton, avec différentes valeurs de K'g.*

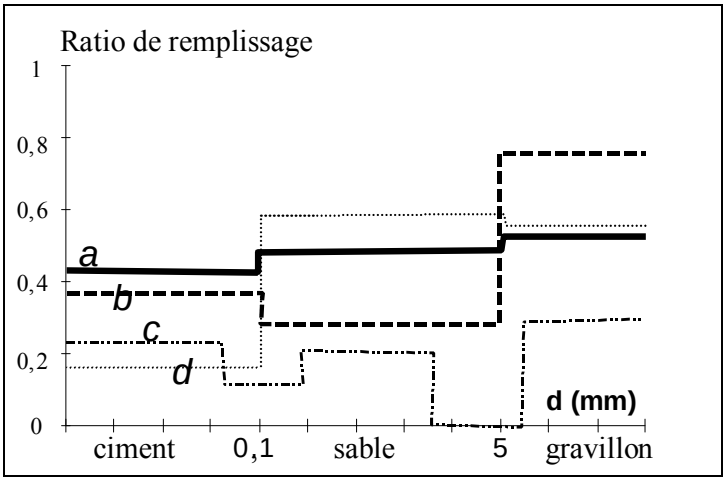



*Fig. 2.1.34. Interprétation du diagramme de remplissage : résumé.*
*(a) : mélange stable ; (b) : risque de ségrégation par un excès de gravillon ; (c) : risque de ségrégation par excès de fluidité (faible valeur K') et manque de continuité dans la courbe granulométrique ; (d) : risque de ressuage par manque d'éléments fins.*

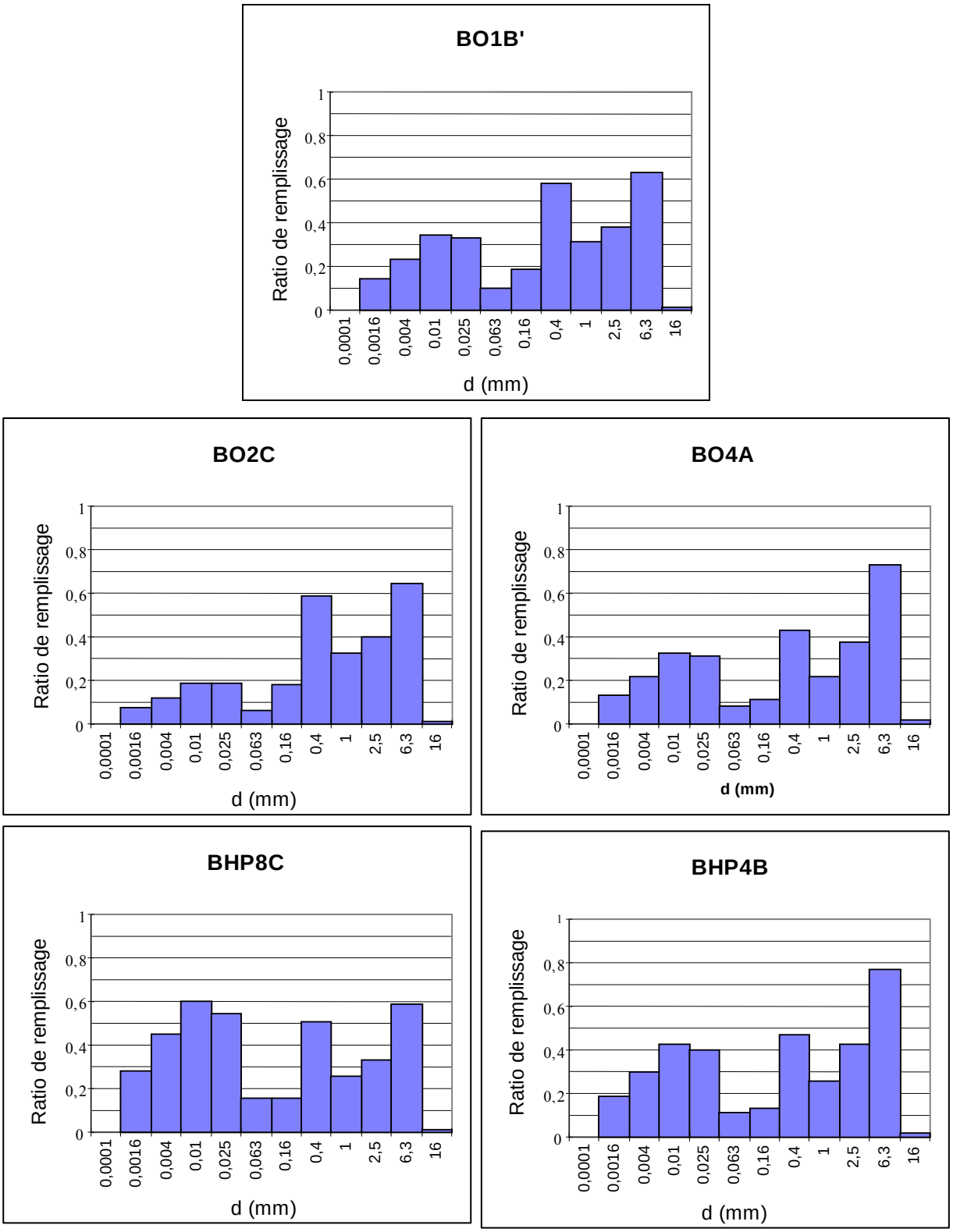



*Fig. 2.1.35. Diagramme de remplissage de quelques mélanges issus de [Ferraris et de Larrard 1998].*

### Exemples de diagramme de remplissage

Plusieurs diagrammes de remplissage typiques, extraits de l'étude de référence [Ferraris et de Larrard 1998], sont présentés sur la figure 2.1.35. Les dosages et les degrés de ressuage/ségrégation des mélanges sont donnés dans le tableau 2.1.7.

*Tab. 2.1.7. Dosages et propriétés d'une sélection de mélanges [Ferraris et de Larrard 1998].*

| Mélanges | G (kg/m$^3$) | $S_s$ (kg/m$^3$) | $S_f$ (kg/m$^3$) | CEM I (kg/m$^3$) | SP (kg/m$^3$) | e/c | Affai. (mm) | ressuage | ségrégation |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **BO1B'** | 952 | 614 | 190 | 360 | - | 0,567 | 100 | 0 | 0 |
| **BO2C** | 986 | 635 | 197 | 235 | - | 0,936 | 170 | 3 | 0 |
| **BO4A** | 1207 | 405 | 126 | 356 | - | 0,595 | 80 | 0 | 1 |
| **BHP8C** | 904 | 563 | 161 | 634 | 15,86 | 0,262 | 265 | 0 | 0 |
| **BHP4B** | 1270 | 416 | 119 | 424 | 10,59 | 0,388 | 120 | 3 | 2 |

Le premier mélange (BO1B') est un mélange ordinaire bien dosé, ayant de bonnes propriétés de stabilité. Le mélange BO2C a présenté un ressuage important, en raison de sa faible quantité en ciment et de son affaissement élevé. Ce comportement se traduit, dans le diagramme de remplissage, par des pics peu proéminents au droit du ciment. Le mélange BO4A contient un excès de gravillon (le pic du gravillon est presque deux fois plus haut que ces voisins), ce qui conduit à leur séparation du reste du mélange.

Le BHP8C est un béton autonivelant. Malgré son affaissement très important, il n'affiche ni ressuage, ni ségrégation, comme le laisse prévoir son diagramme de remplissage équilibré. Enfin, le BHP4B, qui contient moins de ciment et moins de sable que le précédent et, par conséquent, plus de gravillon, présente un ressuage et une ségrégation élevés.

### Potentiel de ségrégation

Au paragraphe 1.5, nous avons défini, pour les mélanges granulaires secs, le potentiel de ségrégation, S. Il s'agit d'un nombre destiné essentiellement à l'optimisation numérique. Son équation est :

$$S = 1 - \underset{1 \le i \le n}{\mathrm{Min}}\left(\frac{K_i}{1 + K_i}\right) \qquad (2.1.25)$$

Cet indice est utilisé pour optimiser les courbes granulaires et obtenir des diagrammes de remplissage réguliers. De tels diagrammes désignent les mélanges qui présentent une moindre tendance à la ségrégation.

L'application de ce concept au béton frais est tentante, surtout pour les mélanges fortement prédisposés à la ségrégation, comme les bétons autonivelants. Au préalable, il faut cependant considérer les points suivants :

— les indices partiels de serrage K'i doivent être calculés sur des tranches granulaires de spectre 2,5-2,6 ;

— dans l'équation 2.1.25, il ne faut pas considérer les valeurs de i pour lesquelles $d_i$ < 1 μm, car la nature colloïdale des éléments ultrafins rend quasiment impossible la ségrégation de ces particules ;

— dans la zone des gravillons, si la dimension maximale du granulat n'est pas une limite de tranche, le pic de droite du diagramme de remplissage peut être pénalisé, même si la courbe granulaire est équilibrée (figure 2.1.35). Il faut alors changer les bornes des tranches granulaires, de sorte que $D_{max}$ soit la valeur la plus élevée des différentes séries ($d_1$).

### 2.1.8 Modèles simplifiés pour caractériser la maniabilité

Après avoir établi un modèle pour chaque paramètre de Bingham, il peut s'avérer utile de proposer des outils plus simples, destinés par exemple à une approche analytique de la formulation (paragraphe 4.2). Dans ce cas, par référence au concept de *maniabilité*, un terme unique (à la place de plusieurs paramètres) est suffisant pour décrire le comportement rhéologique du matériau frais. Il s'agit de la viscosité apparente $\eta_a$, calculée pour un gradient de vitesse donné. La viscosité apparente est le rapport de la contrainte de cisaillement par le gradient de vitesse. Comme le gradient mesuré avec le rhéomètre BTRHEOM évolue approximativement entre [0,25, 6 $s^{-1}$], nous adopterons un gradient de référence de 3 $s^{-1}$.

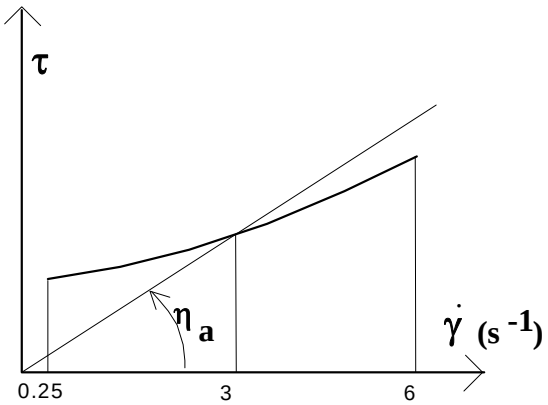



*Fig. 2.1.36. Définition de la viscosité apparente.*

Nous allons étalonner deux modèles de viscosité apparente à l'aide des données déjà utilisées dans les paragraphes 2.1.1 et 2.1.2 [Ferraris et de Larrard 1998]. Des valeurs expérimentales de $\eta_a$ ont été calculées à partir des paramètres de Herschel-Bulkley, en utilisant l'équation suivante :

$$\eta_a = \frac{\tau_0 + m\dot{\gamma}^n}{\dot{\gamma}} \qquad (2.1.26)$$

avec $\dot{\gamma}=3s^{-1}$

Le premier modèle se fonde sur l'approche adoptée pour modéliser les paramètres de Bingham, où la phase solide du béton (le mélange granulats-ciment) est analysée comme une suspension. Le second modèle repose sur l'approche de Farris, où seuls les granulats sont supposés en suspension dans la pâte de ciment [Farris 1968, Hu *et al.* 1995, Hu et de Larrard 1996, Mørtsell *et al.* 1996]. Les deux modèles serviront à démontrer plusieurs règles de formulation présentées au chapitre 4.

### Modèle de concentration solide et règle de Lyse

Si l'on compare la viscosité apparente à la concentration solide relative (volume solide rapporté à la compacité des matériaux secs), deux courbes maîtresses apparaissent ; l'une pour les mélanges ordinaires, l'autre pour les mélanges superplastifiés (figure 2.1.37). L'air occlus n'est pas pris en compte dans ces calculs (comme pour la modélisation de la viscosité plastique). En d'autres termes, Φ est le rapport entre le volume solide et la somme du volume solide et du volume d'eau.

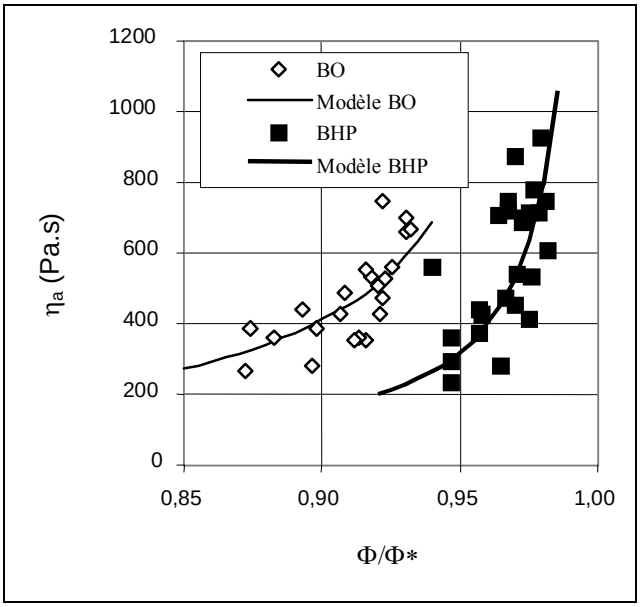



*Fig. 2.1.37. Viscosité apparente en fonction de la concentration solide relative (volume solide/compacité), pour les mélanges réalisés dans [Ferraris et de Larrard 1998].*

Un modèle hyperbolique simple donne une prévision satisfaisante de la viscosité apparente. La même fonction de la concentration solide relative est gardée pour les deux familles de bétons (avec ou sans superplastifiant). Seul un coefficient multiplicateur change. Nous avons alors :

$$\eta_a = \frac{41{,}1}{1 - \frac{\Phi}{\Phi^*}} \qquad (2.1.27)$$

pour les mélanges sans superplastifiant, et

$$\eta_a = \frac{15{,}9}{1 - \frac{\Phi}{\Phi^*}} \qquad (2.1.28)$$

pour les mélanges avec superplastifiant. L'erreur moyenne fournie par ce modèle, pour toutes les séries de béton, est égale à 96,2 Pa.s, en valeur absolue.

Notons que ce modèle autorise la démonstration de la célèbre règle de Lyse ([Lyse 1932], citée par Powers [Powers 1968]). Cette règle prétend que la consistance des bétons ordinaires, fabriqués avec les mêmes constituants, est contrôlée essentiellement par la quantité d'eau. Dans le cadre du présent modèle, la quantité d'eau est égale à 1-Φ. Donc, si les granulats sont correctement optimisés (§ 4,2) et si

la quantité de ciment est proche du dosage optimal (en terme de compacité), la quantité $\Phi^*$ ne subira que de petites variations entre plusieurs bétons. Par conséquent, une quantité d'eau constante impliquera une valeur constante de $\Phi$ et, selon l'équation 2.1.27 ou 2.1.28, la viscosité apparente sera presque constante.

**Modèle pâte/granulat**

Pour ce deuxième modèle, les paramètres sont :

— la concentration relative g/g* des granulats (gravillon + sable) dans le béton ;

— la concentration relative du ciment dans la matrice $v_c/\alpha_c$ ($v_c$ est la concentration du ciment dans la matrice, et $\alpha_c$ la compacité du ciment).

Pour chaque mélange, le terme g* a été calculé avec le MEC, en prenant un indice de serrage de 9. La même procédure a été appliquée pour évaluer $\alpha_c$, qui n'a pas la même valeur avec ou sans adjuvant (0,6311 et 0,5886 respectivement). La viscosité apparente est alors le produit d'un premier terme décrivant la viscosité de la pâte par un deuxième terme décrivant la contribution du squelette granulaire. Par optimisation numérique, les modèles suivants ont été étalonnés :

$$\eta_a = \frac{36{,}2}{(1 - v_c / \alpha_c)^{1{,}08}} \cdot \frac{1}{(1 - g / g^*)} \qquad (2.1.29)$$

pour les mélanges sans superplastifiant, et

$$\eta_a = \frac{19{,}8}{(1 - v_c / \alpha_c)^{1{,}08}} \cdot \frac{1}{(1 - g / g^*)} \qquad (2.1.30)$$

pour mélanges avec superplastifiant. L'erreur moyenne fournie par ce deuxième modèle n'est que de 37,2 Pa.s (figure 2.1.38).

Les résultats expérimentaux semblent donc être mieux approchés par le modèle pâte/ granulat que par le modèle de concentration solide. Ces deux modèles simplifiés seront des outils précieux pour aborder par l'analyse le problème de la formulation des mélanges.

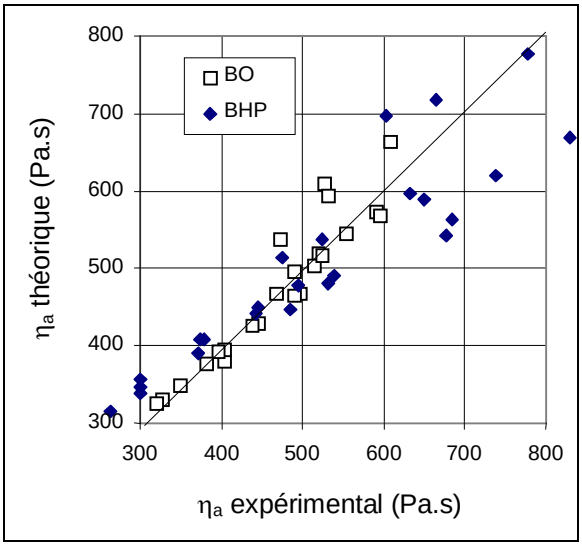



*Fig. 2.1.38. Comparaison entre valeurs expérimentales de viscosité apparente et prévisions du modèle pâte/granulat.*

## 2.2 Elévation de la température en conditions adiabatiques

Ce chapitre traite de la chaleur qui se dégage durant le durcissement du béton. Dans les structures massives fortement dosées en ciment, ce phénomène crée une élévation de température qui peut atteindre 60°C et plus. Lorsque la température redescend, un retrait thermique survient. S'il est empêché, ce retrait, qui peut se superposer au retrait endogène (paragraphe 2.5.5), va provoquer des fissures. Celles-ci doivent être évitées autant que possible, car elles altèrent la durabilité, surtout dans un environnement agressif. De plus, une température élevée pendant le durcissement réduit la résistance finale du béton en place [Laplante 1993]. Enfin, quand la température maximale dépasse 60°C, de l'ettringite secondaire peut se former [Neville 1995]. La maîtrise de l'élévation de la température pendant le durcissement du béton fait donc partie d'une approche globale de durabilité.

Cette élévation de température ne dépend pas seulement du béton, mais aussi des dimensions de la pièce où il est coulé. La connaissance de l'évolution du dégagement de chaleur dans le temps est indispensable pour calculer la température maximale qui régnera dans une pièce en béton, puisqu'il y a compétition entre la chaleur produite par les liants et la diffusion de cette chaleur vers les zones froides (environnement). Il existe des techniques numériques pour calculer le dégagement de chaleur d'un ciment Portland à partir de sa composition chimique [Van Breugel 1991, Bentz *et al.* 1998]. De plus, si la chaleur d'hydratation du ciment est mesurée (méthode du calorimètre de Langavant NFP 15-436), on peut calculer le dégagement de chaleur dans n'importe quel béton contenant ce ciment et une certaine quantité de pouzzolanes [Waller 1998]. Ce genre de courbe adiabatique peut être intégrée dans un code de calcul aux éléments finis, pour déterminer les champs de température, de déformation et de résistance de la structure [Torrenti *et al.* 1994].

Au stade de la formulation du mélange, la connaissance de la température adiabatique *finale*, considérée comme une propriété du matériau, suffit en général. Ce chapitre, basée principalement sur les travaux de Waller [Waller 1999], se propose donc d'évaluer cette température à partir des paramètres de la formule. Il peut s'agir alors de concevoir le mélange qui chauffera le moins, ou bien de calculer l'élévation de température de la structure. Dans ce dernier cas, il faut prendre en compte le fait que la montée de la température dépend, dans une certaine mesure, de la température initiale : plus cette température est basse, plus l'élévation de température est forte [Ohta *et al.* 1996].

On calculera tout d'abord la capacité thermique du béton. La chaleur produite durant l'hydratation du ciment – unique source de chaleur – sera ensuite déterminée à partir de l'estimation du degré final d'hydratation du liant. Ces paramètres permettront alors de calculer la chaleur totale libérée par unité de volume de béton. L'élévation de la température en conditions adiabatiques sera aussi modélisée grâce à ces calculs.

### 2.2.1 Capacité thermique

La capacité thermique du béton frais $C^{th}$ est simplement évaluée en additionnant la capacité thermique des différents constituants :

$$C^{th} = \sum_{\text{constituants}} m_i c_i^{th} \tag{2.2.1}$$

où $m_i$ est la masse du constituant i par unité de volume de béton, et $c_i^{th}$ sa capacité thermique. Le tableau 2.2.1 donne les valeurs caractéristiques de $c_i^{th}$ pour les constituants traditionnels du béton.

*Tab. 2.2.1. Capacité thermique des constituants du béton à 20°C.*

| Constituants | $c_i^{th}$ (kJ/K/kg) |
|---|---|
| **Granulats siliceux** | 0,73 |
| **Granulats calcaires** | 0,84 |
| **Granulats dolomitiques** | 0,89 |
| **Ciment Portland anhydre** | 0,76 |
| **Fumée de silice** | 0,73 |
| **Cendres volantes silico-alumineuses** | 0,73 |
| **Eau** | 4,19 |

Si le durcissement du béton se produit en conditions adiabatiques, deux phénomènes peuvent modifier sa capacité thermique. Tout d'abord, l'hydratation du ciment et des pouzzolanes entraîne une baisse de la capacité thermique, en raison principalement de la disparition d'une partie de l'eau libre. Parallèlement, la capacité thermique augmente très sensiblement avec la température (elle augmente de près de 10% lorsque la température passe de 10 à 80°C). Mais, comme ces deux effets s'ajoutent, la capacité thermique change finalement très peu. Par conséquent, la valeur de départ (la capacité thermique du béton frais) peut être prise comme base satisfaisante pour modéliser l'élévation de la température adiabatique [Waller 1999].

On peut noter aussi, dans le tableau 2.2.1, que c'est l'eau qui a la capacité thermique la plus forte. Donc, un béton faiblement dosé en eau présentera, pour une quantité de chaleur donnée, une température finale plus élevée. Citons, à titre d'exemple, les bétons performants qui sont non seulement peu dosés en eau, mais qui contiennent beaucoup de liant. Quant aux bétons compactés au rouleau, généralement peu dosés en liant, ils sont souvent utilisés pour les structures très massives. Pour ces deux types de béton, on peut donc déjà prévoir que l'élévation de la température en conditions adiabatique devra être particulièrement étudiée.

### 2.2.2 Degré d'hydratation des liants

Il s'agit de prévoir le degré final d'hydratation des liants lorsque le béton est placé dans une enceinte adiabatique scellée (sans échange thermique avec l'extérieur). On sait que le degré d'hydratation est contrôlé essentiellement par la formule de la pâte (rapports eau/ciment, pouzzolanes/ciment), car l'hydratation est une réaction locale qui se produit à l'échelle du grain du ciment. Cette hypothèse revient à dénier tout rôle aux phases inertes (interface pâte/granulat, fines inertes). En réalité, les phases chimiquement inertes sont connues pour influer de façon significative sur la cinétique des réactions (paragraphe 2.3.7), mais en n'ayant qu'un poids marginal sur l'ampleur finale du phénomène.

#### Degré d'hydratation du ciment Portland en absence de pouzzolanes

En se basant sur les hypothèses précédentes, il s'agit d'évaluer le degré final d'hydratation du ciment Portland dans une pâte durcie. On sait que les plus gros grains de ciment n'arrivent jamais a être totalement hydratés, même à très long terme [Neville 1995]. C'est dû au fait que, à une étape donné du processus, les

hydrates déjà formés ont précipité autour des grains de clinker, formant une barrière entre l'eau interstitielle et la phase anhydre. L'eau ne parvient donc plus à s'infiltrer à travers cette couche d'hydrate pour former, plus à cœur, de nouveaux hydrates. Plus les grains de ciment sont gros, plus ce phénomène est important. De plus, pour les faibles rapports eau/ciment, il y a un manque d'eau pour hydrater totalement le volume initial de ciment. Un calcul stœchiométrique montre qu'il faut environ 0,24 g d'eau pour hydrater complètement 1 g de ciment. Cependant, avec la progression de l'hydratation, non seulement la cinétique est ralentie par les difficultés de diffusion à travers la couche d'hydrate, mais il y a aussi un phénomène *d'auto-dessiccation* qui entraîne une baisse de l'humidité interne dans les pores du système (paragraphe 2.5.5). Cette dessiccation tend à diminuer le taux d'hydratation. Powers a montré qu'en ajoutant l'eau non évaporable et l'eau adsorbée[23], la quantité totale d'eau mobilisée par les hydrates était égale à environ 42% de la masse de ciment [Powers et Brownyard 1946-47].

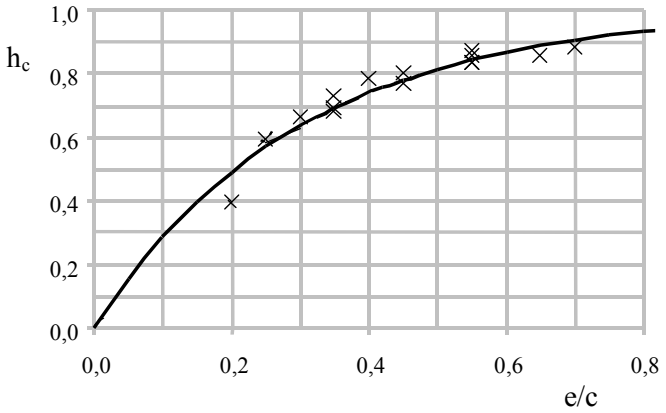



*Fig. 2.2.1. Modèle empirique pour le degré d'hydratation final du ciment [Waller 1998].*

Waller a collecté dans la littérature des données expérimentales sur le degré d'hydratation final de mélanges hydrauliques. En plus de ses propres résultats[24], il a reporté, en fonction du rapport eau/ciment, ceux pour lesquelles la mesure avait été faites après 400 jours d'âge (figure 2.2.1). Bien que les pâtes, les mortiers et les bétons contiennent différents ciments, les points s'ajustent convenablement avec le modèle empirique d'équation :

$$h_c = 1 - \exp(-3{,}38\ e/c) \qquad (2.2.2)$$

où $h_c$ est le dernier degré d'hydratation du ciment. Quand le rapport eau/ciment diminue, on constate que d'hydratation du ciment baisse de façon graduelle et continue.

### Degré d'hydratation du liant dans le système ciment/pouzzolanes

La prévision du degré d'hydratation devient plus complexe lorsque le système contient du ciment Portland et des pouzzolanes. Un calcul stœchiométrique montre que 1 g de fumée de silice ou de cendres volantes consomme respectivement, pour

[23] non disponible pour une hydratation supplémentaire.
[24] basé sur l'extrapolations vers l'infini d'essais calorimétriques.

être complètement hydraté, 1,3 ou 1,1 g de chaux environ. Si l'on considère que 1 g de ciment libère 0,3 g de chaux après hydratation, soit la pouzzolane est complètement consommée en fin de processus (et une certaine quantité de chaux reste disponible), soit seulement une partie de la pouzzolane a réagi en consommant toute la chaux libérée par le ciment. Les équations d'équilibre donnent les formules suivantes :

$$h_{FS} = \min\left(1; \frac{0{,}23\ h_c}{fs/c}\right) \tag{2.2.3}$$

pour la fumée de silice, et

$$h_{CV} = \min\left(1; \frac{0{,}27\ h_c}{cv/c}\right) \tag{2.2.4}$$

pour les cendres volantes, où $h_{FS}$ et $h_{CV}$ sont respectivement les degrés d'hydratation des fumées de silice et des cendres volantes.

Il est montré que la réaction pouzzolanique :

Chaux (portlandite) + Silice → CSH

ne demande pas d'eau supplémentaire. Cependant, comme pour le ciment, la phase hydratée possède une grande surface spécifique. Elle adsorbe alors une quantité considérable d'eau qui n'est plus disponible pour une nouvelle hydratation de ciment. Donc, comme le montre Justnes pour la fumée de silice [Justnes *et al.* 1992a-b], le degré d'hydratation du ciment baisse quand une pouzzolane est ajoutée dans le système, à rapport eau/ciment constant. L'équation 2.2.2 doit alors être corrigée en soustrayant à l'eau totale la partie de l'eau adsorbée par le CSH pouzzolanique. Une autre correction doit encore être faite, puisque cette réduction semble être amplifiée quand le rapport eau/ciment augmente. Par optimisation numérique, Waller a étalonné les formules suivantes pour le degré d'hydratation du ciment en présence de pouzzolanes [Waller 1999] :

$$h_c = 1 - \exp\left[-3{,}38\ (e/c - \delta)\right] \tag{2.2.5}$$

avec

$$\delta = \exp(1{,}63\ e/c)\frac{0{,}6\ h_{FS}\,fs}{c} \tag{2.2.6}$$

en présence de fumée de silice, et

$$\delta = \exp(1{,}63\ e/c)\frac{0{,}42\ h_{CV}\,cv}{c} \tag{2.2.7}$$

en présence de cendres volantes.

Quelle que soit la nature des pouzzolanes, le degré d'hydratation du ciment est donné par une équation implicite dont la solution peut être facilement trouvée par itération[25]. La figure 2.2.2 montre l'effet de plusieurs doses de fumées de silice sur le degré d'hydratation final du ciment Portland. Ici, deux remarques, peuvent être faites :

— la baisse du degré d'hydratation final du ciment, avec 10% de fumée de silice (dosage habituel dans les bétons performants) est considérable. La chaleur

[25] $h_c$ est défini par une équation du type x=f(x). La séquence suivante est alors générée : $u_1 = 1, ...u_n = f(u_{n-1})...$ La convergence est obtenue après 5 ou 6 itérations.

supplémentaire dégagée par la réaction pouzzolanique est alors partiellement annihilée par la moindre chaleur d'hydratation du ciment. C'est peut être la raison pour laquelle certains chercheurs ont prétendus que la réaction pouzzolanique ne dégageait pas de chaleur ;

— cette baisse se stabilise quand la teneur en fumée de silice est celle pour laquelle toute la chaux est consommée (c'est-à-dire pour *fs/c>0,2*).

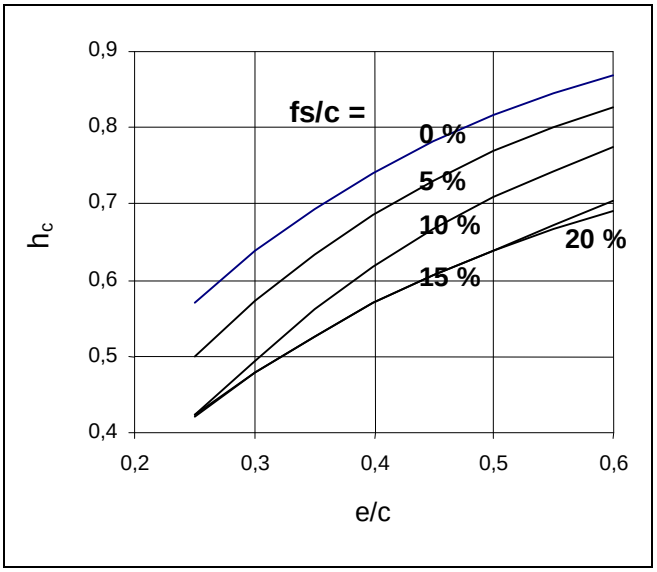



*Fig. 2.2.2. Effet de la fumée de silice sur le degré d'hydratation du ciment (simulations avec le modèle de Waller).*

Il faut disposer d'une série de mesures expérimentales faites sur des mélanges hydrauliques pour pouvoir valider ce modèle de calcul du degré d'hydratation. Mais ces mesures sont difficiles à réaliser quand plusieurs liants sont utilisés ensemble. Elles peuvent être faites par diffraction aux rayons X ou par résonance magnétique nucléaire, mais la précision est plutôt médiocre [Waller 1999]. C'est pourquoi nous préférons valider le modèle de température finale, qui correspond au but principal de cette partie de l'ouvrage.

### Système ternaire (ciment/fumées de silice/cendres volantes)

Il faut encore généraliser les modèles précédents au cas des mélanges ternaires (ciment / fumées de silice / cendres volantes). Faisons alors l'hypothèse que *les fumées de silice réagissent avant les cendres volantes*. Les cendres volantes ne réagiront donc que s'il reste de la chaux disponible après l'hydratation complète des fumées de silice.

Pour résoudre le système, supposons tout d'abord que la seule pouzzolane à réagir soient les fumées de silice. $h_c$ et $h_{FS}$ sont alors calculés avec les équations 2.2.3, 2.2.5 et 2.2.6. Si $h_{FS}<1$, nous avons $h_{CV}=0$. Si $h_{FS}=1$, alors une partie des cendres volantes va réagir. La quantité est calculée par la consommation du reste de chaux disponible :

$$0{,}3\ h_C\, c - 1{,}3\ fs = 1{,}1\ h_{CV}\, cv \qquad (2.2.8)$$

Finalement, quelle que soit la valeur de $h_{FS}$, le problème est résumé par le système d'équations suivant :

$$h_{FS} = \min\left(1; \frac{0{,}23\, h_c}{fs/c}\right) \tag{2.2.9}$$

$$h_{CV} = \max\left[0; \min\left(1; \frac{0{,}27\, h_C}{cv/c} - \frac{1{,}18}{cv/fs}\right)\right] \tag{2.2.10}$$

et

$$h_c = 1 - \exp\left[-3{,}38\,(e/c - \delta)\right] \tag{2.2.11}$$

avec

$$\delta = \exp(1{,}63\, e/c)\frac{0{,}60\, h_{FS}\, fs + 0{,}42\, h_{CV}\, cv}{c} \tag{2.2.12}$$

Comme dans le cas du liant binaire, le système est résolu par itération. Nous disposons alors d'un modèle pour le degré d'hydratation final de tout mélange ternaire contenant du ciment Portland, des cendres volantes et des fumées de silice. Pour calculer la chaleur totale dégagée, il faut encore évaluer la chaleur produite par une masse unité de chaque liant particulier.

## 2.2.3 Chaleur d'hydratation

### Chaleur spécifique d'hydratation des liants

La grandeur dont il est question dans ce paragraphe est la quantité de chaleur produite par une masse unité de liant *complètement hydraté*. Il existe quelques essais pour mesurer la chaleur d'hydratation du ciment, comme la méthode du calorimètre de Langavant (NFP 15-436) qui est un essai semi-adiabatique exécuté sur un mortier normal. Cependant, ces essais semi-adiabatiques ne sont pas très fiables car les pertes de chaleur en fin d'essai sont mal évaluées, ce qui altère le calcul de *toute* la chaleur dégagée [Waller 1999]. La chaleur d'hydratation sera déduite par conséquent de la composition de Bogue. La partie réactive d'un ciment Portland (clinker) est constituée de quatre phases : $C_3S$, $C_2S$, $C_3A$ et $C_4AF$ (paragraphe 3.2.4). Chaque phase a une chaleur spécifique d'hydratation qui est rappelée dans le tableau 2.2.2.

*Tab. 2.2.2. Chaleur d'hydratation des différentes phases du clinker [Waller 1999].*

| Phases du clinker | Chaleur d'hydratation (kJ/kg) |
|---|---|
| **$C_3S$** | 510 |
| **$C_2S$** | 260 |
| **$C_3A$** | 1100 |
| **$C_4AF$** | 410 |

La chaleur d'hydratation du ciment est alors une combinaison linéaire de la chaleur de chaque phase, en pourcentage massique. Il ressort du tableau 2.2.2 que les deux phases réputées donner des résistances précoces ($C_3S$ et $C_3A$) présentent aussi une forte chaleur d'hydratation. On trouve ici une explication au fait que les ciments à durcissement rapide favorisent la formation de fissures de retrait thermiques.

Waller a mesuré aussi la chaleur d'hydratation des pouzzolanes (fumées de silice et cendres volants silico-alumineuses) en réalisant des essais adiabatique sur mélanges de pouzzolanes, de chaux et d'eau, avec un excès de chaux pour avoir la transformation maximale des pouzzolanes en hydrates. Les valeurs obtenues sont données dans le tableau 2.2.3. Dans les deux catégories testées, on découvre que les différents produits ne présentent pas des valeurs très différentes, surtout si l'on considère l'incertitude sur les mesures. C'est assez surprenant, mais cela simplifie le problème : aucun essai spécifique d'identification n'est nécessaire pour évaluer la contribution d'une addition minérale à la chaleur finale dégagée dans le béton.

*Tab. 2.2.3. Chaleur d'hydratation de quelques pouzzolanes (fumées de silice et cendres volantes silico-alumineuses) [Waller 1999].*

| Produit | Chaleur dégagée par unité de masse de produit pouzzolanique (kJ/kg) |
|---|---|
| Fumée de silice A | 810 ± 60 |
| Fumée de silice C | 910 ± 70 |
| Fumée de silice D | 890 ± 70 |
| **Valeur moyenne** | **870 ± 70** |
| Cendre volante A | 500 ± 90 |
| Cendre volante B | 560 ± 100 |
| Cendre volante C | 610 ± 70 |
| Cendre volante D | 560 ± 60 |
| Cendre volante E | 630 ± 70 |
| **Valeur moyenne** | **570 ± 80** |

### Chaleur d'hydratation du béton

A partir des résultats précédents, le calcul de la chaleur d'hydratation du béton Q devient simple : c'est la somme des chaleurs dégagées par les différents liants, pondérée par leur degré d'hydratation respectif :

$$Q = \left(510\ t_{C3S} + 260\ t_{C2S} + 1100\ t_{C3A} + 410\ t_{C4AF}\right)\frac{h_c c}{100} + 870\ h_{FS} fs + 570\ h_{CV} cv \qquad (2.2.13)$$

où Q est exprimé en kJ/m$^3$, et c, fs et cv en kg/m$^3$. $t_{C3S}$ désigne le pourcentage de silicate tricalcique dans le ciment. Les degrés d'hydratation sont évalués en utilisant le modèle donné au paragraphe 2.2.2.

## 2.2.4 Elévation de la température en conditions adiabatiques

### Calcul de l'élévation de la température en conditions adiabatiques

L'élévation de la température adiabatique finale du béton $\Delta\theta$, en °C[26], est simplement le rapport de la chaleur dégagée (équation 2.2.13) par la capacité thermique (équation 2.2.1) :

$$\Delta\theta = \frac{Q}{C_{th}} \qquad (2.2.14)$$

Le modèle sera validé en utilisant l'ensemble du données publiées par Waller [Waller 1999].

[26] ou en °K

Waller a réalisé un grand nombre d'essais adiabatiques sur mortiers ou sur bétons fabriqués avec des granulats calcaires. Deux ciments Portland ont été utilisés soit purs, soit mélangés à des cendres volantes ou à des fumées de silice. Les ratios des formules ont variés sur une large gamme : eau/ciment (0,30-0,65) ; fumées de silice/ciment (0-0,30) ; cendres volantes/ciment (0-0,50). Plusieurs types de pouzzolanes ont étaient comparées et quelques mélanges ont incorporés aussi des fines calcaires.

Les 60 essais réalisés ont servi tout d'abord à étalonner le modèle du degré d'hydratation du ciment en présence de pouzzolanes (équations 2.2.6 et 2.2.7). L'augmentation théorique de température donnée par le modèle (de montée en température) a alors été comparée aux données expérimentales (figure 2.2.3). L'erreur moyenne du modèle est inférieure à 2 °C. L'erreur est inférieure à 5 °C pour encore 95% des valeurs. Les simulations ont été faites en considérant que les fines calcaires étaient inertes dans les mélanges. On verra plus tard que ces fines calcaires ont tendance à accélérer l'hydratation du ciment. Elles contribuent directement aussi à la résistance à la compression grâce à la formation de carboaluminates (paragraphe 2.3.7). En théorie, cet effet peut dégager un peu de chaleur; mais la quantité semble négligeable en première analyse, au regard des autres sources de chaleur.

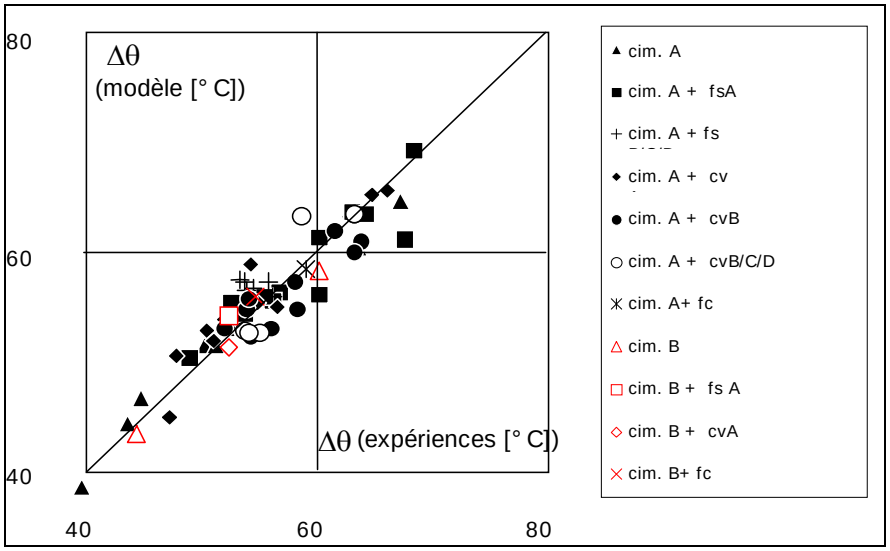



*Fig. 2.2.3. Validation du modèle d'élévation de la température en conditions adiabatiques [Waller 1999]. fs = fumées de silice, cv = cendres volantes, fc = fines calcaires.*

### Intérêt des pouzzolanes pour la limitation de la montée de température

Une conséquence de ce modèle, assez surprenante, vient de la forte chaleur dégagée par la réaction pouzzolanique. Si l'élévation de la température finale en conditions adiabatiques est un problème, il y a en fait peu d'intérêt à utiliser une pouzzolane (fumées de silice ou cendres volantes) en remplacement du ciment, à maniabilité et résistance constante [Waller *et al.* 1996]. Pour diminuer $\Delta\theta$, la stratégie la plus efficace est alors d'abaisser autant que possible la quantité d'eau, en utilisant un superplastifiant ou en spécifiant un mélange de consistance ferme, et en optimisant les proportions granulaires avec une addition de fumées de silice. Cette découverte s'oppose aux recommandations habituelles concernant l'intérêt d'utiliser

les cendres volantes dans les bétons de masse, pour limiter la montée de la température maximale et, parallèlement, la fissuration.

Ce paradoxe manifeste est lié à la différence entre élévation de la température en conditions adiabatiques et semi-adiabatiques. Au début, dans le coffrage, toute la chaleur produite est stockée au sein de la matière et participe directement à la montée de la température. Mais, par la suite, la diffusion de la chaleur gagne progressivement sur la production de chaleur. La température totale d'hydratation est alors ralentie. L'influence de l'énergie d'activation intervient alors. Comme les pouzzolanes ont une énergie d'activation bien supérieure à celle du ciment Portland, leur hydratation en est d'autant différée. Par conséquent, plus la pièce est mince (et non pas épaisse), plus il y intérêt à utiliser des pouzzolanes, si la montée de la température maximale pose problème.

En résumé, au niveau des matériaux, la limitation de la température dans une structure réelle sera obtenue en diminuant autant que possible l'élévation de la température en conditions *adiabatiques* prédite par le modèle *et* en utilisant un maximum de pouzzolanes en remplacement du ciment. Il faut cependant s'intéresser parallèlement au problème de durabilité, car une quantité suffisante de chaux libre doit rester au sein du béton durci, afin d'éviter une carbonatation trop rapide.

## 2.3 Résistance à la compression

La résistance à la compression dont il est question dans ce chapitre est celle mesurée en laboratoire sur éprouvettes cylindrique normalisées conservées dans l'eau. On suppose que des précautions particulières sont prises pour surfacer les faces d'appui des éprouvettes qui dépassent 60 MPa de résistance. Les modèles présentés ci-après s'appliquent également aux essais sur cubes, à condition d'utiliser un coefficient de conversion approprié. Un tel coefficient n'est pas universel, mais dépend de la résistance du béton, du type de granulats utilisé, de sa taille maximale, etc. [de Larrard *et al.* 1994d].

Pour analyser les relations entre formulation et résistance à la compression, nous assimilerons le béton à un matériau composite formé d'une phase rigide, dure et inerte (le granulat) dispersée dans une matrice liante (la pâte de ciment), l'ensemble étant considéré homogène à l'échelle macroscopique. La pâte, qui est la phase la moins résistante, est analysée en premier.

### 2.3.1 Pâte de ciment Portland durcie

#### Un modèle microstructural

La pâte de ciment durcie est une matière poreuse. Comme l'ont montré plusieurs chercheurs [Powers et Brownyard 1946-47], sa résistance à la compression dépend directement de son volume solide (complément à 1 du volume poreux). Nous allons présenter un modèle simple permettant d'expliquer la loi de puissance qui relie ces deux grandeurs [de Larrard 1988b], sans chercher tout de suite à établir une concordance quantitative avec l'expérience.

Supposons que la microstructure de la pâte de ciment durcie soit comparable à une structure en treillis. Les gels de CSH entre deux pores peuvent alors être assimilés soit à des barres, soit à des plaques (figure 2.3.1).

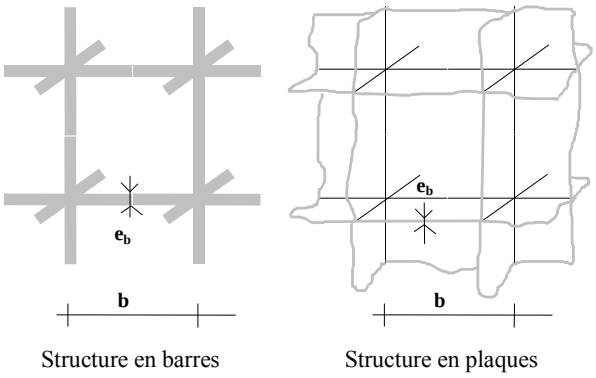



*Fig. 2.3.1. Un modèle microstructural pour la pâte du ciment durcie.*

Désignons par $b$ la dimension de la cellule élémentaire et par $e_b$ la dimension transversale des éléments de la phase solide.

Pour la structure en barres, la part du volume solide est :

$$\Phi = \frac{3\ \ e_b{}^2 b}{b^3} = 3\left(\frac{e_b}{b}\right)^2 \qquad (2.3.1)$$

Si une contrainte de compression $\sigma$ est appliquée sur la structure, parallèlement à l'un des axes du treillis, la contrainte dans les barres, dans cette direction, est :

$$\sigma_s = \sigma\left(\frac{b}{e_b}\right)^2 \qquad (2.3.2)$$

Supposons maintenant que la rupture est due au *flambage* de la barre. La contrainte de rupture dans la barre chargée est atteinte quand la force est égale à la charge critique d'Euler :

$$\sigma_s.e_b{}^2 = \pi^2 \frac{E_s}{b^2}\frac{e_b{}^4}{12} \qquad (2.3.3)$$

où $E_s$ est le module élastique intrinsèque de la phase solide. En remplaçant le rapport $e_b/b$ par son expression fonction de $\Phi$ (équation 2.3.1), on obtient :

$$\sigma = fc_p = \frac{\pi^2}{108} E_s \Phi^2 \qquad (2.3.4)$$

où $fc_p$ est la résistance à la compression de la pâte de ciment. Le volume solide d'une pâte de ciment frais est :

$$\Phi_0 = \frac{v_c}{v_c + v_e + v_a} \qquad (2.3.5)$$

où $v_c$, $v_e$ et $v_a$ sont respectivement les volumes de ciment, d'eau et d'air occlus. Après hydratation complète, le volume d'hydrates dépasse d'environ 1,6 fois le volume de ciment anhydre (alors que le volume total de la pâte reste approximativement le même). Il existe par conséquent un rapport direct entre $\Phi$ et $\Phi_0$ :

$$\Phi \approx 1{,}6\ \Phi_0 \qquad (2.3.6)$$

On obtient ainsi une relation entre résistance et dosage en ciment dans la pâte *fraîche* :

$$fc_p \propto \left(\frac{v_c}{v_c + v_e + v_a}\right)^2 \qquad (2.3.7)$$

qui n'est autre que l'expression de l'équation classique de Féret ([Féret 1892], paragraphe 2.3.2).

Le même type de calcul peut être fait avec la structure en plaques. Nous avons :

$$\Phi = \frac{3\ \ e_b\, b^2}{b^3} = 3\left(\frac{e_b}{b}\right) \qquad (2.3.8)$$

$$\sigma_s = \sigma\left(\frac{b}{e_b}\right) \qquad (2.3.9)$$

$$\sigma_s\ e\ b = \pi^2 \frac{E_s}{b^2}\frac{e_b{}^3 b}{12} \qquad (2.3.10)$$

$$\sigma = fc_p = \frac{\pi^2}{324} E_s \Phi^3 \qquad (2.3.11)$$

$$fc_p \propto \left( \frac{v_c}{v_c + v_e + v_a} \right)^3 \qquad (2.3.12)$$

On obtient encore une équation de forme comparable à celle de Féret, mais avec une puissance 3 à la place de 2. Cette équation est similaire à celle de Powers [Powers 1946-47] qui fait intervenir le rapport "gel/espace". Ce rapport désigne la concentration en hydrates dans la pâte durcie, quand le ciment est complètement hydraté. L'expression de Powers tient compte aussi du degré d'hydratation du ciment, $\alpha$. Elle est donc plus générale, mais nécessite cependant l'évaluation du paramètre $\alpha$, assez difficile en pratique (paragraphe 2.2.2).

### Expériences et lissages

Les expériences auxquelles il est fait référence ici ont été réalisées sur des pâtes diversement dosées en ciment [Marchand 1992], en essayant de résoudre les difficultés opératoires liées à ce genre de préparations. Les mélanges de rapport eau/ciment élevé, enclins au ressuage, ont subi un malaxage en deux étapes [Mehta 1975, Markestad 1976]. Une première pâte diluée, de rapport e/c égal à 5, a tout d'abord été fabriquée et malaxée de façon continue pendant 24 heures. La suspension obtenue, contenant déjà des particules de ciment hydratées, a ensuite été utilisée comme eau de gâchage pour fabriquer les éprouvettes. Les particules de CSH agissent alors comme un agent épaississant, en limitant le ressuage sans changer la composition finale de la pâte durcie. Des éprouvettes cylindriques ont été coulées, démoulées à 2 jours, soigneusement passées au lapidaire et conservées sous une enveloppe adhésive en aluminium. Le rapport eau/ciment des pâtes où le ressuage n'a pu être complètement évité a été corrigé par mesure de la densité. Le ciment utilisé était un ciment à haute résistance (CEM I 52,5 PM, selon la norme NFP 15 301), de surface spécifique Blaine 3466 $cm^2/g$, et de classe vraie (ISO) de 64 MPa (composition donnée dans [de Larrard et Le Roy 1992]). Pour les mélanges de faible rapport e/c, des quantités modérées de superplastifiant, de type mélamine, ont été utilisées pour faciliter la mise en œuvre. Les résultats sont donnés dans le tableau 2.3.1. Chaque mesure de résistance est la valeur moyenne obtenue sur 4 éprouvettes de dimensions 38x76 mm.

*Tab. 2.3.1. Résistances à la compression à 28 jours, réalisées par Marchand.*

| e/c | $fc_p$ exp. | modèle |
|---|---|---|
| **0,23** | 153,8 | 153,8 |
| **0,28** | 114,3 | 119,8 |
| **0,38** | 81,7 | 77,0 |
| **0,43** | 63,2 | 63,2 |
| **0,53** | 41,9 | 44,2 |
| **0,63** | 33,7 | 32,2 |

Les valeurs expérimentales s'ajustent convenablement selon une de loi de puissance (figure 1.3.2) de la forme :

$$fc_p = 730{,}4 \left( \frac{v_c}{v_c + v_e} \right)^{2{,}85} \qquad (2.3.13)$$

Le volume d'air occlus n'a pas été pris en compte, en raison de la consistance fluide des pâtes. Le terme entre parenthèses désigne donc la concentration en ciment. L'erreur moyenne du modèle est de 2,3 MPa, en valeur absolue ; elle est comparable à l'écart type de la mesure. Ce résultat confirme alors l'hypothèse d'un mécanisme de rupture à la compression par flambage local. Le fait que l'exposant ne soit pas une valeur entière provient probablement d'une hydratation incomplète des mélanges de faible rapport eau/ciment (paragraphe 2.2.2). Il est toutefois compris entre 2 et 3, comme prévu par les modèles simples présentés ci avant.

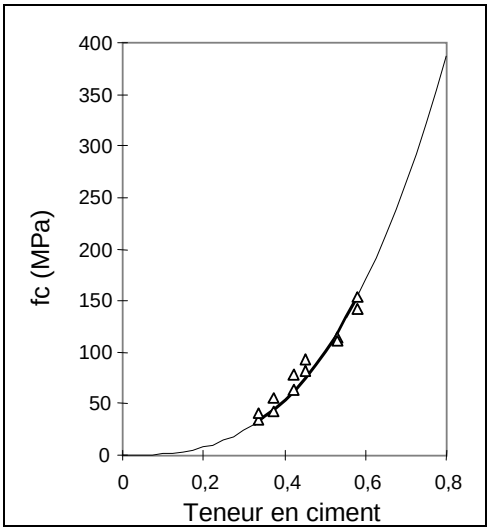



*Fig. 2.3.2. Rapport entre résistance à la compression et teneur en ciment, d'après les essais de [Marchand 1992].*

On obtient finalement un modèle plus général pour la résistance à la compression à 28 jours des pâtes de ciment durcies dans l'eau qui s'écrit :

$$fc_p = 11{,}4\ Rc_{28}\left(\frac{v_c}{v_c + v_e + v_a}\right)^{2{,}85} \qquad (2.3.14)$$

où $Rc_{28}$ est la classe vraie (ISO) du ciment à 28 jours (pargraphe 3.2.5). Cette relation suppose que la valeur de l'exposant reste la même avec un ciment d'une autre classe de résistance.

### 2.3.2 Effet du dosage en ciment sur la résistance à la compression du béton

La relation entre composition et résistance n'est plus aussi simple lorsque la pâte de ciment est mélangée à un granulat. En première approche, on considère généralement que la concentration en ciment dans la pâte est encore le facteur déterminant. Selon le pays et l'école de pensée, plusieurs modèles sont préférés. Les plus utilisés sont ceux de Féret [Féret 1892], de Bolomey [Bolomey 1935] et d'Abrams [Abrams 1919]. Nous allons comparer leur efficacité sur un ensemble de données provenant de sept bétons contenant du ciment Portland comme seul liant [Kim *et al* 1992]. Ces mélanges ont le même affaissement à l'état frais, des natures de granulats et des rapports granulaires identiques, et des rapports e/c compris entre 0,31 et 0,60.

Le terme explicite dans l'équation de Féret est la teneur en ciment de la pâte fraîche (voir précédemment). Il suffit alors d'ajuster un seul paramètre pour obtenir la fonction suivante, qui vérifie les données avec une erreur moyenne de 1,2 MPa seulement (figure 2.3.3) :

$$fc = 290 \left( \frac{v_c}{v_c + v_e + v_a} \right)^2 \qquad (2.3.15)$$

Fait remarquable, cette formule empirique a été développée initialement pour des mortiers de résistance comprise entre 10 et 20 MPa. Jadis, avant l'avènement des ordinateurs, Bolomey a proposé une forme linéaire de la formule de Féret. Dans le cas présent, la relation donne aussi un bon lissage des données (erreur moyenne de 1,4 MPa, figure 2.3.4) :

$$fc = 24{,}6 \left( \frac{c}{e} - 0{,}5 \right) \qquad (2.3.16)$$

où c et e sont les masses de ciment et d'eau par unité de volume de béton. Le terme relatif à l'air a cependant disparu, ce qui peut altérer la précision de l'équation pour les bétons secs ou quand de l'air est intentionnellement entraîné dans le mélange.

On notera, sur la figure 2.3.4, que la pente des points expérimentaux est plus faible que celle du modèle. Ce défaut pourrait être facilement corrigé en changeant dans la formule le terme multiplicateur et/ou la constante 0,5, bien que ce soit généralement cette dernière valeur qui est prise en compte quand la relation sert à formuler les bétons [Dreux 1970].

Enfin, indépendamment de "l'école européenne", Abrams proposa une équation exponentielle, toujours utilisée en Amérique du Nord, qui comporte deux paramètres ajustables [Popovics 1995]. Une telle formule :

$$fc = 147 \text{ x } 0{,}0779^{e/c} \qquad (2.3.17)$$

donne encore une bonne approximation des présentes données (erreur moyenne de 2,1 MPa; figure 2.3.5).

En résumé, pour les rapports e/c (ou les dosages en ciment) usuels, les trois modèles donnent des prévisions proches. Selon l'opinion de l'auteur, la formule de Féret a cependant quatre avantages :

— elle fait référence au volume de ciment, qui est un paramètre physique[27] ;

— elle prend en compte le volume d'air ;

— elle a une forme mathématique qui peut être justifiée physiquement (§ 2.3.1) ;

— elle donne des valeurs réalistes quand la quantité de ciment est extrapolée. Ce constat est vrai encore pour la formule d'Abrams, mais il ne l'est plus pour celle de Bolomey qui prévoit une résistance négative pour des rapports eau/ciment supérieurs à 2. Plus important, cette dernière relation prévoit une résistance qui tend vers l'infini pour de très faibles rapports e/c.

Cependant, avec d'autres données, l'équation de Féret ne donne pas toujours une concordance aussi satisfaisante. Cela est dû au fait que la résistance du béton n'est pas *uniquement* contrôlée par la résistance de la pâte. De plus, à ce stade, on ne sait expliquer pourquoi l'exposant 2 convient, alors qu'il faut une valeur de 2,85 pour

[27] tandis que le rapport e/c n'est qu'un indicateur, sans signification physique directe.

la pâte de ciment. Par conséquent, dans les sections suivantes, nous allons compléter le modèle de Féret pour estimer les paramètres dépendants des granulats, en gardant la forme de la loi de puissance fonction de la teneur en ciment.

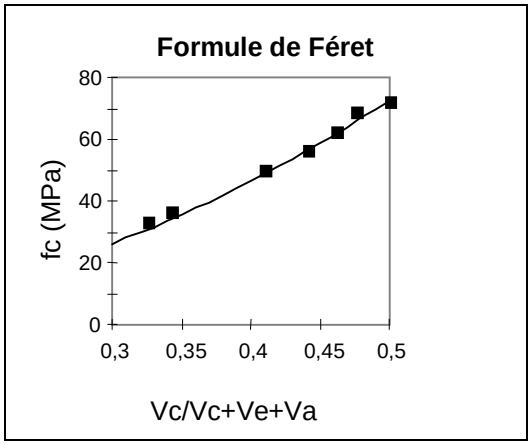



*Fig. 2.3.3. Ajustement des données selon la formule de Féret.*

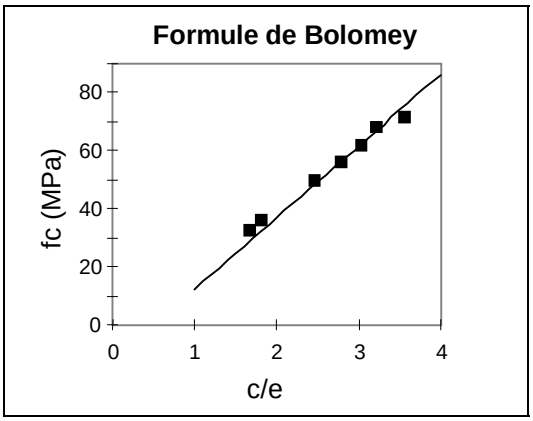



*Fig. 2.3.4. Ajustement des données selon la formule de Bolomey.*

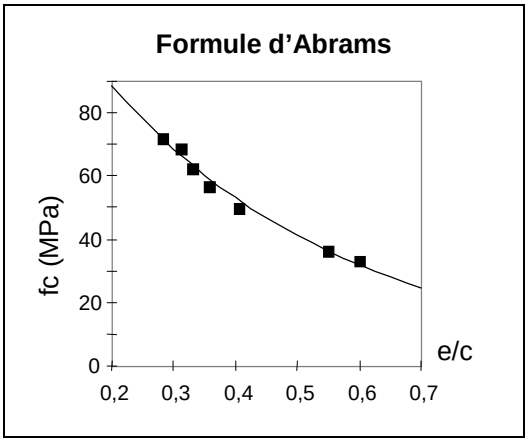



*Fig. 2.3.5. Ajustement des données selon la formule d'Abrams.*

### 2.3.3 Inclusion granulaire : effet de la topologie des granulats

Par *topologie*, on entend les paramètres géométriques des inclusions granulaires (granularité, forme, concentration dans le mélange), sans se soucier de leur nature. Dans un ensemble de bétons produits avec les mêmes constituants (granulats, ciment et eau), quelques tendances systématiques ont été observées.

#### Effet du volume granulaire

Stock *et al.* ont publié une étude bibliographique exhaustive présentant l'effet du volume granulaire sur la résistance à la compression du béton [Stock *et al.* 1979]. La plupart de leurs références tendent à montrer que la résistance diminue quand la teneur en pâte augmente, du moins dans la gamme usuelle des bétons de structure. Les auteurs ont réalisé aussi des expériences originales qui ont consisté à fabriquer des bétons de même granularité et de même matrice, mais avec des quantités de granulats différentes. Ils ont évité la ségrégation des mélanges fluides en faisant tourner continûment les éprouvettes jusqu'à la prise. Les résistances ont malheureusement étaient mesurées sur cube, et les résultats sont fortement dispersés. La tendance susmentionnée est cependant reproduite dans ces expériences (figure 2.3.6). Notons que l'effet du volume de granulat, qui n'est pas uniforme, peut être masqué par l'augmentation de l'air occlus, quand la maniabilité diminue (figure 2.1.6). D'après l'équation de Féret, le volume d'air joue le même rôle que le volume d'eau, au regard de la résistance.

*Fig. 2.3.6. Effet de volume de granulat sur la résistance à la compression du béton [Stock et al. 1979].*

#### Effet de la dimension maximale des granulats

Au début des années 60, l'article de Walker et Bloem, publié dans "ACI journal" [Walker et Bloem 1960], fut à l'origine une polémique [Alexander *et al.* 1961]. Les auteurs prétendaient que la résistance à la compression du béton subissait un effet négatif de la dimension maximale des granulats ($D_{max}$), à e/c constant. Ce propos

sema la controverse dans les milieux scientifiques, puisqu'il était – et il est encore – généralement admis que plus $D_{max}$ est élevée, plus le béton est compact et plus il présente une forte résistance et une meilleure durabilité. Ici encore, deux phénomènes exercent des effets antagonistes : pour une quantité de ciment donnée, l'augmentation de $D_{max}$ tend à réduire le besoin en eau (chapitre 1 et paragraphe 2.1) ; par contre, pour un rapport e/c donné, la résistance obtenue est inférieure. Par conséquent, quand la quantité de ciment et l'affaissement sont gardés constants, la résistance à la compression évolue de façon non monotone en fonction de $D_{max}$. Il existe une taille maximale optimale de granulat. Cette taille diminue quand la quantité de ciment augmente [Cordon et Gillespie 1963].

**Un concept unificateur : *l'épaisseur maximale de pâte* (EMP)** [de Larrard et Tondat, 1993]

En considérant le granulat comme une inclusion dans la matrice cimentaire, et à l'aide d'un calcul géométrique simple, nous allons montrer que les effets dont il est question ne sont que deux facettes d'un même paramètre physique.

C'est un fait couramment admis que se sont les gros grains, dans un empilement sec soumis à la compression, qui ont tendance à supporter la contrainte maximale [Oger 1987] : ils agissent comme des "points durs" dans le milieu "souple" constitué par l'empilement poreux des grains plus fins. Dans un empilement aléatoire, quelques gros grains adjacents peuvent être en contact direct. Les plus hautes contraintes dans le mélange sont alors enregistrées en ces points de contact (figure 2.3.7-a). Considérons maintenant que le même empilement est empli de pâte de ciment, d'un volume plus grand que la porosité de l'empilement sec, de façon à fournir une certaine maniabilité. On peut alors légitiment penser que la pâte placée entre deux de ces grains proches sera plus hautement comprimée (figure 2.3.7-b).

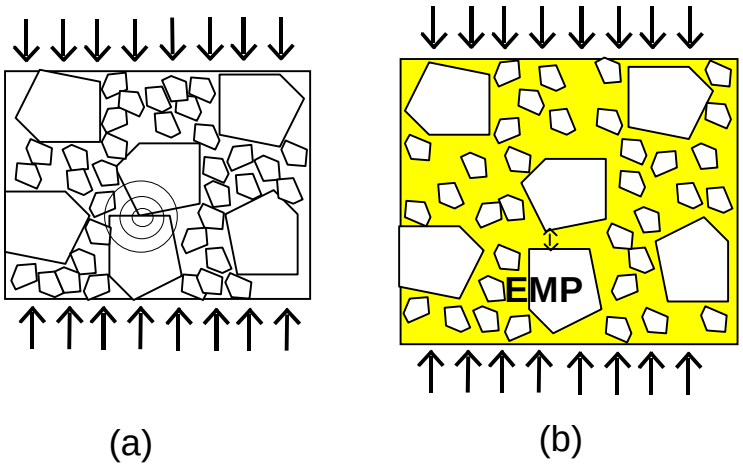



*Fig. 2.3.7. a) Empilement sec de particules soumis à un chargement uniaxial - b) Béton assimilé à un empilement sec injecté avec de la pâte de ciment. On suppose que le réseau des centres de gravité des particules est uniformément dilaté, de sorte que l'EMP désigne le plus grand intervalle trouvé entre deux gros grains qui étaient précédemment en contact.*

La distance entre les deux gros grains est appelée "Epaisseur Maximale de Pâte" (EMP), parce qu'elle représente le plus grand intervalle qui existe entre ces

particules, dans un processus à dilatation constante. Présentons une méthode simple pour son évaluation. Si, dans la figure 2.3.7-b, on applique une dilatation constante aux grains (dans un rapport égal à $\lambda$), le volume (solide) du granulat devient :

$$g^* = \lambda^3 g \tag{2.3.18}$$

où g est le volume de granulat dans une unité de volume de béton. Si les grains (dilatés) sont en contact avec leurs voisins, g* est égal à la compacité du granulat (assimilé à un mélange granulaire). Mais cette compacité particulière est aussi celle du granulat originel (avant dilatation des grains), puisqu'une homothétie – multipliant toutes les dimensions par le même coefficient – ne change pas la porosité d'un empilement de particules.

Par contre, nous avons :

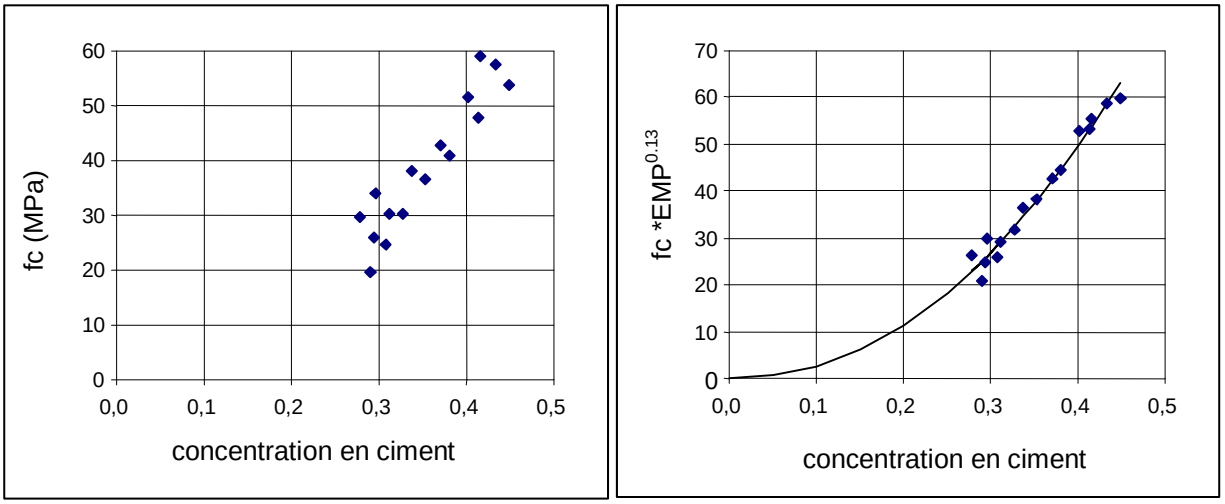
$$\frac{\mathrm{EMP} + \mathrm{D}_{\max}}{\mathrm{D}_{\max}} = \lambda \tag{2.3.19}$$

On obtient par conséquent l'équation suivante qui permet de calculer EMP :

$$\mathrm{EMP} = \mathrm{D}_{\max}\left(\sqrt[3]{\frac{g^*}{g}} - 1\right) \tag{2.3.20}$$

$D_{max}$ et g sont facilement déduits de la composition du mélange. g* peut être mesuré ou calculé avec le Modèle d'Empilement Compressible (chapitre 1).

Pour montrer l'effet de EMP sur la résistance à la compression, nous utiliserons tout d'abord un jeu de données se rapportant à seize bétons contenant de 300 à 575 kg/m$^3$ de ciment et ayant un $D_{max}$ compris entre 5 et 19 mm [Hobbs 1972]. Lorsque l'on reporte la résistance à la compression en fonction de la concentration en ciment dans la pâte fraîche, une certaine corrélation est trouvée, mais avec une forte dispersion – figure 2.3.8 a). Par contre, lorsque la résistance est corrigée par un terme multiplicatif, égal à EMP$^{0,13}$, la corrélation est nettement meilleure, comme le montre la figure 2.3.8 b).




(a) (b)

*Fig. 2.3.8. Rapport entre résistance à la compression et concentration en ciment, d'après les données de Hobb. a) résistances expérimentales ; b) résistances multipliées par EMP$^{0,13}$.*

Un traitement semblable a été appliqué à quatre groupes de données [de Larrard et Tondat 1993]. La résistance expérimentale, divisé par le carré de la concentration en ciment (comme dans l'équation de Féret), a été reportée en fonction de EMP (figure 2.3.9). Quantitativement, les données s'ajustent à l'équation empirique suivante :

$$f_c \propto EMP^{-r} \tag{2.3.21}$$

où r est compris entre 0,13 - 0,16. En introduisant ce terme EMP dans la formule de Féret, l'erreur moyenne dans la prévision de la résistance à la compression du béton est divisée par 2. L'influence de EMP n'est donc pas négligeable. On notera d'ailleurs, d'après la figure 2.3.9, que la résistance à la compression de bétons ayant même rapport eau/ciment, mais différentes quantités de pâte et/ou différentes TMG, varie du simple au double.

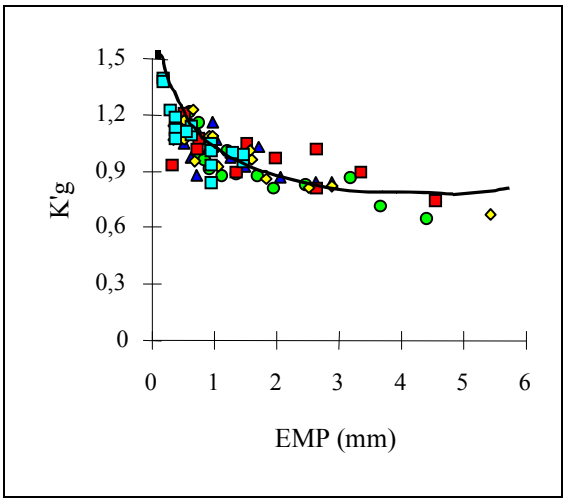



*Fig. 2.3.9. Relation entre résistance à la compression (après élimination de l'effet du rapport eau/ciment) et Epaisseur Maximum de Pâte, pour quatre jeux indépendants de données [de Larrard et Tondat 1993]. Paramètre sans dimension en fonction de EMP en mm.*

Physiquement, EMP pourrait être reliée à *l'auréole de transition*. Cependant, de façon surprenante, lorsque EMP diminue, la résistance à la compression augmente, alors que l'espace interstitiel (entre deux gros granulats) mobilisé par l'auréole, augmente aussi. Une autre explication serait *l'orientation* des cristaux de CSH : plus EMP est faible, plus les hydrates sont orientés, ce qui améliore leur résistance vis-à-vis des charges de compression. Des recherches supplémentaires sont encore nécessaires pour clarifier l'origine physique de ce phénomène.

D'après l'équation 2.3.20, le concept de EMP inclut à la fois l'effet du volume granulaire (terme g) et l'effet de $D_{max}$. Une forme intermédiaire d'un modèle général pour la résistance à la compression du béton durci est alors la suivante :

$$fc \propto EMP^{-r} \left( \frac{v_c}{v_c + v_e + v_a} \right)^2 \tag{2.3.22}$$

Mais, indépendamment du volume et de la granularité du granulat, il existe un effet systématique provenant de *la nature de la roche* originelle. Cet effet n'apparaît pas dans le concept d'EMP. Il est traité dans la section suivante.

## 2.3.4 Inclusion granulaire : effet de la nature de la roche [de Larrard et Belloc 1997]

Examinons tout d'abord quelques expériences réalisées pour montrer la contribution de la nature du granulat à la résistance du béton.

### Matériaux

Des granulats de cinq origines différentes ont été utilisés : un silex roulé du Crotoy (granulat marin), un calcaire dur concassé du Boulonnais, un calcaire semi-dur concassé de Arlaut, un basalte concassé de Raon l'Etape et un quartzite concassé de Cherbourg (très hétérogène). Les caractéristiques de ces granulats sont données dans le tableau 2.3.2.

*Tab. 2.3.2. Caractéristiques des granulats utilisés dans les présentes expériences*

| **granulats** | **Sable Seine** | **Crotoy 5/12,5** | **Crotoy 12,5/25** | **Boul. 0/5** | **Boul. 5/12,5** | **Boul. 12,5/20** | **Arlaut 0/5** | **Arlaut 5/12,5** | **Arlaut 12,5/25** | **Raon 0/2** | **Raon 1/4** | **Raon 6/10** | **Raon 10/20** | **Cherb. 0/3,15** | **Cherb. 4/10** | **Cherb. 10/20** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **f'c(MPa)** | - | 285 | 285 | 160 | 160 | 160 | 111 | 111 | 111 | 250 | 250 | 250 | 250 | - | - | - |
| **compacité** | 0,711 | 0,653 | 0,634 | 0,778 | 0,635 | 0,597 | 0,708 | 0,6022 | 0,584 | 0,742 | 0,615 | 0,601 | 0,600 | 0,758 | 0,543 | 0,570 |
| **taille (mm)** | % passants | | | | | | | | | | | | | | | |
| **0,005** | | | | | | | | | | | | | | 0 | | |
| **0,0063** | | | | | | | | | | 1 | | | | 1 | | |
| **0,008** | | | | | | | | | | 1 | | | | 1 | | |
| **0,01** | | | | | | | | | | 2 | | | | 2 | | |
| **0,0125** | | | | | | | | | | 3 | | | | 3 | | |
| **0,016** | | | | | | | | | | 4 | | | | 3 | | |
| **0,02** | | | | | | | | | | 4 | | | | 4 | | |
| **0,025** | | | | | | | | | | 5 | | | | 5 | | |
| **0,0315** | | | | | | | | | | 6 | | | | 5 | | |
| **0,04** | | | | | | | | | | 7 | | | | 6 | | |
| **0,05** | | | | | | | | | | 7 | | | | 7 | | |
| **0,063** | | | | 0 | | | | | | 8 | | | | 7 | | |
| **0,08** | 0 | | | 8 | | | 0 | | | 9 | | | | 8 | | |
| **0,1** | 1 | | | 11 | | | 1 | | | 12 | | | | 11 | | |
| **0,125** | 3 | | | 14 | | | 2 | | | 14 | | | | 14 | | |
| **0,16** | 7 | | | 19 | | | 4 | | | 16 | | | | 17 | | |
| **0,2** | 12 | | | 24 | | | 8 | | | 19 | | | | 21 | | |
| **0,25** | 17 | | | 30 | | | 13 | | | 22 | | | | 26 | | |
| **0,315** | 24 | | | 34 | | | 18 | | | 26 | | | | 31 | | |
| **0,4** | 35 | | | 40 | | | 26 | | | 30 | 0 | | | 37 | | |
| **0,5** | 48 | | | 46 | | | 34 | | | 35 | 1 | | | 44 | | |
| **0,63** | 60 | | | 51 | | | 44 | | | 41 | 2 | | | 53 | | |
| **0,8** | 70 | | | 57 | | | 52 | | | 46 | 2 | | | 58 | | |
| **1** | 76 | | | 63 | | | 61 | | | 54 | 3 | | | 68 | | |
| **1,25** | 80 | | | 68 | | | 72 | | | 64 | 4 | | | 77 | | |
| **1,6** | 84 | | | 74 | | | 80 | | | 74 | 7 | | | 85 | | |
| **2** | 88 | | | 79 | | | 88 | | | 86 | 12 | | | 92 | 0 | |
| **2,5** | 92 | | | 83 | | | 95 | | | 96 | 22 | | | 97 | 0.5 | |
| **3,15** | 95 | | | 88 | | | 97 | 0 | | 100 | 40 | 0 | | 100 | 1 | |
| **4** | 99 | | | 95 | 0 | | 98 | 0.5 | | | 72 | 1 | | | 2 | |
| **5** | 99 | 0 | | 100 | 1 | | 99 | 2 | | | 95 | 2 | | | 4 | 0 |
| **6,3** | 100 | 7 | | | 11 | | 100 | 10 | | | 100 | 9 | 0 | | 17 | 1 |
| **8** | | 20 | | | 33 | 0 | | 31 | | | | 39 | 1 | | 48 | 2 |
| **10** | | 41 | 0 | | 57 | 1 | | 64 | 0 | | | 84 | 4 | | 89 | 12 |
| **12,5** | | 89 | 4 | | 93 | 10 | | 100 | 1 | | | 100 | 30 | | 100 | 41 |
| **16** | | 100 | 48 | | 100 | 53 | | | 14 | | | | 78 | | | 82 |
| **20** | | | 95 | | | 92.5 | | | 38 | | | | 96 | | | 100 |
| **25** | | | 100 | | | 100 | | | 92 | | | | 100 | | | |
| **31,5** | | | | | | | | | 100 | | | | | | | |

Tous les mélanges ont été fabriqués avec un ciment Portland CEM I 52,5 combiné à 10% de fumées de silice densifiées et à un superplastifiant de type mélamine. Les mortiers et bétons ont été formulés de façon à avoir des pâtes de même composition (e/c[28] = 0,285) et une certaine consistance (affaissement supérieur à 200 mm). Pour chaque type de granulat et chaque $D_{max}$, la granularité du mélange a était optimisée à l'aide du logiciel RENÉ LCPC [Sedran et de Larrard 1994], en cherchant le contenu minimum de pâte. Les proportions des mélanges sont données dans le tableau 2.3.3.

*Tab. 2.3.3. Dosage des mélanges et propriétés mécaniques des pâtes, mortiers et bétons. G, G', S, S' représentent les différentes tailles de granulats utilisés, du plus gros, au plus fin.*

| N° | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Granulat** | – | **Crotoy** | **Crotoy** | **Crotoy** | **Boulon-nais** | **Boulon-nais** | **Boulon-nais** | **Arlaut** | **Arlaut** | **Raon l'Etape** | **Raon l'Etape** | **Cher-bourg** | **Cher-bourg** |
| **Mélange** | Pâte | Mortier | µ-béton | Béton | Mortier | µ-béton | Béton | Mortier | Béton | Mortier | Béton | Mortier | Béton |
| G (kg/m$^3$) | | | | 653 | | | 661 | | 638 | 0 | 725 | | 627 |
| G' (kg/m$^3$) | | | 1051 | 446 | | 876 | 285 | | 345 | 0 | 210 | | 163 |
| S (kg/m$^3$) | | 1528 | 771 | 753 | 1407 | 844 | 789 | 1401 | 683 | 674 | 187 | 1193 | 774 |
| S' (kg/m$^3$) | | | | | | | | | | 854 | 701 | | |
| CEM I (kg/m$^3$) | 1543 | 644 | 444 | 431 | 717 | 539 | 525 | 670 | 500 | 673 | 513 | 826 | 612 |
| FS (kg/m$^3$) | 154,3 | 64,4 | 44,4 | 43,1 | 72,56 | 53,9 | 52.5 | 67 | 50 | 67 | 51,3 | 82,6 | 61,2 |
| SP (kg/m$^3$) | 30,9 | 16,1 | 11.1 | 10,8 | 17,9 | 13,5 | 13,1 | 16,8 | 12,4 | 16,9 | 12,8 | 20,6 | 15,2 |
| Eau (kg/m$^3$) | 417 | 190 | 136 | 134 | 204 | 156 | 153 | 215 | 173 | 201 | 158 | 231 | 174 |
| g* | | 0,767 | 0,864 | 0,871 | 0,829 | 0,885 | 0,89 | 0,755 | 0,855 | 0,789 | 0,852 | 0,813 | 0,869 |
| g | | 0,.579 | 0,711 | 0,719 | 0,527 | 0,645 | 0,649 | 0,543 | 0,651 | 0,548 | 0,651 | 0,457 | 0,598 |
| $D_{max}$ (mm) | | 2,5 | 12,5 | 20 | 3,15 | 12,5 | 20 | 2 | 25 | 5 | 20 | 2 | 20 |
| EMP (mm) | | 0,246 | 0,839 | 1,32 | 0,513 | 1,39 | 2,22 | 0,232 | 2,378 | 0,646 | 1,8768 | 0,423 | 2,654 |
| air (%) | | 3,5 | 0,8 | 0,7 | 2,5 | 1,1 | 0,8 | 3,8 | 0,8 | 1,7 | 0,5 | 3.1 | 1,4 |
| Affais. (mm) | | 255 | 240 | 235 | 260 | 250 | 250 | 250 | 220 | 260 | 230 | 220 | 215 |
| fc1 (MPa) | (80) | 56,9 | 45,9 | 47,5 | 72,0 | 72,4 | 61,8 | 56,3 | 53,4 | 61,4 | 46,3 | 71,8 | 61,9 |
| Module (MPa) | | 56,0 | 47,7 | 45,0 | 75,3 | 68 | 64,8 | 67 | 53,4 | 55,1 | 48,0 | 72,2 | 60,6 |
| fc3 (MPa) | 109,.2 | 76,4 | 64,9 | 62,7 | 94,9 | 90,7 | 82,6 | 79,2 | 71 | 76,9 | 64,2 | 87 | 76,7 |
| Module (MPa) | | 76,4 | 65,1 | 61,4 | 95,0 | 86,5 | 82,6 | 83,0 | 67,4 | 75,2 | 65,5 | 88,9 | 75,9 |
| fc28 (MPa) | 152,3 | 106,3 | 90,5 | 86,8 | 112,1 | 109,5 | 107,7 | 101,9 | 89 | 104,9 | 90,9 | 108,4 | 101,8 |
| Module (MPa) | | 106,6 | 90,8 | 85,6 | 119,3 | 109,5 | 105 | 101,9 | 84,7 | 104,9 | 91,3 | 108,4 | 94,3 |
| ft28 (MPa) | 2,57 | 6,34 | 5,91 | 5,48 | 5,45 | 4,71 | 4,86 | 5,23 | 4,59 | 6,53 | 5,62 | 5,60 | 5,70 |
| Ei28 (MPa) | 29,3 | 45,4 | 55,4 | 55,5 | 44,7 | 52,6 | 53,8 | 37,6 | 42 | 45,5 | 52,1 | 38 | 42,6 |

### Essais

Pâtes, mortiers et bétons ont été coulés dans des cylindres de 110x220 mm et serrés par table vibrante. Ni ségrégation, ni ressuage n'ont été observés sur les mélanges, y compris sur la pâte pure, à cause du faible rapport e/c et de la présence de fumées de silice. Les éprouvettes ont été démoulées après 20 heures et leurs extrémités ont été soigneusement passées au lapidaire. La résistance à la compression a été mesurée à 1, 3 et 28 jours. La résistance à la traction et le module d'élasticité ont été mesurés à 28 jours. Pour les essais autres qu'à 1 jour, les cylindres ont été protégés par un film adhésif en aluminium, pour éviter tout échange d'humidité avec l'environnement. La température de cure était 20 ± 2 °C. D'autres détails sur les essais sont donnés dans la publication originale. Les résultats mécaniques sont portés sur le tableau 2.3.3.

[28] eau efficace / ciment seulement.

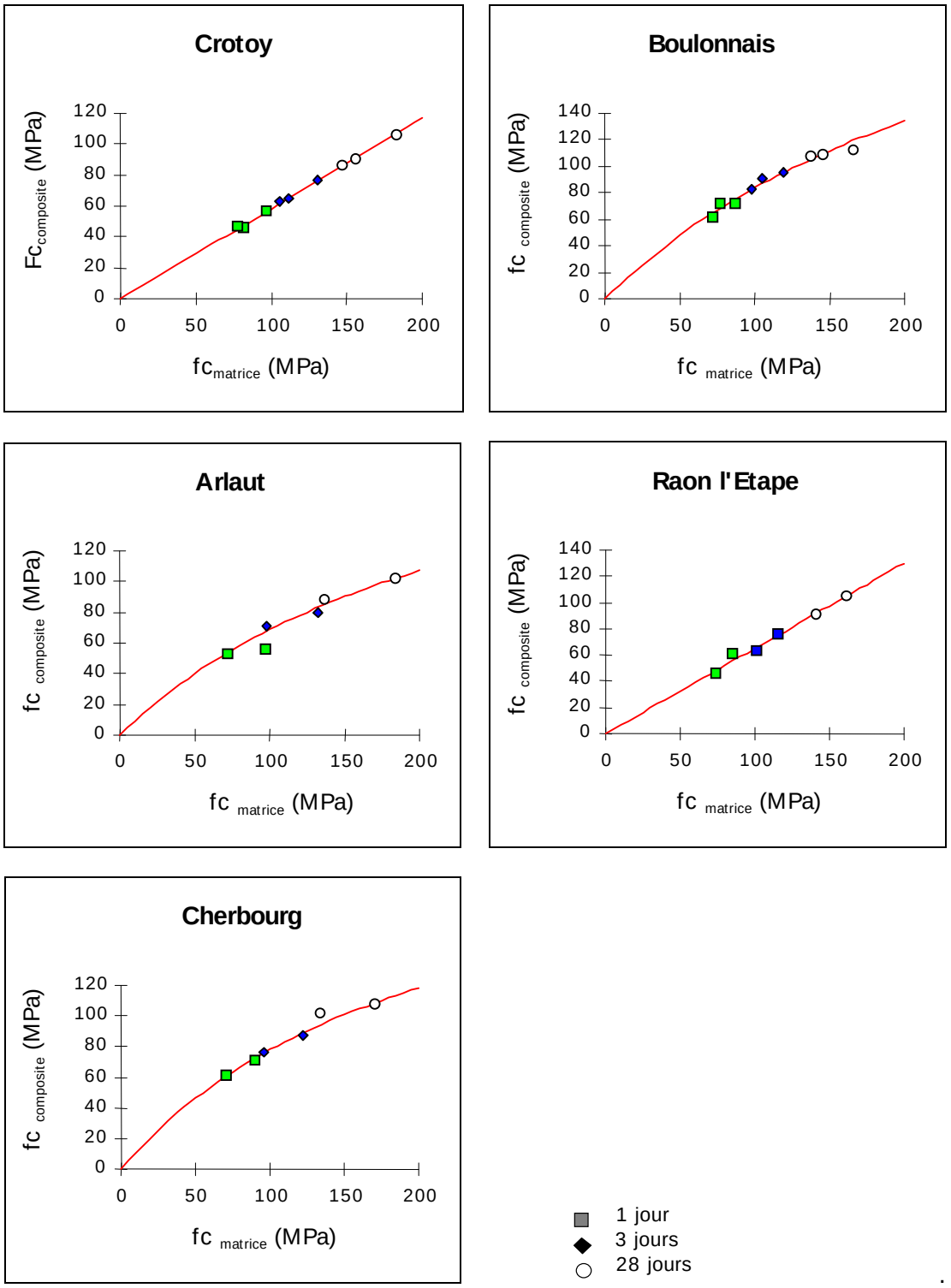



*Fig. 2.3.10. Rapport entre la résistance de la matrice (définie par l'équation 2.3.23) et la résistance du composite, pour des granulats de plusieurs origines.*

### Confirmation de l'effet de l'EMP

La comparaison des résistances à la compression de la pâte et des différents composites (tableau 2.3.3) conduit aux deux remarques suivantes :

— la résistance de la pâte est toujours plus élevée que celle du composite ;

— à un âge donné, et pour un type donné de granulat, la résistance diminue quand $D_{max}$ (et EMP) augmente.

Pour expliquer l'effet de EMP, on a reporté, sur la figure 2.3.10, la résistance du composite en fonction de la *résistance de la matrice*. La résistance de la matrice $fc_m$ est définie comme la résistance de la pâte $fc_p$ multipliée par un terme décrivant l'effet de EMP :

$$fc_m = fc_p \; EMP^{-0,13} \tag{2.3.23}$$

EMP est calculé d'après l'équation 2.3.20. On notera que tous les points qui se rapportent à un type donné de roche s'ajustent sur une seule *courbe maîtresse*, caractéristique de la roche (figure 2.3.10). C'est une confirmation supplémentaire du bien fondé du concept d'EMP.

### Effet limitant (ou effet d'épuisement ou effet plafond)

Pour certains granulats (Crotoy, Raon), la résistance du composite est réellement proportionnelle à la résistance de la matrice (du moins dans la gamme testée), alors que pour d'autres (Boulonnais, Arlaut, Cherbourg) une "non–linéarité" est trouvée, due à un effet parasite limitant, provenant du granulat. Les courbes maîtresses ont été lissées avec un modèle hyperbolique empirique du type :

$$fc = \frac{p \; fc_m}{q \; fc_m + 1} \tag{2.3.24}$$

où fc est la résistance (en MPa) du composite (béton ou mortier), et p et q deux constantes empiriques dépendantes du type de granulat (leurs valeurs sont données dans le tableau 2.3.4).

*Tab. 2.3.4. Valeurs des paramètres des courbes maîtresses, pour chaque nature de granulat.*

| | p | q ($MPa^{-1}$) | p/q (MPa) | % de granulats déchaussés | fc (MPa) | Eg (GPa) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Crotoy** | 0,583 | 0 | ∞ | 13.0 | 285 | 77 |
| **Boulonnais** | 1,111 | 0,0033 | 337 | 0 | 160 | 78 |
| **Arlaut** | 0,960 | 0,0040 | 241 | 0 | 111 | 62 |
| **Raon** | 0,651 | 0 | ∞ | 13.6 | 250 | 90 |
| **Cherbourg** | 1,145 | 0,0047 | 244 | 0 | - | 86 |

La précision moyenne de ce modèle (équation 2.3.24) est de 2,2 MPa. Pour les résistances de matrice très élevées, la résistance du composite tend vers $p/q$ ; ce rapport semble être contrôlé par la résistance intrinsèque de la roche. Ainsi, d'après le tableau 2.3.4, le classement des sources de granulats, selon $p/q$, est alors :

Arlaut ≈ Cherbourg <Boulonnais < Raon l'Etape ≈ Crotoy,

alors que le classement selon la résistance à la compression de la roche est :

Arlaut <Boulonnais < Raon l'Etape <Crotoy.

Il n'a pas été possible d'obtenir une résistance à la compression significative sur le granulat de Cherbourg (quartzite), à cause de son caractère hétérogène.

Du coté des faibles résistances de matrice, l'équation 2.3.24 peut s'écrire,

$$fc \approx p \; fc_m \tag{2.3.25}$$

Les granulats supportent dans ce cas une contrainte peu importante, comparée à leur propre résistance, et le paramètre p décrit essentiellement *l'adhérence* entre pâte et granulat. En fait, on sait depuis longtemps que les granulats calcaires ont une excellente accroche avec la matrice cimentaire, ce que confirme les valeurs élevées de p pour les granulats de Arlaut et du Boulonnais. Il n'est non plus pas surprenant que la plus faible valeur de p soit obtenue avec le silex roulé du Crotoy. Pour avoir une confirmation supplémentaire, un comptage systématique des granulats déchaussés a été réalisé sur les éprouvettes fendues à 28 jours [de Larrard et Belloc 1997]. Seuls les granulats du Crotoy et de Raon présentent des granulats déchaussés ; ils sont tout deux caractérisés par une faible valeur de p.

Revenons maintenant sur la question de l'exposant dans l'équation de Féret. Nous avons vu, dans la section 2.3.1, que ce terme avait une valeur théorique de 3 pour une pâte pure de ciment. Mais, à cause de l'hydratation incomplète dans les mélanges de faible rapport eau/ ciment, la valeur expérimentale était plutôt de 2,85. Par ailleurs, une augmentation du dosage en ciment a un effet moindre (que celui espéré) sur la résistance du *béton*, car un surcroît de pâte provoque une augmentation de EMP, en plus d'un effet limitant. C'est pourquoi la valeur apparente de l'exposant est généralement voisine de 2 pour le béton, comme dans la formule originale de Féret. Mais il est claire maintenant que cette valeur dépendra du type de roche, et sera plus élevée pour les granulats "durs" que pour les granulats "tendres".

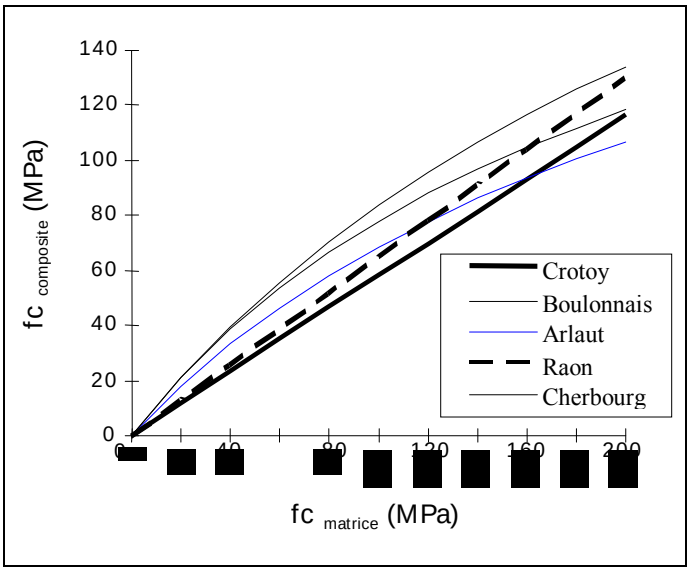



*Fig. 2.3.11. Comparaison de la courbe maîtresse de plusieurs granulats.*

### Comparaison supplémentaire entre les sources de granulats

Toutes les courbes maîtresses obtenues sur les granulats testés sont reportées sur la figure 2.3.11. Il faut garder à l'esprit que ces courbes expriment la résistance potentielle de la roche, indépendamment de la granularité et de la forme des grains. Par exemple, le silex provenant du Crotoy n'est pas aussi médiocre qu'il y paraît sur cette figure car, grâce à sa forme arrondie, il est possible d'obtenir une plus petite valeur de EMP pour une quantité de ciment, un $D_{max}$ et une maniabilité données.

Il est intéressant de noter, comme déjà signalé par Day [Day 1995], que selon le niveau de résistance, la hiérarchie entre deux roches peut changer. C'est le cas par

exemple pour Raon et Arlaut. Pour un béton de résistance normale, le deuxième sera plus intéressant, alors que le premier pourra être préféré pour un BHP (si de mêmes granularités et formes de grains peuvent être obtenues avec le deux sources de granulats).

### Justification théorique de la relation entre matrice et résistance du béton

Assimilons le béton durci à un modèle simple où deux phases sont mises en parallèle ; l'une est constituée de la matrice et des granulats (appelée phases en série), l'autre ne comporte que la matrice (figure 2.3.12).

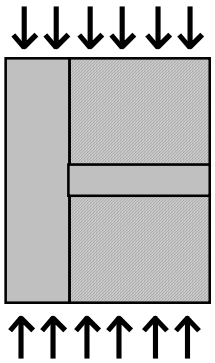


*Fig. 2.3.12. Un modèle composite pour le béton durci soumis à la compression.*

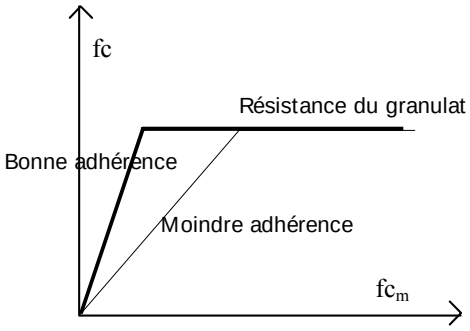



*Fig. 2.3.13. Rapport entre la résistance des phases en séries et la résistance de la matrice.*

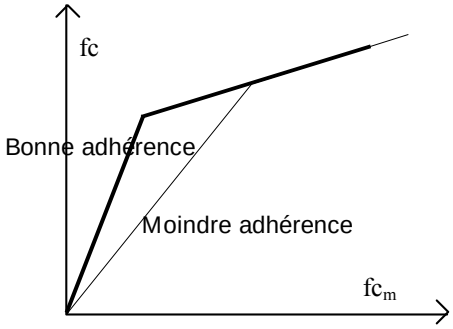



*Fig. 2.3.14. Rapport entre la résistance du béton et la résistance de la matrice.*

Si l'on considère la phase en série (à droite, sur la figure 2.3.12), il est évidemment que sa résistance est limitée par la résistance du granulat. Lorsque la résistance de la matrice est inférieure à celle du granulat, la résistance du composite est contrôlée

à la fois par la résistance de la matrice et par l'*adhérence* pâte-granulat : avec une adhérence parfaite, l'état de contrainte dans la matrice sera de nature triaxiale, et la résistance du composite sera supérieure à la résistance uniaxiale de la matrice. Cependant, si l'adhérence pâte-granulat est moindre, la résistance du composite sera plus proche de la résistance uniaxiale de la pâte. Qualitativement, la résistance de la phase en série évolue donc comme le montre la figure 2.3.13.

La résistance du béton est obtenue en additionnant la résistance des deux phases (en supposant que chaque phase a un comportement plastique). La phase de gauche est constituée uniquement de la phase matrice ; sa résistance intrinsèque augmente linéairement avec celle de la pâte. Une ligne brisée apparaît finalement, mais sans plateau horizontal (figure 2.3.14). Ces modèles simplifiés donnent une image "cubiste" des courbes expérimentales de la figure 2.3.11. La phase "matrice pure" est nécessaire pour expliquer le fait que la résistance du béton peut être, dans certains cas, plus élevée que celle du granulat [Baalbaki 1990].

### Résumé

Nous avons maintenant construit un modèle complet qui décrit la résistance à la compression (à 28 jours) des bétons durcis à base de ciment Portland. Il tient compte de la résistance du ciment, de la teneur en ciment dans la pâte fraîche, de EMP, de l'adhérence entre pâte et granulats et de la résistance intrinsèque de la roche. La résistance de la matrice est préalablement calculée[29] ; la résistance du béton est ensuite déduite :

$$fc_m = 13{,}4\ Rc_{28}\left(\frac{v_c}{v_c + v_e + v_a}\right)^{2{,}85} EMP^{-0{,}13} \qquad (2.3.26)$$

$$fc = \frac{p\ fc_m}{q\ fc_m + 1} \qquad (2.3.27)$$

Une version simplifiée, qui est une équation de Féret généralisée, peut déjà être utilisée quand les propriétés du granulat sont inconnues :

$$fc = K_g\ Rc_{28}\left(\frac{v_c}{v_c + v_e + v_a}\right)^{2} EMP^{-0{,}13} \qquad (2.3.28)$$

Kg, une constante fonction du granulat utilisé, doit être étalonnée sur quelques résultats d'essais. Mais la précision sera moins bonne. Une évaluation de la capacité de ces modèles prédictifs sera donnée dans la section 2.3.6.

[29] la constante dans l'équation 2.3.26 est différente de celle de l'équation 2.3.14, car nous n'avons pas utilisé la même dimension de cylindres que dans l'étude de référence de Marchand. De même, ces équations ne s'appliquent qu'aux bétons durcis dans l'eau.

### 2.3.5 Développement de la résistance dans le temps

Le problème abordé dans cette section est la modélisation de la résistance à la compression à tout âge (différent de 28 jours). Il s'agit surtout de développer une relation pour la résistance au-delà de 1 jour car, avant cette échéance, la résistance dépend étroitement des conditions de cure du béton et elle est fortement affectée par tous changements mineurs dans les matières premières. Il paraît donc peu probable qu'un modèle prédictif, basé sur les caractéristiques générales des constituants, puisse donner des résultats assez précis pour cette période initiale. Heureusement, les résistances au jeune âge sont, par définition, obtenues rapidement après gâchage, de sorte qu'une approche par tâtonnements successifs est suffisante pour cette période, alors qu'elle ne l'est plus s'il s'agit d'évaluer une résistance à plus long terme.

Nous ferons référence aux données déjà utilisées dans la section 2.3.2. Pour ces sept bétons, la résistance à la compression a été mesurée à 3, 7, 28, 90, 180 et 365 jours[30], ce qui donne un grand nombre de résultats pour une large gamme de rapports eau/ciment. Quand on reporte la résistance à la compression en fonction du temps, on trouve que toutes les courbes sont à peu près parallèles (figure 2.3.15) [de Larrard 1995]. Cette observation n'est évidemment pas valable pour le très jeune âge où toutes les courbes devraient démarrer de 0. Mais cette période sort du cadre de l'étude, comme il vient d'être dit.

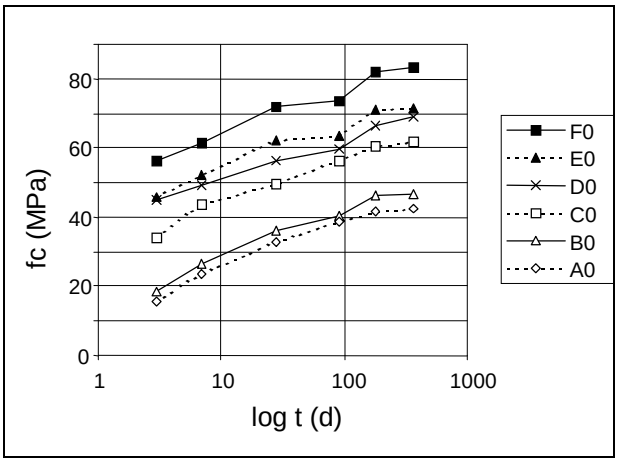



*Fig. 2.3.15. Développement de la résistance de bétons à base de ciment Portland, pour différents rapports eau/ciment [Kim et al. 1992].*

L'extension du modèle à différents âges devient alors simple. Il suffit d'ajouter un terme propre à la cinétique, indépendant de la quantité de ciment. La section antérieure a permis de montrer que l'effet d'adhérence et l'effet plafond des granulats étaient quasiment les mêmes, quel que soit l'âge (du moins entre 1 et 28 jours). Le terme décrivant la cinétique peut donc être rattaché uniquement à la résistance de la matrice. L'équation 2.3.26 devient :

[30] aucune valeur n'est donnée après 28 jours pour un des bétons (mélange G1).

$$fc_m(t) = 13{,}4\ Rc_{28}\left[d(t) + \left(\frac{v_c}{v_c + v_e + v_a}\right)^{2{,}85}\right] EMP^{-0{,}13} \qquad (2.3.29)$$

où d(t) est un paramètre cinétique, fonction du temps t. Il est supposé être une caractéristique du ciment. Cette équation, parallèlement à l'équation 2.3.24 pour la résistance du béton, a été étalonnée sur les données de Kim *et al*. La résistance du ciment a été prise arbitrairement égale à 60 MPa. Des valeurs de 1,15 pour p et de 0,0070 pour q ont été trouvées par optimisation sur les résistances à 28 jours. Elles sont proches de celles trouvées dans la section 2.3.4, pour des granulats similaires (Kim *et al.* ont utilisé des calcaires d'une même origine pour réaliser leurs bétons). Les valeurs de d(t) ont alors pu être étalonnées sur les données des autres échéances. L'évolution du paramètre cinétique obtenu est présentée sur la figure 2.3.16.

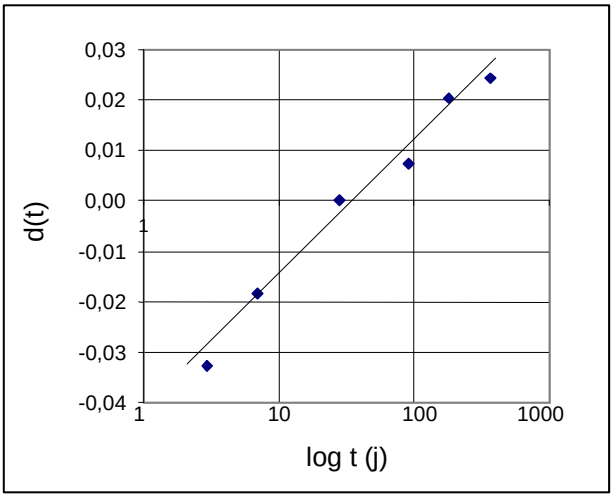



*Fig. 2.3.16. Evolution du paramètre cinétique d(t) avec le temps.*

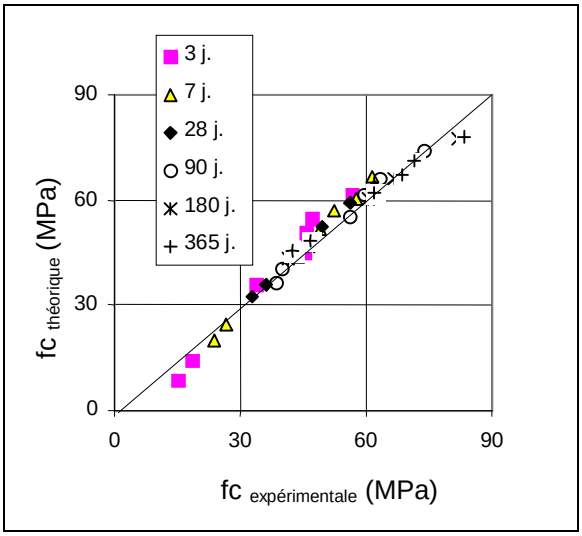



*Fig. 2.3.17. Comparaison entre modèle et expérience pour les bétons de ciment Portland (données de [Kim al. 1992]).*

On peut constater que son évolution est assez linéaire en échelle semi-logarithmique, du moins après 7 jours. Cela pourrait traduire une caractéristique générale du développement de la résistance des bétons de ciment Portland [Baron *et al.* 1993] et, donc, de la majorité des ciments. Par conséquent, la connaissance de la montée en résistance *du ciment* entre 7 et 28 jours va permettre de prévoir la résistance à la compression *du béton* à tout âge, au-delà de 7 jours. Quant aux présentes données, l'erreur moyenne du modèle est de 2,20 MPa (figure 2.3.17).

## 2.3.6 Contribution des additions pouzzolaniques

### Action des additions pouzzolaniques dans le béton durci

Remplaçons tout d'abord dans l'équation 2.3.29 le volume de ciment $v_c$ par la masse de ciment c, car ce paramètre est d'usage plus fréquent. Si $\rho c$ est le poids spécifique du ciment, e et a les volumes d'eau et d'air, nous avons :

$$fc_m(t) = 13{,}4\ Rc_{28} \left[ d(t) + \left( 1 + \rho_c \ \frac{e+a}{c} \right)^{-2{,}85} \right] \ EMP^{-0{,}13} \qquad (2.3.30)$$

Considérons maintenant la contribution des additions pouzzolaniques à la résistance en compression. Les produits les plus habituels sont les cendres volantes silico-alumineuses et les fumées de silice, bien que les pouzzolanes naturelles, les métakaolins et les cendres de paille de riz peuvent aussi être intégrés dans cette section.

Le mécanisme principal de contribution des pouzzolanes à la résistance du béton est la célèbre réaction pouzzolanique. Chaque masse unité de ciment produit durant l'hydratation une certaine masse de chaux libre qui, d'ailleurs, est plus ou moins constante quel que soit le type de ciment (elle provient des phases silicatées majoritaires dans le ciment). Cette chaux peut à son tour donner des CSH supplémentaires en se combinant, en présence d'eau, avec la silice disponible (provenant de la pouzzolane). Si $c_{eq}$ est la masse de *ciment équivalent* au regard de la résistance (à un âge donné), nous avons alors :

$$c_{eq} = c\left[1 + \Psi(pz/c,...)\right] \qquad (2.3.31)$$

où *pz* est la masse de pouzzolane par unité de volume de béton, et $\psi$ une fonction. Si pz reste constante et c diminue, $c_{eq}$ devrait tendre vers 0 (car un béton ne contenant que des additions pouzzolaniques, mais aucun ciment Portland, ne durcit pas). Il est par conséquent licite de prétendre que la fonction $\psi$ tend vers une limite finie pour les forts rapports pz/c. Mais il importe de savoir aussi si $\psi$ dépend du rapport eau/ciment. A faible rapport e/c, l'hydratation du ciment est incomplète, et une moindre quantité de chaux est finalement disponible pour la réaction pouzzolanique. D'autre part, la formation de CSH supplémentaire est aussi tributaire par la solubilité de la silice qui est influencée par l'enrichissement de la solution interstitielle en alcalis.

### Forme générale de la fonction $\Psi$

En remplaçant, dans l'équation 2.3.30, c par $c_{eq}$, on arrive à déterminer la fonction $\psi$ pour différentes valeurs de e/c et de pz/c. C'est ce qui a été fait pour deux

ensembles de données. Le premier [de Larrard et Le Roy 1992] concerne des bétons avec fumées de silice. Quatre mélanges ont été préparés avec un rapport e/c constant de 0,33, et des additions de fumées de silice de 0, 5, 10 et 15%, en masse du ciment. Les valeurs correspondantes de $\psi$ (à 28 jours) apparaissent sur la figure 3.18. On peut voir que $\psi$ augmente avec le rapport fumées de silice/ciment, selon une progression non linéaire.

Le même traitement a été appliqué aux données de Kim. Dix neuf bétons contenant des cendres volantes ont été réalisés, en plus des sept bétons de ciment Portland précédents. Le pourcentage de substitution a varié entre 0 à 41% (en poids du ciment). Les valeurs $\psi$ ont été calculées à un an d'âge pour tous les mélanges avec cendres volantes, en supposant que l'essentiel de la réaction pouzzolanique avait eu lieu. Elles sont reportées sur la figure 2.3.19. On retrouve les mêmes observations que celles faites sur les bétons avec fumées de silice. Le coefficient $\psi$ est contrôlé principalement par le rapport cendres volantes/ciment (lorsque le rapport eau/ciment évolue de 0,31 à 0,86).

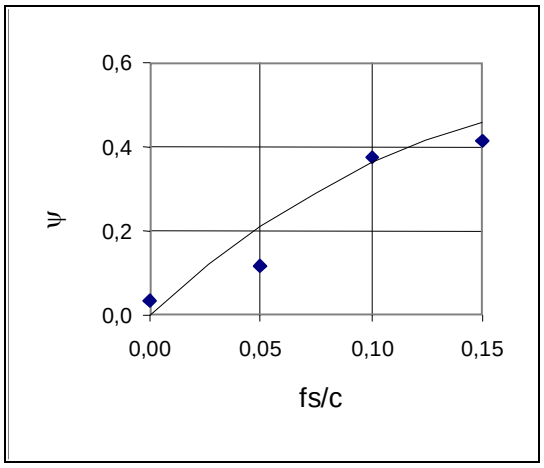



*Fig. 2.3.18. Contribution de la fumée de silice à la résistance à la compression du béton à 28 jours (données de [de Larrard et Le Roy 1992]).*

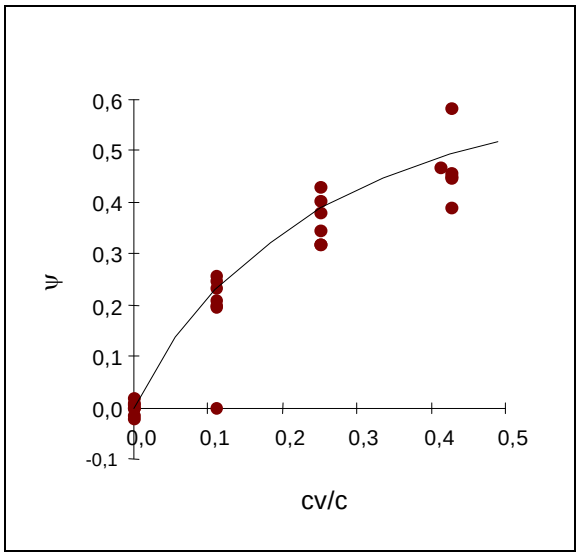



*Fig. 2.3.19. Contribution des cendres volantes à la résistance à la compression du béton à une année (données de [Kim et al. 1992]).*

Nous supposerons alors que $\psi$ dépend uniquement du rapport *pz/c*, pour une pouzzolane donnée et à un âge donné. Avec les valeurs considérées, l'équation suivante donne un ajustement satisfaisant :

$$\Psi = \Psi_{max}\left[1 - \exp\left(-K_p \frac{pz}{c}\right)\right] \qquad (2.3.32)$$

$K_p$ est un coefficient d'activité qui décrit l'effet de la pouzzolane sur la résistance à la compression. Il dépend évidemment de la pouzzolane et de l'âge du béton. Nous supposerons qu'il est indépendant du ciment considéré. En d'autres termes, la cinétique de la *réaction pouzzolanique* est supposée être contrôlée par la réactivité de la pouzzolane (qui est lente), et non pas par la vitesse de libération de la chaux consécutive à l'hydratation du ciment. Nous avons d'ailleurs trouvé qu'en présence de ciments très différents, la pouzzolane la plus efficace (la fumée de silice) contribuait de la même façon à la résistance [de Larrard *et al.* 1992].

En ce qui concerne le coefficient $\psi_{max}$, on devrait théoriquement considérer que sa valeur augmente avec le temps, car il est relié à la quantité maximale de chaux libérée. Cependant, comme la résistance à très jeune âge n'est pas pris en compte dans cette étude, et pour éviter un modèle trop compliqué, on cherchera une valeur unique déduite des données disponibles.

### Etalonnage et validation du modèle

Une optimisation du modèle (équation 2.3.28, de type Féret, avec un terme cinétique, enrichie par les équations 2.3.31 et 2.3.32) a été réalisée [Waller *et al.* 1996]. Sept jeux de données ont été utilisés. Ils ont permis d'obtenir 142 mélanges différents et 552 résultats de résistance à la compression. Vingt et un mélanges ne contenaient que du ciment Portland, cinquante sept autres des cendres volantes, cinquante et un des fumées de silice, et cinq un mélange des deux produits. Après étalonnage, l'erreur moyenne du modèle (en valeur absolue) est de 2,7 MPa (tableau 2.3.5 et figure 2.3.20), erreur à peine supérieure à celle obtenue pour les bétons de ciment Portland pur.

*Tab. 2.3.5. Résultats de l'étalonnage du modèle de la résistance à la compression [Waller et al. 1997]. FS : fumées de silice ; CV : cendres volantes.*

| **Donnée** | **Pouzzolane utilisée** | **Rapport eau/ciment** | **Rapport pouzzolane/ciment** (%) | **âge considéré** (j) | **erreur moyenne** (MPa) |
|---|---|---|---|---|---|
| **Rollet 1992** | FS | 0,30-0,88 | 0-10 | 1-90 | 2,4 |
| **de Larrard et Le Roy 1992** | FS | 0,28-0,5 | 0-15 | 1-28 | 3,7 |
| **Malhotra 1986** | FS | 0,4-0.71 | 0-43 | 3-28 | 2,9 |
| **Yamato *et al.* 1986** | FS | 0,25-0,79 | 0-43 | 7-90 | 5,1 |
| **Yamato *et al.* 1989** | FS | 0,55-0,79 | 0-43 | 7-90 | 1,7 |
| **Naproux 1994** | CV/FS | 0,28-0,76 | 0-50 | 2-365 | 2,3 |
| **Kim *et al.* 1992** | CV | 0,31-0,86 | 0-41 | 3-365 | 2,2 |

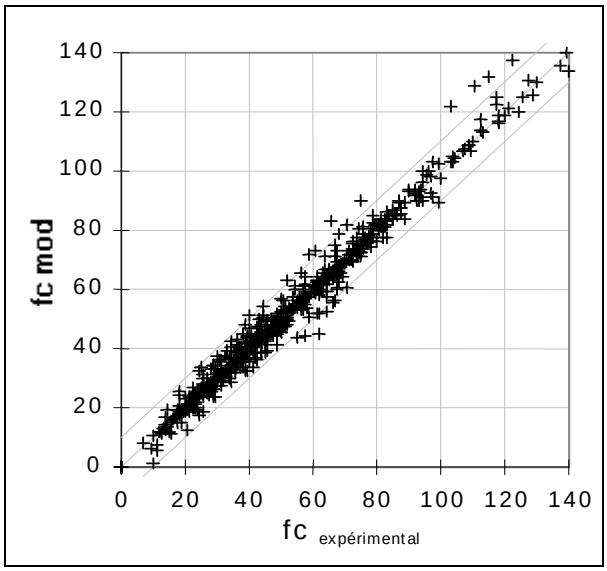



*Fig. 2.3.20. Comparaison entre résistances expérimentales et théoriques de bétons contenant des pouzzolanes [Waller et al. 1997].*

La valeur optimale de $\psi_{max}$ est 1,10. Cela signifie qu'une grande quantité de pouzzolane active peut *doubler* l'efficacité liante d'un ciment Portland. Cette remarque est compatible avec le fait que la réaction pouzzolanique n'est pas le seul mécanisme d'amélioration de la résistance. Il a été montré par exemple que les fumées de silice peuvent, dans certains cas, se combiner directement avec les CSH déjà formés, en augmentant le volume d'hydrates et en abaissant le rapport Ca/Si.

Les coefficients d'activité trouvés durant l'étalonnage sont donnés sur la figure 2.3.21. Comme prévu, on notera que les valeurs des cendres volantes (lignes fines) sont inférieures à celles des fumées de silice (lignes épaisses). Dans le groupe des fumées de silice, les faibles valeurs Kp pourraient être dues à une défloculation incomplète du produit, surtout quand la fumée de silice est densifiée (produit utilisé par Rollet *et al.*). En ce qui concerne les cendres volantes, signalons que les coefficients issus de Naproux font référence à plusieurs produits de même origine, mais de différentes finesses. La surface spécifique est alors le paramètre majeur qui contrôle l'activité, surtout aux âges élevés. Les performances obtenues avec les cendres volantes fines peuvent approcher celles des fumées de silice (mélange B8), alors que les cendres plus grossières (mélange G65) peuvent avoir un effet légèrement négatif sur la résistance. Cela pourrait provenir des sphères creuses présentes dans ces pouzzolanes, qui agiraient comme des vides dans le système.

Examinons la fonction $\psi$, à 28 jours, pour une fumée de silice typique (Kp = 4) et pour une cendre volante typique (Kp = 0,5, figure 2.3.22). Pour avoir 80% de l'effet pouzzolanique ($\psi/\psi_{max}$=0,80), il faut un rapport pouzzolane/ciment de 0,4 pour la fumée de silice, et de 3,2 pour la cendre volante. Dans ce dernier cas, le maintien d'une alcalinité suffisante dans la solution interstitielle peut poser problème. Mais, en pratique, des doses bien inférieures sont utilisées[31], de sorte qu'un risque de corrosion de l'acier par manque de portlandite libre est peu probable [Wiens et al. 1995], sauf en cas de carbonatation sévère.

[31] même pour les bétons à haut dosage en cendres volantes (paragraphe 5.5.2).

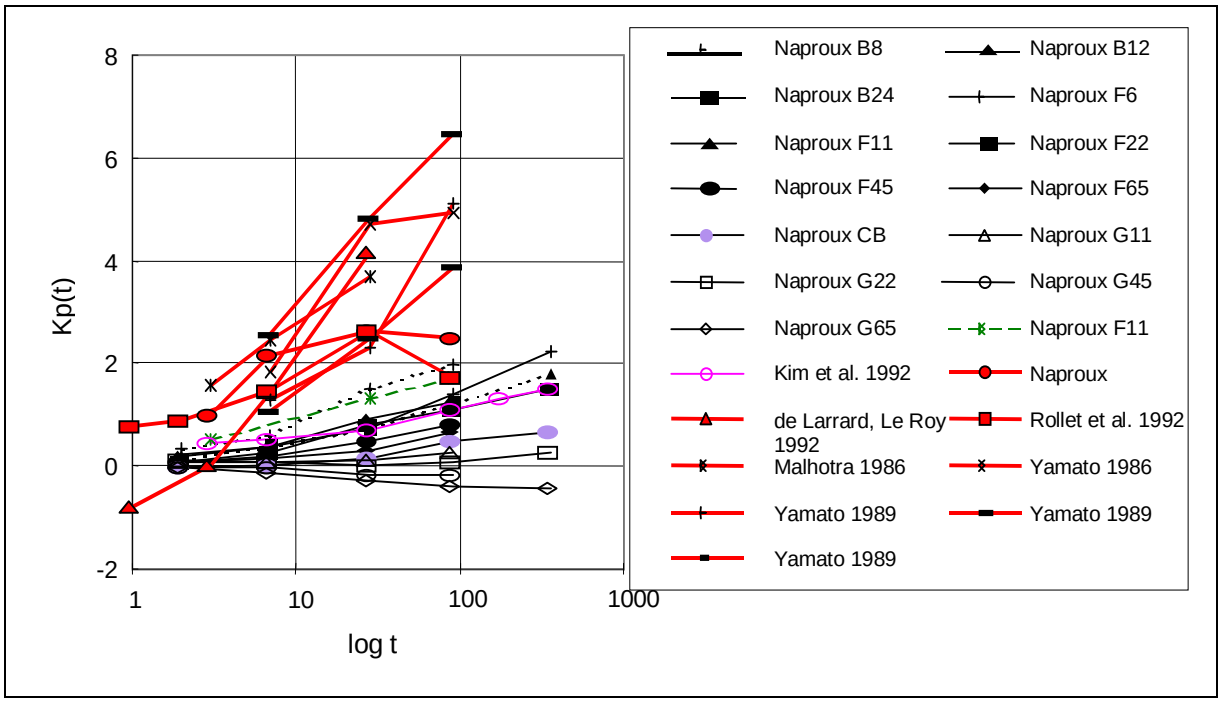



*Fig. 2.3.21. Coefficients d'activité trouvés dans le processus d'ajustement [Waller et al. 1997]. G22 signifie cendres volantes G, de dimension maximale 22 $\mu$m.*

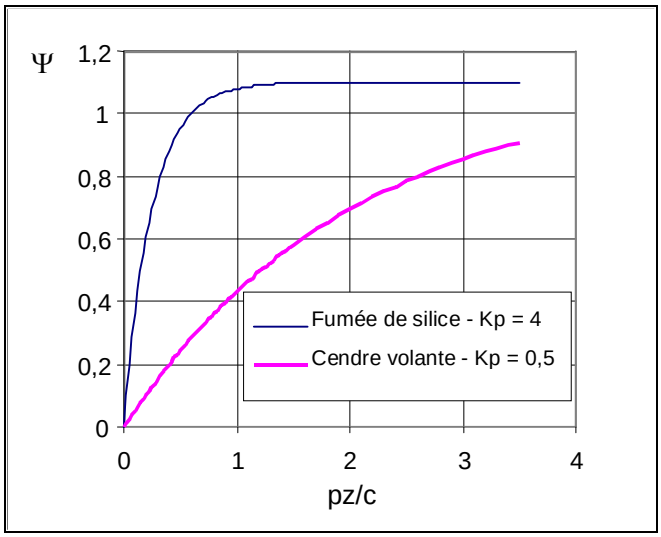



*Fig. 2.3.22. Fonction $\Psi$ (définie dans l'équation 2.3.32) pour une fumée de silice typique et pour une cendre volante silico-alumineuse typique, à 28 jours.*

Cette validation permet aussi de prendre en considération un plus grand nombre de données concernant la fonction cinétique d(t) définie dans la section 2.3.5 (figure 2.3.23). On vérifie alors, comme déjà signalé, qu'une cinétique linéaire, dans un diagramme semi-logarithmique, semble être un trait général des ciments après 7 jours [Baron *et al.* 1993].

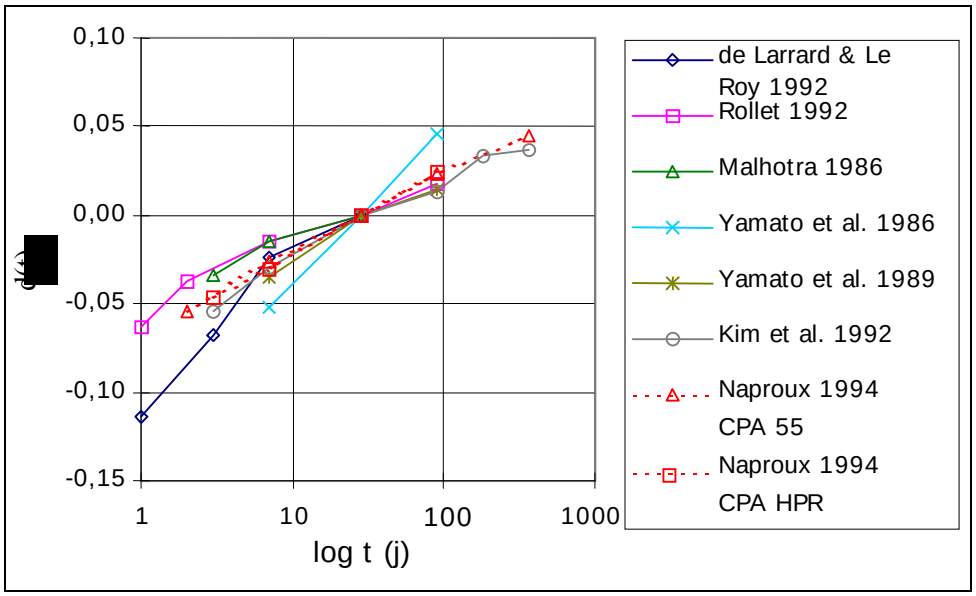



*Fig. 2.3.23. Coefficients cinétiques (se rapportant à l'hydratation du ciment) trouvés dans le processus d'ajustement [Waller et al. 1997].*

## 2.3.7 Contribution des fillers calcaires

### Action des fillers calcaires dans le béton durci

Plusieurs chercheurs [Detwiler et Tennis 1996] ont montré que les fillers calcaires jouaient un double rôle dans le béton durci. Ils ont tout d'abord un *effet accélérateur*. Les grains agissent comme des sites de nucléation et la probabilité que les CSH dissous rencontrent des particules solides, pour précipiter, est alors augmentée. Cet effet n'intervient qu'au jeune âge, et tend à disparaître après 28 jours. Ils ont ensuite un *effet liant*, si le ciment contient suffisamment d'aluminates. Dans ce cas, des carboaluminates apparaissent, qui ont par eux-même une certaine capacité liante.

Pour le premier effet, nous supposerons que l'incorporation d'un filler calcaire, d'une surface spécifique donnée, accélère la cinétique d'hydratation du ciment d'une durée constante $\Delta t$, quel que soit l'âge de béton. Nous avons vu (paragraphe 2.3.5) qu'un béton présente souvent un développement logarithmique de sa résistance après 7 jours. Nous pouvons alors écrire :

$$d(t) = A_c \log(t/28) \tag{2.3.33}$$

où $A_c$ est une constante qui dépend du ciment considéré.

D'après l'équation 2.3.30, la vitesse de durcissement (de la matrice) est alors :

$$\Delta fc_m = 13{,}4\ Rc_{28} \frac{A_c}{t} \Delta t\ EMP^{-0{,}13} \tag{2.3.34}$$

Par conséquent, le gain de résistance qui résulte de l'effet accélérateur sera inversement proportionnel au temps. Nous pouvons étendre sans risque[32] cette hypothèse à la résistance entre 1 et 7 jours car, dans cette période, comme le montrent les courbes dans le repère semi-logarithmique (figure 2.3.23), la cinétique d'hydratation est plus rapide. Pour construire une expression qui s'applique à tout

[32] par "sans risque", on entend que les prévisions se placent en sécurité, comparées aux résultats expérimentaux.

ciment, nous remplacerons $A_c$ par une autre quantité, proportionnelle au coefficient d(7) (qui exprime la vitesse d'hydratation entre 7 et 28 jours).

La résistance de la matrice qui prend en compte l'effet accélérateur du filler calcaire s'écrit alors :

$$fc_m(t) = 13{,}4\ Rc_{28}\left[d(t) - B\frac{S_{FI}.d(7)}{t}\frac{fi}{c} + \left(1+\rho_c\ \frac{e+a}{c}\right)^{-2{,}85}\right]\ EMP^{-0{,}13} \qquad (2.3.35)$$

où $S_{FI}$ est la surface spécifique Blaine du filler, *fi* la masse de filler par unité de volume de béton, et B un coefficient ajusté sur les résultats expérimentaux. Notons que la contribution du filler est toujours positive, puisque d(7) est négatif.

Abordons maintenant le deuxième effet. En suivant un raisonnement comparable à celui utilisée pour la contribution des pouzzolanes, nous pouvons admettre que le filler calcaire est aussi un ciment équivalent dont l'activité est proportionnelle au pourcentage d'aluminate tricalcique[33] ($C_3A$) présent dans le ciment Portland. Nous écrivons alors :

$$c_{eq} = c\left[1 + t_{C3A}.\Psi'\left(\frac{fi}{t_{C3A}.c}\right)\right] \qquad (2.3.36)$$

où $t_{C3A}$ est le pourcentage d'aluminate tricalcique du ciment, en composition de Bogue, et $\psi'$ une fonction. Comme pour les pouzzolanes, nous admettrons que :

$$\Psi' = \Psi'_{max}\left[1 - \exp\left(-K_{FI}\frac{fi}{t_{C3A}.c}\right)\right] \qquad (2.3.37)$$

où $\psi'_{max}$ est la valeur maximale pour $\psi'$, et $K_{FI}$ un coefficient d'activité. Contrairement à la réaction pouzzolanique, nous supposerons que les carboaluminates se forment rapidement, et que ces deux coefficients sont constants, indépendamment de l'âge.

En remplaçant, dans l'équation 2.3.35, c par $c_{eq}$, nous obtenons un modèle général pour les bétons contenant des fillers calcaires, avec trois paramètres ajustables. Comme les fillers calcaires sont plutôt des produits purs (à la différence des cendres volantes qui contiennent souvent des sous produits pouvant affecter la réactivité), nous admettrons que ces coefficients ne dépendent pas de l'origine du filler. En d'autres termes, le seul paramètre qui sera utilisé dans le modèle définitif sera la surface spécifique du filler.

### Etalonnage sur des données de mortier UNPG

Une vaste étude a été réalisée pour mesurer la contribution de fillers calcaires à la résistance [UNPG 1994]. Des mesures sur mortiers ont été réalisées à 7, 28 et 90 jours. Toutes les combinaisons possibles de quinze fillers calcaires (dont la surface spécifique était comprise entre 200 et 1000 $m^2$/kg) et de 4 ciments Portland (avec des teneurs en $C_3A$ comprises entre 4 et 10%) ont été testées. Excepté les mortiers témoins de ciment Portland pur (composition ISO), les mortiers avec filler ont été formulés par substitution de 25% du ciment, avec un rapport eau/liant égal à 0,5. Les résistances à la compression (192 valeurs) sont données dans le tableau 2.3.6.

[33] on ne tient pas compte de la contribution possible de $C_4AF$ à la résistance, car ce composé a une réactivité extrêmement lente.

*Tab. 2.3.6. Résultats des essais sur mortiers [UNPG 1994]. Les données se rapportant aux fillers J et Q ont été exclues de l'étalonnage, à cause de leur extrême finesse, qui a probablement provoqué un excès d'air entraîné. Les résistances à la compression sont données en MPa.*

| **Ciments** | | **Le Teil** | | | **La Malle** | | | **Montalieu** | | | **Beffes** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **$C_3A$ (%)** | | 4,50 | | | 6,20 | | | 8,36 | | | 10,14 | | |
| **SS Blaine (m2/kg)** | | 325 | | | 320 | | | 352 | | | 293,5 | | |
| **Age (j)** | | **7** | **28** | **90** | **7** | **28** | **90** | **7** | **28** | **90** | **7** | **28** | **90** |
| **Témoin** | | 41,7 | 63,9 | 74,9 | 43,4 | 54 | **(57,4)** | 44,3 | 60,2 | 70,3 | 43 | 56,3 | 64,3 |
| **A** | 580 | 31,9 | 47,4 | 57,2 | 33,9 | 45,5 | 48,9 | 34,5 | 46,1 | 52,8 | 37,9 | 47,3 | 48,5 |
| **B** | 504 | 29,4 | 45,3 | 54,3 | 31,9 | 43,2 | 48,3 | 35,2 | 48,2 | 56,5 | 36,1 | 49,0 | 52,5 |
| **C** | 270 | 25,9 | 43,1 | 56,1 | 30,5 | 43,3 | 50,0 | 34,1 | 44,4 | 51,1 | 35,1 | 44,9 | 46,6 |
| **D** | 203 | 25,4 | 41,1 | 50,9 | 32,4 | 42,2 | 50,4 | 32,2 | 43,2 | 51,8 | 32,2 | 43,0 | 50,7 |
| **E** | 412 | 29,8 | 45,2 | 53,5 | 32,3 | 43,5 | 50,6 | 33,2 | 45,0 | 55,0 | 35,5 | 46,7 | 50,2 |
| **F** | 295 | 29,1 | 44,3 | 51,4 | 32,9 | 42,8 | 47,4 | 32,2 | 43,9 | 51,1 | 36,2 | 45,4 | 48,2 |
| **G** | 307 | 26,3 | 42,8 | 50,3 | 31,4 | 41,6 | 46,3 | 33,4 | 47,3 | 54,1 | 35,3 | 43,0 | 50,3 |
| **H** | 491 | 30,3 | 46,7 | 57,4 | 33,4 | 43,8 | 50,2 | 33,6 | 44,1 | 54,1 | 40,0 | 46,5 | 54,0 |
| ***J*** | *1013* | *35,6* | *50,2* | *53,0* | *34,4* | *44,3* | *48,3* | *37,0* | *46,8* | *49,6* | *37,2* | *49,0* | *49,9* |
| **K** | 601 | 34,4 | 50,6 | 53,0 | 36,5 | 48,0 | 48,0 | 34,8 | 45,8 | 52,0 | 40,2 | 48,4 | 51,1 |
| **L** | 523 | 33,5 | 48,0 | 52,1 | 33,4 | 42,3 | 46,2 | 37,3 | 50,3 | 53,0 | 38,4 | 50,1 | 50,2 |
| **M** | 350 | 30,9 | 46,3 | 54,5 | 30,4 | 40,6 | 46,7 | 33,1 | 44,8 | 52,9 | 36,7 | 46,3 | 50,0 |
| **N** | 445 | 28,0 | 44,9 | 55,2 | 31,7 | 42,1 | 48,0 | 34,0 | 44,3 | 51,6 | 37,2 | 46,5 | 51,3 |
| **P** | 440 | 27,5 | 44,6 | 53,0 | 32,5 | 46,0 | 51,5 | 34,0 | 44,1 | 52,4 | 37,0 | 47,7 | 53,8 |
| ***Q*** | *900* | *32,5* | *48,2* | *53,9* | *33,9* | *44,0* | *46,3* | *33,8* | *45,2* | *51,6* | *39,5* | *48,8* | *50,6* |
| **Type de filler** | **SS Blaine** | | | | | | | | | | | | |

Avant d'étalonner le modèle, il est intéressant de faire apparaître séparément les deux effets des fillers calcaires sur la résistance à la compression. Pour cela, le modèle (équations 2.3.29 et 2.3.27) a tout d'abord été testé sur les mortiers témoins. La contribution nette du filler à la résistance a alors été évaluée, par simple comparaison entre les résistances expérimentales et les résistances théoriques calculées comme si les fillers n'avaient aucun effet. Avec le ciment qui a la teneur en $C_3A$ la plus faible, la contribution des fillers à 7 jours vient essentiellement de l'effet accélérateur (figure 2.3.24-a). On voit alors qu'il existe une certaine relation avec la surface spécifique des fillers. Par contre, à 90 jours, avec le ciment qui a la plus haute teneur en $C_3A$, la contribution du filler provient de l'effet liant (figure 2.3.24-b). Il n'y a alors aucune corrélation avec la finesse Blaine. De plus, l'apport maximum de ces deux effets est du même ordre de grandeur. Le rôle des fillers calcaires dans le béton durci ne peut donc pas se réduire à un effet accélérateur seul, ni à un effet liant seul.

L'étalonnage du modèle sur les résultats du tableau 2.3.6 (sauf ceux des fillers J et Q) a permis d'obtenir les paramètres portés dans le tableau 2.3.7. L'erreur moyenne du modèle n'est que de 1,91 MPa (voir comparaison entre résistances théoriques et réelles, figure 2.3.25).

*Tab. 2.3.7. Valeurs des paramètres qui décrivent l'effet des fillers calcaires sur la résistance*

| **Effet d'accélération** | **Effet liant** | |
|---|---|---|
| B | $\psi'_{max}$ | $K_{FI}$ |
| 0,0023 | 0,017 | 79 |

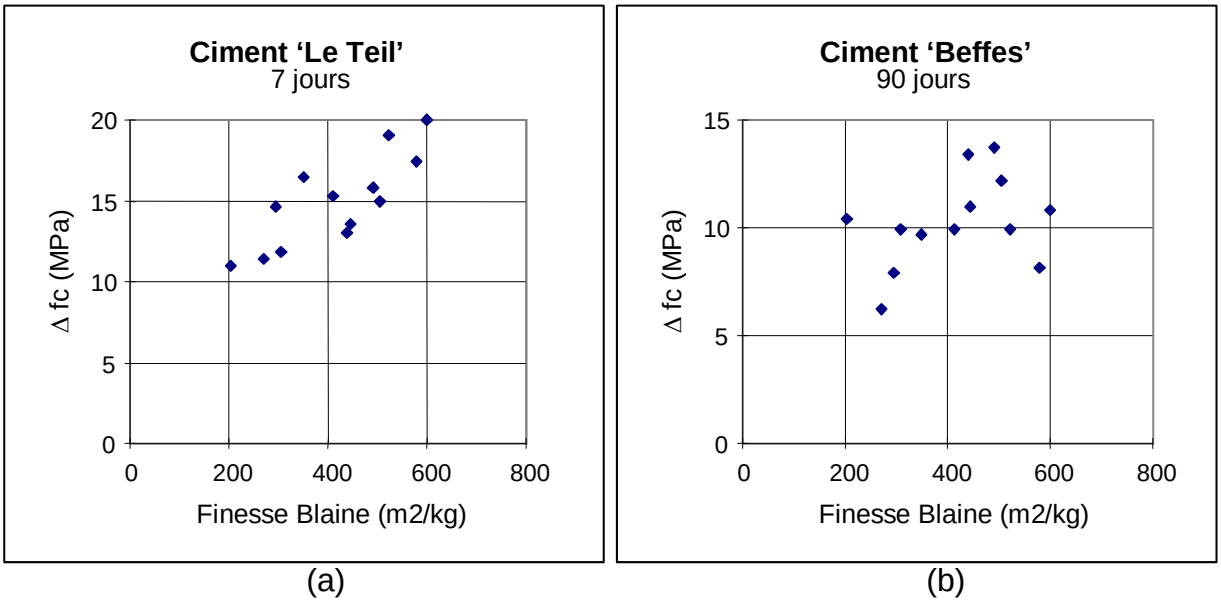



*Fig. 2.3.24. Contribution nette des fillers calcaires à la résistance à la compression des mortiers. (a) : effet accélérateur ; (b) : effet liant.*

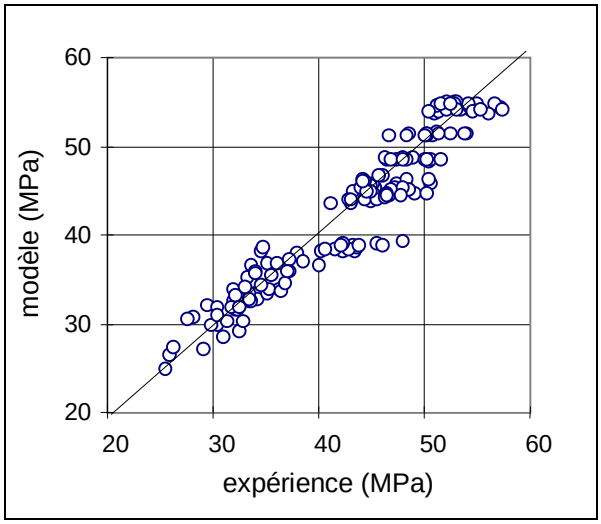



*Fig. 2.3.25. Comparaison entre résistances à la compression théoriques et expérimentales des mortiers calcaires.*

La variation du terme $\psi'.t_{C3A}$, qui représente la contribution relative du filler au ciment équivalent, en fonction du rapport filler/ciment, est affichée sur la figure 2.3.26 pour des ciments ayant différentes teneurs en $C_3A$. Pour les très faibles teneurs en filler, la teneur en $C_3A$ du ciment importe peu, car tout le filler trouve de l'aluminate disponible pour réagir. En revanche, il se produit une saturation pour les plus hauts dosages. Plus la teneur en $C_3A$ est faible, plus cette saturation intervient tôt. Quand on compare la capacité liante des fillers calcaires avec celle des pouzzolanes (figure 2.3.22), deux remarques peuvent être faites. Tout d'abord, comme on peut s'y attendre, la capacité liante maximale du calcaire est nettement inférieure à celle des pouzzolanes. Deuxièmement, la quantité de filler nécessaire pour obtenir l'effet liant est aussi nettement inférieure. Cela explique pourquoi les cimentiers introduisent

généralement quelques pourcents de filler calcaire dans leur ciment Portland (comme l'autorise la réglementation française et européenne)[34]. Un avantage supplémentaire du filler calcaire est que son effet apparaît très tôt dans le temps. Il est aussi complété par l'effet accélérateur, déjà analysé.

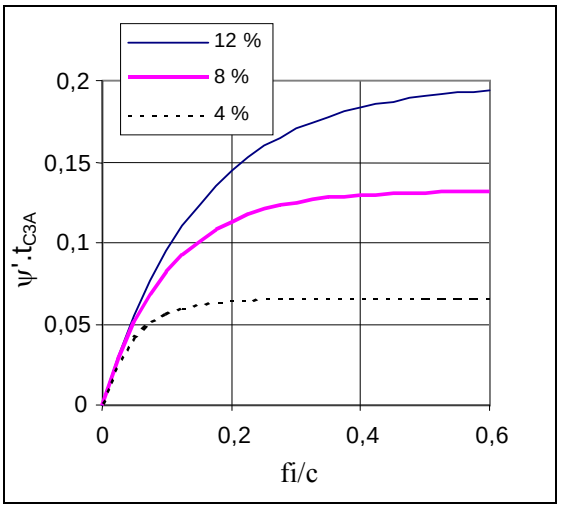



*Fig. 2.3.26. Contribution liante relative des fillers calcaires, en fonction de la proportion de filler (pour des ciments ayant différentes teneurs en $C_3A$).*

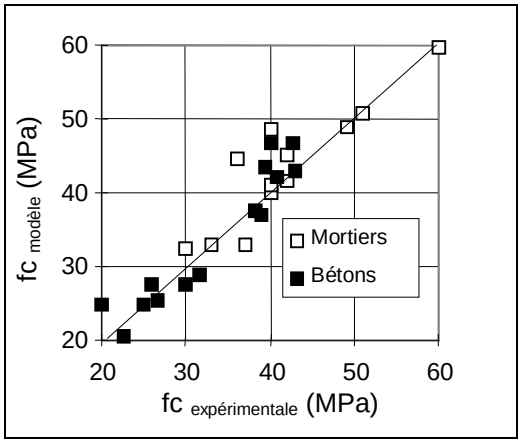



*Fig. 2.3.27. Comparaison entre résistances simulées et mesurées pour 8 mortiers et 14 bétons qui contiennent plusieurs quantités de filler [Caré et al. 1998].*

### Validation supplémentaire sur quelques bétons

Une série de quatorze bétons a été réalisée pour apprécier l'effet de fillers (calcaires ou siliceux) vis-à-vis des propriétés de durabilité du béton [Caré *et al.* 1998]. Parallèlement, huit essais conventionnels sur mortier ont été effectués pour mesurer l'indice d'activité des fillers. Deux ciments (de faible et haute teneur en $C_3A$) et quatre fillers (deux fillers calcaires et deux fillers siliceux) ont été utilisés dans ces expériences. Tous les résultats de résistance ont été simulés avec le modèle développé ci-avant. Seuls trois paramètres ont été calés : le paramètre granulaire Kg

[34] à très bas dosage en fillers, nous avons $c_{eq} \approx c + \Psi'_{max}.K_{FI}.fi \approx c + 1{,}3\ fi$ , de sorte que 1 kilogramme de filler a une capacité liante équivalente à 1,3 kilogramme de ciment Portland.

(un modèle de type Féret a été utilisé pour les bétons) et les paramètres cinétiques d(7) des deux ciments (car ils n'ont pas été mesurés). Quant aux fillers siliceux, seul l'effet accélérateur a été pris en compte. Leur effet pouzzolanique, qui est probablement mineur compte tenu de leur nature cristalline, a été négligé. Une comparaison entre théorie et expérience est donnée sur la figure 2.3.27. L'erreur moyenne du modèle est de 2,4 MPa.

### 2.3.8 Résumé : un modèle général de résistance à la compression

**Equations finales du modèle de résistance à la compression. Réserves sur son utilisation**

Une approche progressive a permis de construire un modèle complet pour la résistance à la compression de bétons ou de mortiers conservés dans l'eau. Il est sans doute utile d'en faire un résumé. L'objectif était d'établir des équations qui permettent de prévoir la résistance à la compression à un âge t compris entre un jour et une année. Le béton contient plusieurs granulats courants[35], du ciment Portland, de l'eau, de l'air et un ajout possible d'additions pouzzolaniques et de fillers calcaires.

La première étape consiste à calculer la quantité de ciment équivalent, en ajoutant la contribution des pouzzolanes ($pz_i$) et des fillers ($fi_j$) :

$$c_{eq}(t) = c\left[1 + 1.1\left(1 - \exp\left[-\frac{\sum K_{p,i}(t).pz_i}{c}\right]\right) + 0{,}017 t_{C_3A}\left(1 - \exp\left[-79\frac{\sum fi_j}{t_{C_3A}.c}\right]\right)\right] \quad (2.3.38)$$

La résistance de la matrice est ensuite évaluée. Les surfaces spécifiques cumulées des fillers calcaires exercent un effet accélérateur :

$$fc_m(t) = 13{,}4 Rc_{28}\left[d(t) - 0{,}0023\frac{d(7)}{t}.\frac{\sum S_{FI,j} fi_j}{c} + \left(1 + \rho_c\frac{w+a}{c_{eq}}\right)^{-2{,}85}\right] EMP^{-0{,}13} \quad (2.3.39)$$

Enfin, la résistance du béton est déduite de celle de la matrice de ciment, par l'équation déjà donnée dans la section 2.3.4 :

$$fc(t) = \frac{p.fc_m(t)}{q.fc_m(t) + 1} \quad (2.3.40)$$

Avec un étalonnage adéquat des paramètres des constituants (chapitre 3), ce modèle est capable de donner une précision moyenne d'environ 2/3 MPa (ou 5% en valeur relative). Mais, avant d'encourager son usage pour des applications pratiques, il faut encore donner une liste de précisions, de limitations ou d'avantages, dont il faut tenir compte :

— le dosage en eau utilisé dans l'équation 2.3.39 correspond à l'eau *efficace* ; c'est l'eau totale (présente dans les granulats + l'eau ajoutée + l'eau qui vient des adjuvants, s'il y en a) à laquelle il faut retrancher l'eau absorbée par les granulats. Si les granulats sont poreux, on peut s'attendre à ce que le modèle sous-estime la résistance des bétons de faible rapport e/c puisque, durant l'autodessiccation (section 2.5.3), un peu d'eau peut migrer du granulat vers la matrice. Néanmoins, si

[35] le cas de béton de granulats léger est traité dans la section 5.5.1.

le paramètre *q* (qui décrit l'effet limitant) est correctement étalonné, cet effet aura été pris en compte au moment de l'étalonnage et il n'affaiblira pas considérablement la précision du modèle ;

— le modèle n'a *pas* été validé pour des pâtes pures contenant des additions pouzzolaniques. L'auteur pense que la résistance serait surestimée dans beaucoup de cas, car les coefficients d'activité des additions pouzzolaniques sont déterminés sur mortier (ou béton), où une partie de l'amélioration provient de l'adhérence entre granulat et matrice ;

— pour les rapports eau/ciment supérieurs à 0,65, le modèle sous-estime souvent la résistance à la compression, surtout au jeune âge ; en effet, l'étalonnage du modèle de la pâte a été réalisé sur un ensemble de données de rapports eau/ciment inférieurs à 0,63 (section 2.3.1). Cependant, les règles pratiques actuelles (reprises dans plusieurs normes, y compris dans la norme européenne ENV 206) limitent le recours à un rapport eau/ciment aussi élevé pour les bétons, car il conduit fréquemment à des problèmes de durabilité ;

— le modèle ne prend pas en compte la présence d'adjuvants organiques. Les superplastifiants sont connus pour n'avoir aucun effet *direct* sur la résistance, excepté au jeune âge où ils agissent comme un retardateur. Le modèle peut donc quelquefois surestimer la résistance des bétons à hautes performances, dans les tous premiers jours. Un moyen pratique pour corriger cette erreur est de considérer un retard de 0,3 à 1 jour, de sorte que, pour prédire la résistance à la compression à un jour, on utilisera le modèle avec un âge de 1,3 à 2 jours, selon l'estimation du retard de durcissement ;

— de même, le modèle est optimiste au jeune âge pour les bétons qui contiennent des retardateurs ; par contre, les valeurs finales seront souvent sous-estimées, car, à long terme, ces agents permettent généralement une hydratation plus complète du ciment ;

— il est supposé implicitement, dans le calcul de l'épaisseur maximale de pâte (EMP), que le squelette granulaire est proche de la distribution optimale (section 1.4) ; des écarts peuvent alors apparaître si le volume de gros granulat s'éloigne trop de la valeur optimale, ou si le béton est soumis à la ségrégation ;

— le modèle a tendance à surestimer la résistance à la compression des *mélanges contenant peu de fines*. Pour ceux-ci, le ressuage, qui a lieu après consolidation, crée une accumulation d'eau sous les gros granulats. Ce phénomène affaiblit nettement l'adhérence granulat matrice. Inversement, ce type de béton sera grandement amélioré par une addition de filler, qui produira non seulement une baisse de demande en eau (paragraphe 4.2.1, règle n° 12), mais aussi un effet stabilisateur, améliorant la relation entre résistance et rapport eau/liant [Kronlöf 1994]. L'introduction d'air entraînée produit le même type d'effet bénéfique (tableau 4.1.4). Cependant, d'un point de vue pratique, peu importe si le modèle est moins précis pour ce type de bétons car, normalement, la résistance à la compression n'est calculée que lorsque la distribution granulaire du mélange est optimisée. En particulier, des bétons de structures dépourvus de fines ne devraient jamais être formulés, car ils sont pathologiques et peu économiques ;

— enfin, pour calculer le volume granulaire, on peut se demander si les additions minérales (ajouts pouzzolaniques ou fillers calcaires) doivent être inclues dans la pâte ou dans le squelette granulaire. La question se pose surtout pour les fillers

calcaires qui sont considérés quelquefois comme des particules inertes (paragraphe 2.3.7). En réalité, le fait de comptabiliser les particules fines avec le granulat ou avec la pâte de ciment n'a que peu de conséquences sur l'EMP, car c'est le rapport g*/g qui compte principalement. Par conséquent, nous placerons conventionnellement toutes particules de taille supérieure à 80 μm dans le squelette granulaire, le reste sera considéré comme faisant partie de la matrice.

### Cas de bétons à air entraîné

Seuls des mortiers ou des bétons *sans* air entraîné ont été simulés jusqu'à présent. Référons-nous à un dernier ensemble de données pour étudier ce paramètre. Dans cette étude [de Larrard *et al.* 1996b], dix sept bétons dont la résistance variait dans une large gamme (de 25 à 130 MPa) ont été produits avec, comme variables, la nature des granulats (calcaire ou basalte), la présence de pouzzolanes (cendres volantes ou fumées de silice) et la présence d'air entraîné (entre 1 et 7%). Le modèle, dans sa forme la plus complète, a été utilisé pour simuler toutes les résistances, sauf celles des bétons de rapport eau/ciment supérieur à 0,65, et celles des bétons de moins de 7 jours contenant un agent retardateur et un superplastifiant (figure 2.3.28). L'erreur moyenne donnée par le modèle est de 4,4 MPa (ce qui est, en valeur relative, de l'ordre de la précision habituelle si une large gamme de résistance est testée). La valeur se rapportant aux bétons à air entraîné est de 3,6 MPa. Par conséquent, le modèle est validé pour simuler aussi l'effet de l'air entraîné sur la résistance à la compression.

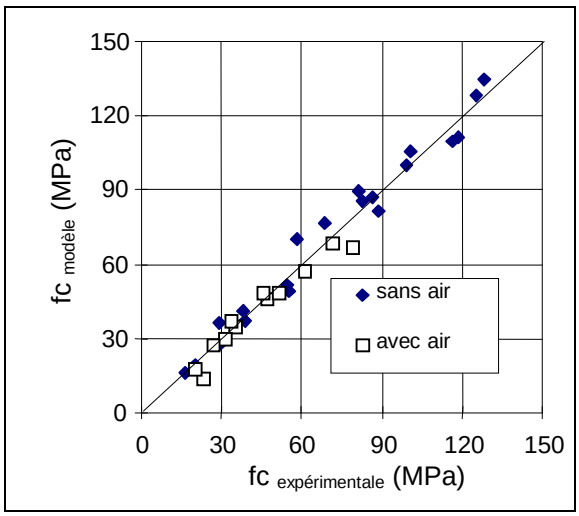



*Fig. 2.3.28. Simulation des résultats de résistance de bétons avec ou sans air entraîné (données de [de Larrard et al. 1996b]).*

## 2.4 Résistance à la traction

Cette section présente un modèle destiné à prédire, à partir de la composition, la résistance au *fendage* du béton (mesurée sur cylindre). Cette mesure donne une indication conventionnelle de la résistance à la traction, qui est légèrement différente de la résistance à la traction *directe*, et plus encore de la résistance à la *flexion* (appelé aussi module de rupture). Des coefficients de conversion entre les différentes mesures ont été proposés, mais ils dépendent généralement du type de granulat et du mode de conservation des éprouvettes [Neville 1995]. La résistance à la traction du béton présente par ailleurs un effet d'échelle considérable : plus le corps d'épreuve est grand, moins la résistance moyenne est élevée, avec cependant une dispersion statistique plus faible [Rossi et *al.* 1994]. C'est vrai aussi pour la résistance à la compression, mais à un degré moindre.

### 2.4.1 Relation de type "loi de puissance" entre résistance à la traction et résistance à la compression

Plusieurs tentatives ont été faites pour calculer la résistance à la traction du béton à partir du mécanisme de fracturation [Lange-Kornbak et Karihaloo 1996]. Mais il faut théoriquement connaître les paramètres de la mécanique de la rupture et, à ce jour, aucun modèle n'est encore disponible pour les prédire (à la connaissance de l'auteur). Ces paramètres peuvent aussi être fortement affectés par des effets d'échelle, et leur signification physique est encore discutée. Nous conserverons par conséquent l'approche empirique traditionnelle qui consiste à relier la résistance à la traction à la résistance à la compression. Il y a d'ailleurs une certaine logique dans cette démarche, car les deux résistances sont contrôlées par la nature de la pâte (rapport eau/ciment, présence d'additions minérales), par l'arrangement spatial des grains, par la liaison de la pâte de ciment avec le granulat, et par la résistance intrinsèque du granulat (section 2.3).

Oluokun a cherché dans la bibliographie les relations pouvant exister entre résistance à la traction et résistance à la compression [Oluokun 1991]. La plupart de ces relations sont des "lois de puissance". En utilisant 566 valeurs, il a proposé la relation suivante :

$$ft = 0{,}214 fc^{0{,}69} \qquad (2.4.1)$$

qui correspond au meilleur lissage des données considérées (figure 2.4.1). ft est la résistance à la traction par fendage du béton et fc la résistance à la compression au même âge. Par analyse statistique, cet auteur confirme que l'âge du béton n'affecte pas de façon significative la relation (ft, fc) [Oluokun et *al.* 1991].

Cependant, la dispersion des points suggère que des facteurs autres que la résistance à la compression jouent probablement un rôle. Un ajustement comparable peut en effet être obtenu avec un grand nombre de couples de paramètres (coefficient multiplicateur et exposant dans l'équation 2.4.1). D'ailleurs, dans les références examinées par Oluokun, l'exposant variait de 0,5 à 0,79. On remarquera enfin, pour ces données, que les résistances maximales à la compression ne dépassent pas 60 MPa environ, alors que de bien meilleures performances sont maintenant obtenues (notamment en laboratoire).

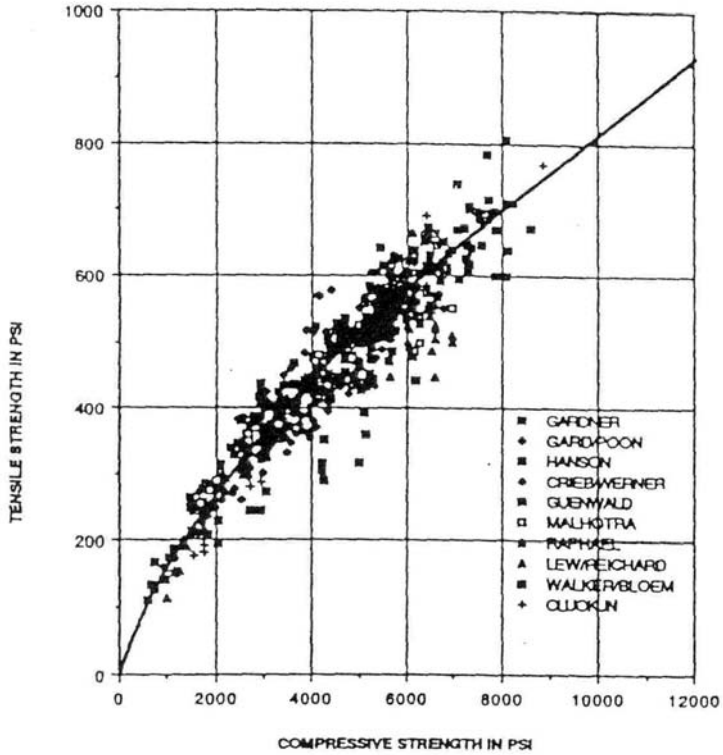



*Fig. 2.4.1. Résistance à la traction en fonction de la résistance à la compression [Oluokun 1991].*

On dispose, dans les essais déjà présentés pour d'autres modèles [de Larrard et *al.* 1996b], de quinze bétons balayant un large éventail de résistance à la compression (de 25 à 130 MPa). Ils ont été fabriqués avec le même granulat (un calcaire concassé), des pouzzolanes pour certains (cendres volantes ou fumées de silice) et de l'air entraîné pour d'autres (entre 1 et 7%). La résistance au fendage à 28 jours des cylindres conservés dans l'eau est reliée correctement à la résistance à la compression par la relation suivante :

$$ft = 0{,}413 fc^{0{,}57} \qquad (2.4.2)$$

L'erreur moyenne, en valeur absolue, n'est que de 0,17 MPa. Cette qualité d'ajustement suggère que les paramètres étudiés (pouzzolanes et air) ont le même effet sur la résistance à la traction et sur la résistance à la compression, et que la relation entre les deux résistances reste la même, quel que soit le type de pâte liante.

Huit bétons ont été testés dans un travail antérieur [Rollet et *al.* 1992]. Ils avaient été fabriqués à partir d'un autre type de granulat calcaire, d'un ciment différent et ils contenaient ou non des fumées de silice. Leur résistance était comparable à celle des données précédentes. Les éprouvettes ont été conservées dans l'eau pendant 28 jours. On trouve le même type de relation entre résistance à la traction et résistance à la compression, avec une erreur moyenne de 0,39 MPa :

$$ft = 0{,}459 fc^{0{,}57} \qquad (2.4.3)$$

Nous avons précédemment mesuré la montée des résistances à la traction et à la compression d'un béton performant conservé dans l'eau, entre 1 et 28 jours [de Larrard 1988]. Là encore, on trouve une équation semblable reliant les deux caractéristiques mécaniques :

$$ft = 0{,}468 fc^{0{,}57} \tag{2.4.4}$$

(erreur moyenne : 0.3 MPa).

Toutes ces données sont reportées sur la figure 2.4.2. Il semble donc que l'exposant 0,69 surestime la résistance à la traction des bétons performants. Par contre, la valeur 0,57, intermédiaire entre celle de Oluokum et celle de ACI (0,5), convient mieux pour la totalité de la gamme de résistance.

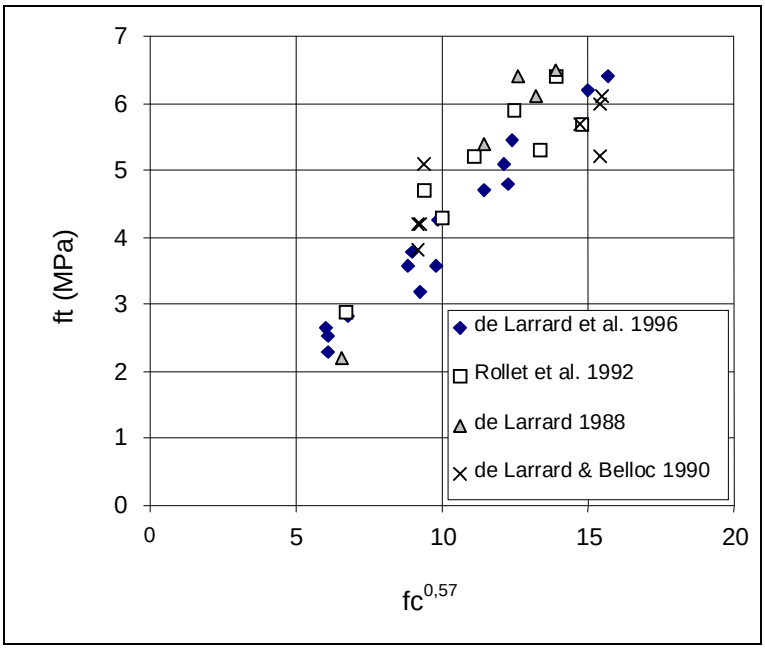



*Fig. 2.4.2. Comparaison de la résistance à la traction et de la résistance à la compression (élevée à la puissance 0,57), pour des bétons de résistance normale et de haute résistance.*

## 2.4.2 Effet de la nature du granulat

Le modèle suivant découle naturellement de l'analyse précédente :

$$ft = k_t fc^{0{,}57} \tag{2.4.5}$$

où $k_t$ est un coefficient qui dépend essentiellement du granulat. Mais est-ce la *nature* du granulat (propriétés mécaniques de la roche) qui est uniquement concernée ou est-ce aussi l'influence de l'arrangement spatial des grains qui intervient ? Pour répondre à cette question, faisons référence aux données présentées dans la section 2.3.4 [de Larrard et Belloc 1997]. Ici, des mortiers et des bétons ont été fabriqués avec la même pâte et des granulats provenant de cinq sources différentes. Les éprouvettes ont été conservées sous film d'aluminium. Les valeurs $k_t$, calculées pour chaque point de donnée, sont reportées sur la figure 2.4.3 en fonction de la dimension maximale du granulat ($D_{max}$).

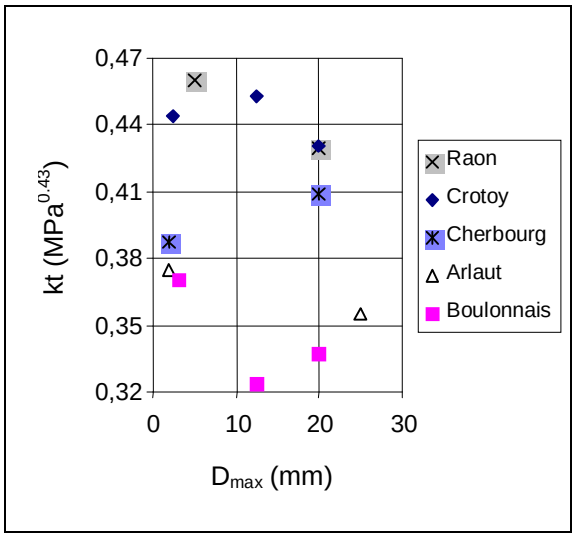



*Fig. 2.4.3. Coefficients $k_t$ (équation 2.4.5) calculés pour une série de mortiers et bétons qui ont la même pâte et des granulats différents [de Larrard et Belloc 1996].*

On voit sur cette figure que $D_{max}$ n'a aucun effet systématique sur $k_t$, ni d'ailleurs l'EMP (épaisseur maximale de pâte) qui est un paramètre plus physique (paragraphe 2.3.3). En calculant la valeur moyenne du coefficient $k_t$ pour chaque origine (nature) de granulat (tableau 2.4.1), l'erreur moyenne, entre mesures expérimentales et résistances calculées avec l'équation 2.4.5, est de 0,17 MPa. Cette valeur est comparable à l'erreur intrinsèque de l'essai. On peut donc supposer que le paramètre $k_t$ est principalement contrôlé par la nature de la roche (propriétés mécaniques et pétrographiques), indépendamment de la distribution de la taille ou de la concentration en granulats dans le matériau. Il ressort, du tableau 2.4.1, que les granulats siliceux présentent un coefficient $k_t$ plus important que celui des calcaires.

*Tab. 2.4.1. Coefficients $k_t$ moyens (équation 2.4.5) selon la nature de la roche, pour les données étudiées [de Larrard et Belloc 1997]. Ces valeurs ne sont pas directement comparables avec celles qui apparaissent dans les équations 2.4.2 à 2.4.4, à cause de différences dans le régime de cure (conservation sous voile étanche ou dans l'eau).*

| Carrière | Nature | $K_t$ |
|---|---|---|
| **Crotoy** | Silex marin | 0,442 |
| **Boulonnais** | Calcaire dur | 0,344 |
| **Arlaut** | Calcaire mi-dur | 0,365 |
| **Raon l'Etape** | Basalte | 0,445 |

En conclusion, la résistance à la traction par fendage du béton, à tout âge, est raisonnablement estimée par le modèle de l'équation 2.4.5. La résistance à la compression peut être mesurée ou calculée avec un modèle adéquat, comme celui présenté dans la section 2.3. Le coefficient $k_t$ est une caractéristique de la roche, et il peut dépendre aussi du mode de conservation des éprouvettes.

## 2.5 Déformations du béton durci

### Approche générale de la modélisation

Différentes propriétés en relation avec l'aptitude à la déformation du béton durcissant (ou durci) sont abordées dans cette section. Le *modèle trisphère* est présenté en premier, car il donne une approche unifiée pour toutes ces propriétés. La cellule élémentaire du béton durci, qui décrit l'arrangement entre pâte et granulat, est définie par un modèle géométrique simple. Une distinction est faite dans ce modèle entre le contenu minimum de pâte qui emplirait complètement les vides du granulat empilé, et le "surcroît" de pâte qui donne au béton frais sa maniabilité. En soumettant le modèle à une pression hydrostatique, on peut calculer différentes propriétés du béton, comme le module de compressibilité, le retrait et le fluage.

L'un des principaux paramètres qui influencent l'aptitude à la déformation du béton durci est le module élastique de la "phase granulaire" ; celui-ci peut être mesuré sur la roche massive, du moins pour les granulats concassés. Par ailleurs, les propriétés de la "phase matrice" du béton peuvent subir certaines modifications par rapport à celles d'une pâte pure, comme déjà signalé pour la résistance à la compression (paragraphe 2.3). Ces différences seront quantifiées le plus souvent par référence à la résistance à la compression du béton, car non seulement cette propriété est généralement mesurée, mais elle donne de plus une illustration directe du caractère compact de la matrice, avec prise en compte de plusieurs effets provenant du granulat. Des modèles quantitatifs pour les différentes propriétés de déformabilité seront développés et validés à l'aide de plusieurs jeux de données.

D'après le modèle trisphère, la compacité de la phase granulaire joue un rôle majeur dans l'aptitude à la déformation du béton durci. Ce paramètre est malheureusement absent de la plupart des articles de la littérature internationale qui donnent des résultats expérimentaux de module d'élasticité, de fluage ou de retrait. C'est la raison pour laquelle la validation des modèles développés sera faite essentiellement à l'aide de données issues du LCPC. On se référera cependant à quelques jeux de données d'origines différentes, quand le nombre de mélanges permettra d'étalonner un ou deux paramètres, sans remettre en cause la crédibilité de l'évaluation du modèle.

### Différents types de déformations

La première caractéristique intéressante est le module élastique qui exprime la capacité du béton à se déformer lorsqu'il est chargé rapidement (c'est-à-dire en un temps de chargement de quelques minutes ou moins). La logique voudrait que l'on étudie ensuite les déformations de retrait, séparées en *retrait endogène* (qui apparaît sans échange d'humidité) et en *retrait de dessiccation* (retrait supplémentaire dû au départ de l'eau). Mais l'on examinera tout d'abord le fluage, car le fluage (et la relaxation) de la matrice compte beaucoup dans le retrait du béton (déduit du retrait de la matrice). Les déformations de fluage sont aussi séparées en fluage apparaissant sans séchage (appelé *fluage propre*) et en fluage additionnel dû au séchage (*fluage de dessiccation*). Le *fluage total* est la somme du fluage propre et du fluage de dessiccation. De la même façon, le retrait total est la somme du retrait endogène et du retrait de dessiccation. La figure 2.5.1 résume les définitions des déformations instantanées et différées.

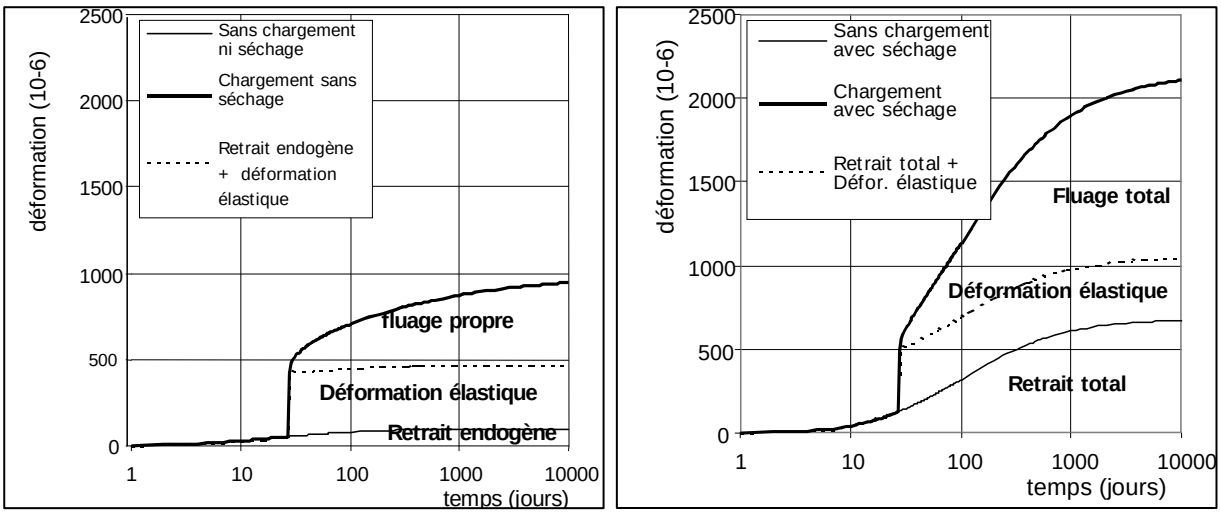



*Fig. 2.5.1. Séparation entre les différents types de déformations différées du béton. Dans cet exemple, une éprouvette de béton est placée en cure sous enveloppe scellée (côté gauche) ou séchée à partir de 7 jours (côté droit). Une contrainte de compression de 15 MPa est appliquée à l'âge de 28 jours. Les calculs ont été réalisés selon le code français BPEL 97, pour un béton de 50 MPa sans fumées de silice.*

Les codes de calcul des bétons de structure proposent généralement des lois simplifiées pour prédire le développement du fluage et du retrait, dans lesquelles les proportions du mélange ne sont prises en compte que par le biais de la résistance à la compression. Un modèle empirique plus raffiné et plus complet a été proposé ; il utilise des paramètres de la formule comme la quantité de ciment ou le rapport eau/ciment [Bazant *et al.* 1991-92]. Dans le cas présent, une recherche est faite pour relier les déformations différées aux proportions du mélange, à travers une description plus réaliste de la structure granulaire du matériau.

## 2.5.1 Nature biphasique du béton durci : le modèle trisphère

L'observation de sections de béton durci fait découvrir l'image suivante : un large spectre de matériaux granulaires (les grains du granulat) dispersés dans une matrice continue. Les dimensions des grains du granulat évoluent de 0,1 mm à quelques centimètres, tandis que la matrice est une matière poreuse où la dimension maximale de pores avoisine quelques microns. Même en tenant compte de l'auréole de transition (dont la largeur est de 10 à 30 $\mu$m [Maso 1980]), il subsiste un intervalle entre les dimensions caractéristiques du granulat et celle de la matrice. Il est par conséquent naturel d'essayer de rapprocher la déformabilité du composite de celle des deux phases. On notera cependant que cet intervalle n'existe pas entre gravillons et mortier, excepté dans quelques bétons particuliers comme les bétons discontinus. Dans ce cas, on pourrait envisager de modéliser le béton durci comme un composite où gravillons et mortier tiennent respectivement lieu d'inclusions et de matrice.

### Les bornes de Hashin-Shtrikman

Le Roy [Le Roy 1996] a récemment étudié les différents modèles composites utilisés dans le domaine des matériaux biphasiques. Si l'étude est restreinte aux matériaux statistiquement homogènes et isotropes, dont les phases, parfaitement liées, ont un

comportement élastique linéaire, on peut montrer que les propriétés d'élasticité se situent toujours entre deux limites, appelées communément bornes de Hashin-Shtrikman [Hashin & Shtrikman 1963]. Pour les modules de compressibilité et de cisaillement, les limites sont les suivantes :

$$Kh_i = K_i + \frac{c_j}{\frac{1}{K_j - K_i} + \frac{3c_i}{3K_i + 4G_i}} \tag{2.5.1}$$

$$Gh_i = G_i + \frac{c_j}{\frac{1}{G_j - G_i} + \frac{6(K_i + 2G_i)c_i}{5G_i(3K_i + 4\ G_i)}} \tag{2.5.2}$$

où $K_i$, $G_i$ et $c_i$ sont respectivement les modules de compressibilité, de cisaillement et la concentration de la phase i. $Kh_i$ et $Kh_j$ ($Gh_i$ et $Gh_j$) sont les deux bornes du module de compressibilité (ou de cisaillement) ; i et j peuvent prendre les valeurs 1 ou 2, avec i # j. Naturellement, $c_i+c_j=1$.

Le module élastique et le coefficient de Poisson peuvent être facilement déduits des modules de compressibilité et de cisaillement. Par conséquent, tout modèle qui se propose d'évaluer les propriétés de déformation de matériaux élastiques biphasiques doit restituer des valeurs situées entre les bornes de Hashin-Shtrikman. Plus le contraste entre les phases est important (en terme de propriétés élastiques), plus la plage définie par les bornes est large.

### Cellule élémentaire bisphère de Hashin pour l'homogénéisation du béton

Un de ces modèles a été proposé par le même auteur [Hashin 1962] pour calculer les propriétés d'élasticité de matériaux biphasiques dont une phase est un ensemble de particules sphériques dispersées dans une matrice continue (l'autre phase). L'idée du modèle est de considérer que le mélange est un empilement de sphères composites qui emplissent complètement l'espace. Les sphères composites sont constituées d'un granulat sphérique entouré d'une "couronne" de matrice, le rapport entre le diamètre du granulat et l'épaisseur de la couronne étant constant (figure 2.5.2).

Il peut être montré, quand le composite est soumis à une contrainte hydrostatique, que chaque cellule élémentaire se retrouve dans un état de contrainte identique (étant donné que les situations du composite et des cellules sont compatibles en contrainte et en déplacement). Par conséquent, il devient facile de calculer le module de compressibilité ou le retrait libre du composite, en résolvant les équations élémentaires de l'élasticité linéaire dans le corps constitué par la double sphère. Pour déduire le module élastique, quelques suppositions simples sont généralement faites ; on considère par exemple que le coefficient de Poisson des deux phases et du composite sont égaux à 0,20. En utilisant des modèles plus complexes [Christensen & Lo 1979, Mori & Tanaka 1973], Le Roy a montré que l'effet quantitatif de cette approche simplificatrice, sur la valeur du module E, était mineur [Le Roy 1996]. Enfin, on peut montrer que lorsque l'inclusion est plus rigide que la matrice, le module E obtenu coïncide avec la borne inférieure de Hashin-Shtrikman. En utilisant la même démarche, mais en remplaçant la matrice par l'inclusion (et vice versa), la borne supérieure de Hashin-Shtrikman est atteinte. Conformément aux hypothèses

originales, on peut donc affirmer que ces bornes sont les limites les plus étroites qui encadrent les propriétés élastiques de tous matériaux composites.

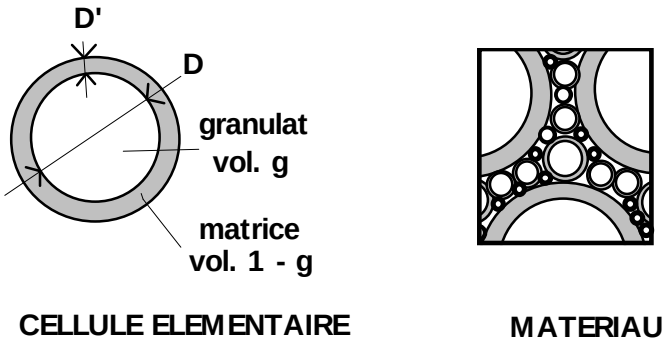



*Fig. 2.5.2. Cellule bisphère dans le modèle de Hashin.*

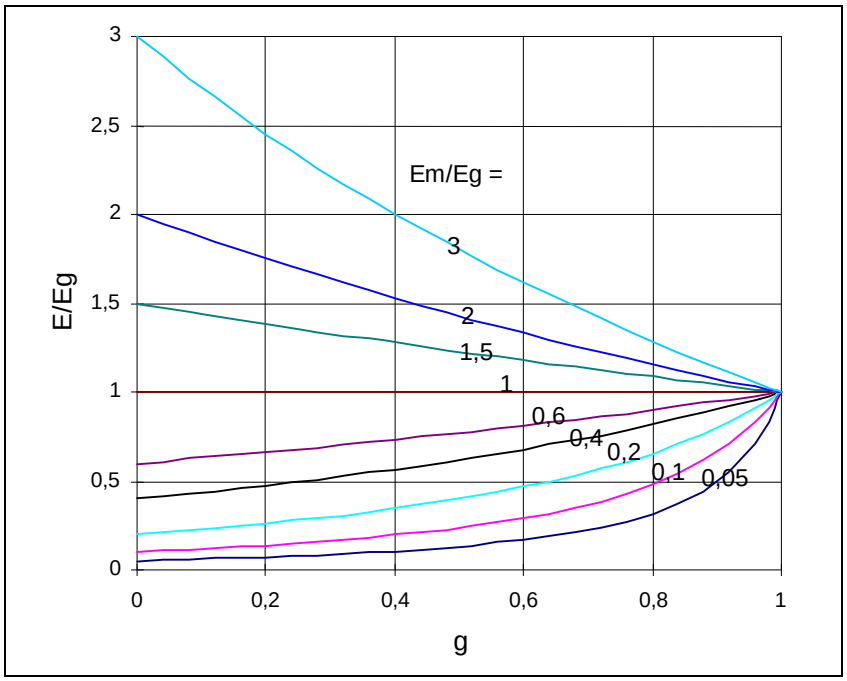



*Fig. 2.5.3. Abaque déduit du modèle de Hashin, donnant le module élastique du composite en fonction du rapport des modules des phases et de la concentration granulaire.*

En remplaçant les modules de compressibilité et de cisaillement dans les équations 2.5.1 et 2.5.2 par leurs expressions en terme de module d'élasticité et de coefficients de Poisson, et en adoptant une valeur 0,20 pour le coefficient de Poisson des deux phases, on obtient :

$$E = \frac{(1+g)E_g + (1-g)E_m}{(1-g)E_g + (1+g)E_m} E_m \qquad (2.5.3)$$

où $E_g$, $E_m$ et E sont respectivement les modules élastiques du granulat, de la matrice et du composite. g est la concentration en granulat. Un abaque représentant les prévisions de ce modèle est donné sur la figure 2.5.3.

Malgré son élégance, ce modèle est rarement utilisé par les praticiens du béton, probablement parce que sa précision est limitée. Une autre raison est qu'une hypothèse implicite du modèle ne s'applique jamais au béton (ni d'ailleurs à d'autres matériaux constitués d'inclusions granulaires), comme le prochain paragraphe se propose de le montrer.

### Le modèle trisphère [de Larrard & Le Roy 1992, Le Roy 1996]

Dans le modèle original de Hashin, la concentration granulaire peut évoluer entre 0 à 1. En outre, le spectre granulaire des sphères composites n'a pas de limite inférieure, car l'empilement des sphères est supposé remplir complètement l'espace. Or, on sait qu'une porosité nulle est physiquement impossible à atteindre avec un empilement aléatoire réel de grains (paragraphe 1.4). Tout squelette granulaire ne peut remplir seulement qu'une partie limitée de son contenant ; son volume relatif (squelette) est appelé g*, sa compacité. Par conséquent, pour appliquer le concept de Hashin au béton, on doit préalablement compléter la phase granulaire réelle par quelques grains de "matrice" ajoutés du côté des "fins". Le *granulat virtuel* ainsi constitué n'a aucune limite dimensionnelle inférieure, et sa compacité est, par définition, égale à 1.

Pour calculer la déformabilité du granulat virtuel, il faut considérer que les grains réels sont en contact proche. La petite quantité de matrice qui reste dans l'espace interstitiel de l'empilement peut être considérée comme une phase dispersée (figure 2.5.4). Ainsi, la cellule élémentaire du granulat virtuel peut être assimilée à une double sphère de Hashin où la couche externe est faite de granulat, et le noyau de matrice. En d'autre terme, quand les granulats sont fortement empilés, les deux phases se combinent l'une l'autre, de telle façon que la borne *supérieure* de Hashin-Shtrikman est approchée.

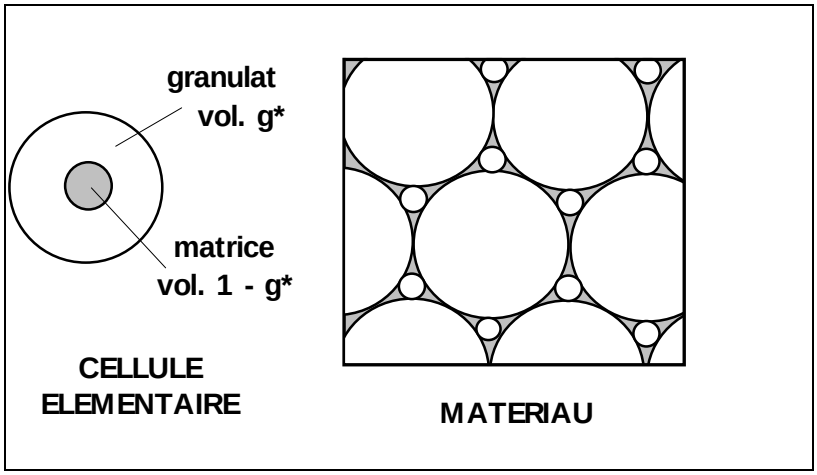



*Fig. 2.5.4. La cellule élémentaire du granulat virtuel (empilement dense de grains comblé par la matrice).*

Dans un matériau réel (béton maniable), il faut tenir compte de la dilution du granulat virtuel. Notons que pour obtenir le même volume granulaire g que dans la matériau originel, la concentration du granulat virtuel dans le composite doit être $g/g^*$. Le modèle obtenu pour illustrer l'arrangement matrice-granulat est présenté sur la figure 2.5.5.

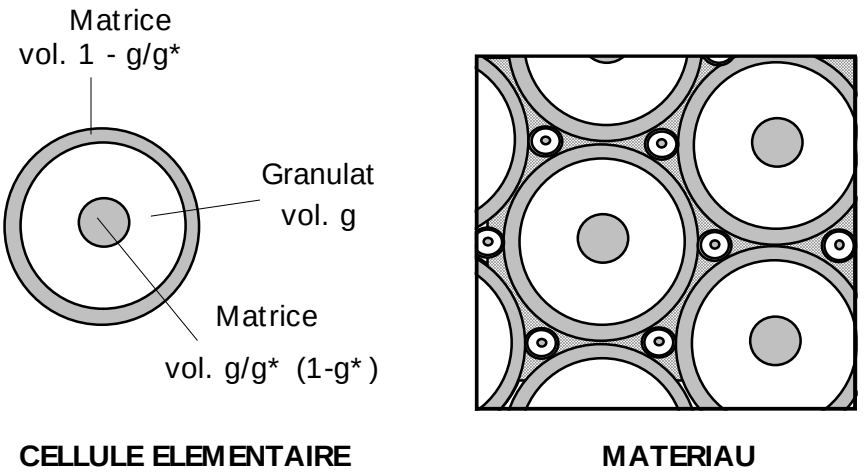



*Fig. 2.5.5. Cellule élémentaire du béton, selon le modèle trisphère.*

Remarquons que la couche externe dont il est question ici n'a rien à voir avec l'auréole de transition considérée dans d'autres modèles [Nilsen et Monteiro 1993]. Ce n'est qu'un artifice pour tenir compte du fait que toute la matrice ne joue pas le même rôle vis-à-vis de la déformabilité du béton. Mais la matrice reste une phase homogène. La pâte située sur la couche externe, dans le modèle trisphère, peut être vue par ailleurs comme une "couche de maniabilité" : supprimer cette couche revient à concevoir un béton ayant un volume minimum de pâte, sans aucune quantité supplémentaire pouvant venir lubrifier les grains durant l'écoulement du béton frais.

Relions le modèle trisphère au concept d'Epaisseur Maximale de Pâte (§ 2.3.3) en calculant l'épaisseur $e_c$ de la couche externe dans le modèle défini sur la figure 2.5.6.

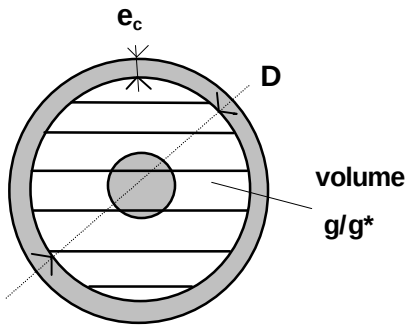



*Fig. 2.5.6. Calcul de l'épaisseur de la couche externe.*

Le volume de granulat, y compris le noyau de pâte intérieur, est égal à $g/g*$. Nous pouvons alors écrire :

$$\frac{\pi}{6} D^3 = \frac{g}{g*} \quad \text{et} \quad \frac{\pi}{6}\left(D + 2e_c\right)^3 = 1 \tag{2.5.4}$$

qui donne :

$$e_c = \frac{D}{2}\left(\sqrt[3]{\frac{g^*}{g}} - 1\right) \tag{2.5.5}$$

et, de l'équation 2.3.20 (paragraphe 2.3.3) :

$$e_c = \frac{EMP}{2} \tag{2.5.6}$$

Ce calcul montre la cohérence qui existe entre les concepts d'empilement développés au chapitre 1 et le rôle du squelette granulaire sur l'ensemble des propriétés mécaniques du béton durci.

### 2.5.2 Module élastique

Ce paragraphe s'intéresse au module élastique tangent du béton mesuré sur cylindre (conservé dans l'eau ou protégé par une enveloppe hermétique) après 2 ou 3 cycles de chargement sous une contrainte maximale qui ne dépasse pas le domaine linéaire, c'est-à-dire inférieure à 50-60% de la résistance à la rupture du béton.

#### Module élastique dans le modèle trisphère

Le module $E_{max}$ du granulat virtuel est la valeur maximale qui peut être atteinte avec les deux phases considérées. Il est calculé à partir de l'équation 2.5.3, en permutant les modules élastiques et les concentrations des phases :

$$E_{max} = \frac{(2-g^*)E_m + g^*.E_g}{g^*.E_m + (2-g^*)E_g}E_g \tag{2.5.7}$$

En utilisant la même équation, on calcule le module élastique du composite en remplaçant Eg par $E_{max}$, et g par g/g* (comme expliqué en 2.5.1) :

$$E = \left(1 + 2g\frac{E_g^{\ 2} - E_m^{\ 2}}{(g^*-g)E_g^{\ 2} + 2(2-g^*)E_gE_m + (g^*+g)E_m^{\ 2}}\right)E_m \tag{2.5.8}$$

Un abaque illustrant les prévisions de cette formule est donné sur la figure 2.5.7.

L'intérêt du modèle trisphère apparaît lorsque l'on compare cet abaque avec celle de la figure 2.5.3 (modèle de Hashin). La différence la plus significative se situe dans la région des faibles rapports de modules matrice/granulat, et pour les fortes concentrations granulaires.

Il faut encore connaître les valeurs des différents paramètres pour pouvoir appliquer ce modèle au béton. La compacité g* peut être soit mesurée directement, soit évaluée avec le Modèle d'Empilement Compressible (chapitre 1). Le volume granulaire est déduit de la formule du béton. Le module élastique $E_g$ du granulat peut être mesuré ou évalué par calibrage du modèle, en utilisant des mesures sur bétons. Le seul paramètre indéterminé est le module de la matrice.

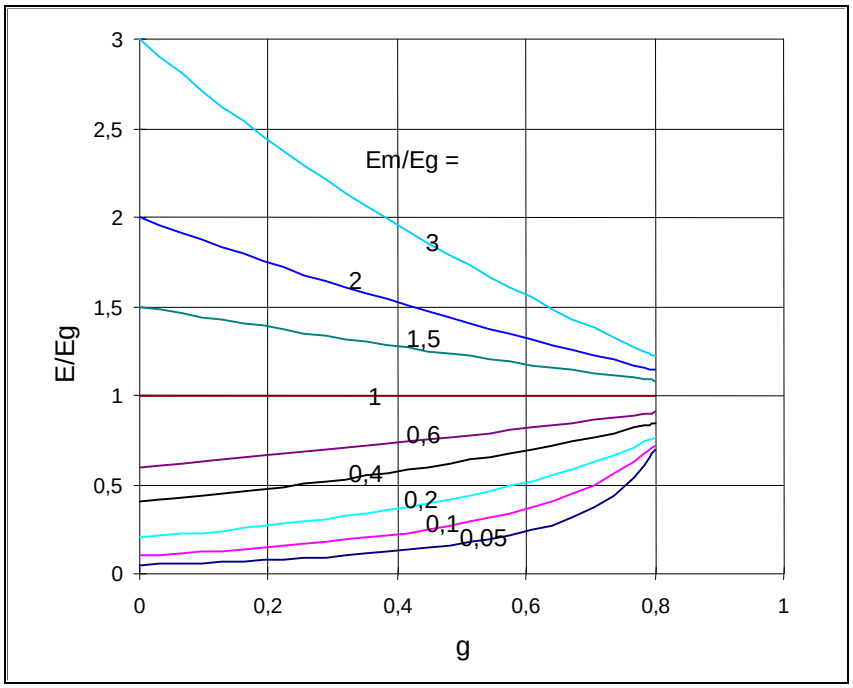



*Fig. 2.5.7. Abaque donnant le module élastique du composite prédit par le modèle trisphère, en fonction du module des phases et de la concentration granulaire. Les calculs ont été réalisés avec g* = 0,80. Chaque courbe se rapporte à une valeur constante de $E_m/E_g$.*

### Module élastique de pâte de ciment

Les modules élastiques des pâtes de ciment déjà présentées au paragraphe 2.3.1 [Marchand 1992] ont été mesurés. Grâce aux précautions prises – élimination du risque de ségrégation grâce à une technique spéciale de mélange, éprouvettes scellées durant la cure, protection des faces d'appui – ces essais constituent un ensemble unique de données que nous utiliserons pour cette modélisation. Les valeurs expérimentales sont données dans le tableau 2.5.1.

*Tab. 2.5.1. Module élastiques des pâtes de ciment à 28 jours [Marchand 1992].*

| **e/c** | **fs/c** | **fc** (MPa) | **E exp** (GPa) | **E mod** (GPa) |
|---|---|---|---|---|
| 0,23 | 0 | 153 | 34,4 | 34,6 |
| 0,28 | 0 | 114,3 | 25,5 | 25,8 |
| 0,38 | 0 | 81,7 | 17,8 | 18,5 |
| 0,43 | 0 | 63,2 | 15,6 | 14,3 |
| 0,53 | 0 | 41,9 | 11,9 | 9,5 |
| 0,63 | 0 | 33,7 | 10,2 | 7,6 |
| 0,23 | 0,1 | 142 | 34,8 | 32,1 |
| 0,28 | 0,1 | 111 | 29,5 | 25,1 |
| 0,38 | 0,1 | 93,8 | 20,5 | 21,2 |
| 0,43 | 0,1 | 78,5 | 17,7 | 17,7 |
| 0,53 | 0,1 | 55,9 | 11,8 | 12,6 |
| 0,63 | 0,1 | 40,5 | 10,4 | 9,1 |

Elles sont également reportées sur la figure 2.5.8. Les pâtes de ciment ont été préparées soit avec du ciment Portland pur, soit avec du ciment Portland additionné de fumées de silice (rapport fumées de silice/ciment de 10%). Tous les résultats s'alignent sur une même droite. Le module élastique Ep pour ces séries est donc

simplement proportionnel à la résistance à la compression (erreur moyenne: 1.4 GPa) :

$$E_p = 226\ fc_p \tag{2.5.9}$$

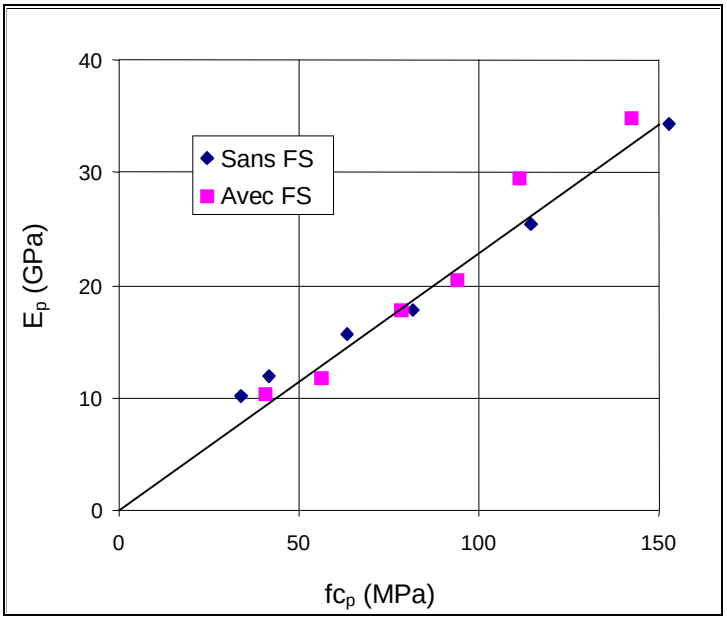



*Fig. 2.5.8. Rapport entre le module d'élasticité Ep et la résistance à la compression, d'après les données de Marchand.*

### Application au béton

Précédemment, pour modéliser la résistance à la compression du béton, nous avons fait une distinction entre les propriétés de la pâte pure et celles de la matrice du béton. Ici encore, le module de la pâte subi des modifications lorsqu'elle est "injectée" dans la porosité granulaire. Pour illustrer cet effet, utilisons le jeu de données [de Larrard et Belloc 1997] déjà présenté au paragraphe 2.3.4 (tableaux 2.3.3 et 2.3.4). Dans ces expériences, une même pâte avait été mélangée avec cinq types de granulats, pour fabriquer soit des mortiers, soit des bétons de plusieurs $D_{max}$. Tous les modules ont été mesurés à 28 jours (pâte pure, roche massive d'où provenaient les granulats, mortiers et bétons). Comme déjà signalé par certains auteurs pour d'autres mélanges [Hirsh 1962, Nilsen et Monteiro 1993], il s'avère que les modules composés de toutes ces préparations sont inférieurs aux bornes de Hashin-Strikman (figure 2.5.9) !

Il est clair alors que le module de la pâte ne peut être introduit tel quel dans l'équation 2.5.8, si l'on veut prédire le module du béton avec une précision satisfaisante. Plusieurs phénomènes peuvent expliquer le déphasage entre le module de la matrice équivalente et celui de la pâte pure :

— la présence d'une auréole de transition, bien que, dans le cas présent où seuls des bétons performants ont été testés, cette auréole est probablement très ténue ;

— une moindre adhérence entre la matrice et les grains ;

— un réseau de microfissurations, dû à un empêchement du retrait interne par les granulats. Mais (heureusement) tous ces phénomènes affectent aussi la résistance à

la compression, déjà modélisée au paragraphe 2.3. Par conséquent, la façon la plus simple d'estimer le module de la matrice est de supposer que la proportionnalité trouvée dans le paragraphe précédent est encore valide, mais en considérant la résistance à la compression du *béton* :

$$E_m = 226\ fc \tag{2.5.10}$$

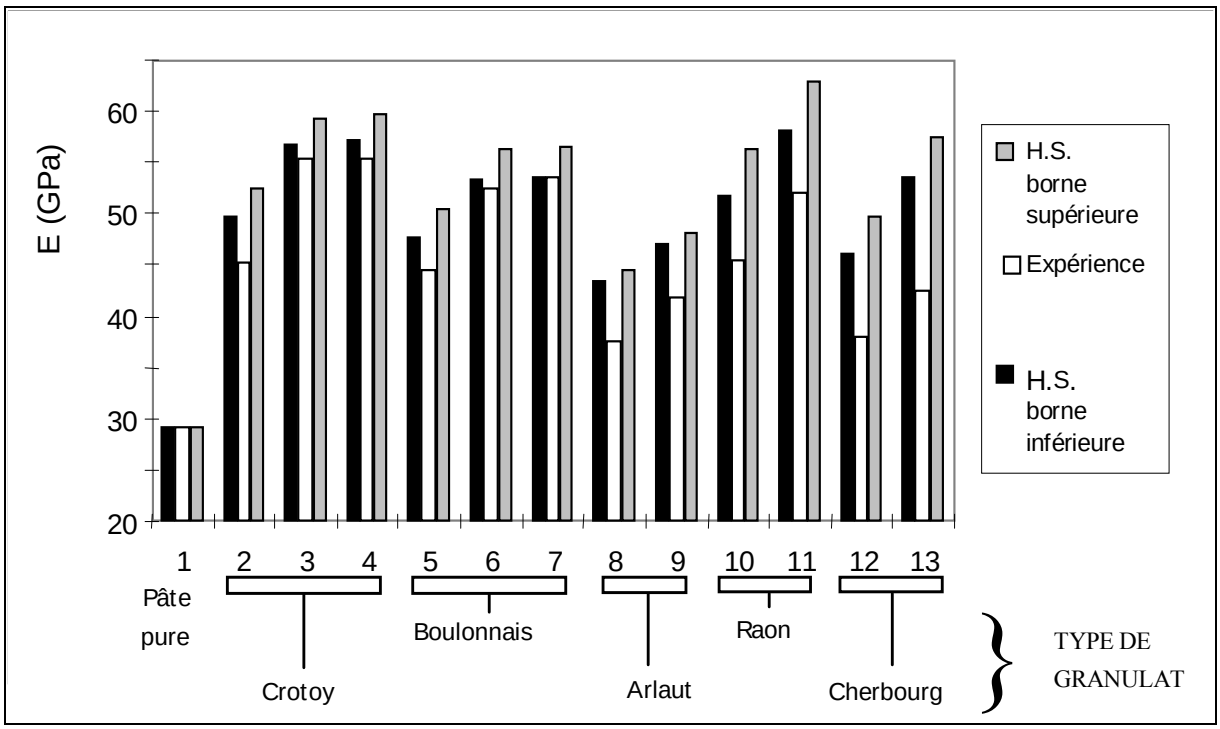



*Fig. 2.5.9. Modules élastique de composites [de Larrard & Belloc 1997], comparés aux bornes de Hashin-Shtrikman (HS).*

### Validation du modèle

Dans les exemples qui suivent, toutes les compacités du squelette granulaire (terme g*) ont été calculées avec le Modèle d'Empilement Compressible (chapitre 1), en prenant un indice de serrage (K) égal à 9.

Une première validation est faite en faisant encore référence aux données utilisées dans le paragraphe antérieur [de Larrard et Belloc 1997] où la variable "granulat" était principalement analysée. L'erreur moyenne du modèle (équations 2.5.8 et 2.5.10) est de 2,6 GPa (au lieu de 4,4 GPa lorsque le module de la matrice est pris égal à celui de la pâte, figure 2.5.10). Notons que le ciment utilisé dans ces essais (CEM I 52,5 "Cormeilles") est différent de celui utilisé par Marchand dans ses expériences sur les pâtes pures de ciment [Marchand 1992].

Examinons maintenant un second ensemble de données, dans lequel les variables analysées sont la résistance à la compression (de 25 à 125 MPa), le type de liant (ciment Portland pur[36] ou mélangé avec des cendres volantes ou des fumées de silice) et la présence d'air entraîné [de Larrard *et al.* 1996b]. Les proportions du mélange sont données dans le tableau 2.1.2 (paragraphe 2.1.2). L'accord obtenu est comparable à celui trouvé pour les données précédentes (erreur moyenne égale à

[36] CEM I 52,5 "St. Vigor", le même ciment que celui utilisé par Marchand.

2,6 GPa, figure 2.5.11). Le modèle convient donc aussi bien pour les bétons de résistances normales que pour les bétons à hautes performances.

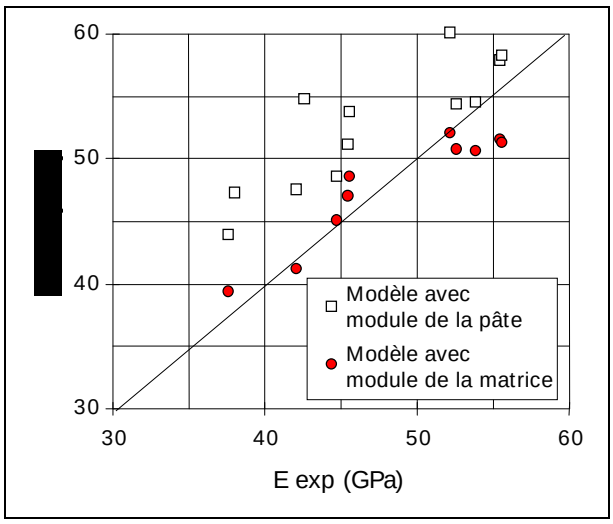



*Fig. 2.5.10. Comparaison entre le module E mesuré et les prévisions du modèle trisphère (données de [de Larrard & Belloc 1997]).*

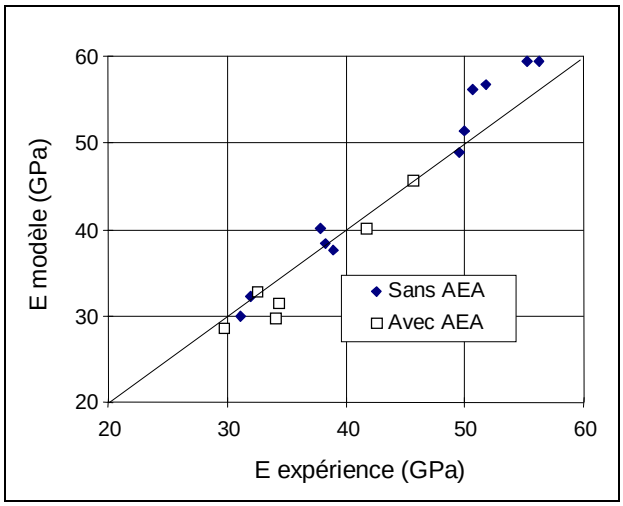



*Fig. 2.5.11. Comparaison entre le module d'élasticité mesuré et prévisions du modèle (données de [de Larrard et al. 1996b]). AEA: agent entraîneur d'air.*

Un autre ensemble de données, issues de [de Larrard & Belloc 1992], concerne des bétons normaux et des BHP. Les granulats utilisés sont les calcaires du "Boulonnais", avec deux tailles maximales de granulats (10 et 20 mm). Les mélanges comportaient ou non des fumées de silice. Le ciment était le CEM I 42,5 HTS "Le Teil". Ici encore, l'accord est satisfaisant (erreur moyenne de 2,9 GPa, figure 2.5.12). Deux autres BHP [de Larrard *et al.* 1994] ont été fabriqués en sélectionnant les granulats, pour qu'ils présentent des coefficients de Poisson très contrastés (0,24 et 0,15 respectivement). Cette différence n'affaiblit pas la précision du modèle (1,6 GPa), comme d'ailleurs démontré théoriquement par Le Roy [Le Roy 1996].

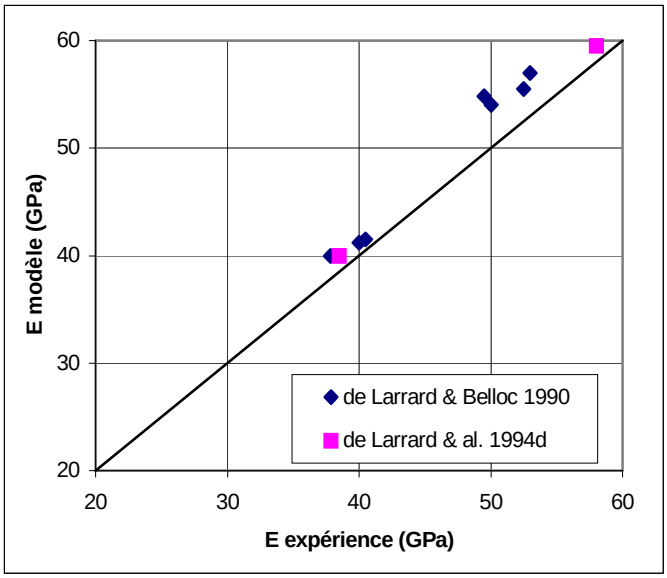



*Fig. 2.5.12 Comparaisons supplémentaires entre module élastique mesuré et prévisions du modèle.*

Intéressons-nous maintenant au module d'élasticité E mesuré à des âges différents de 28 jours. Utilisons pour cela deux ensembles importants de données issues du LCPC, qui concernent les sables et graviers de Seine (dont le module $E_g$ ne peut être mesuré directement). Le Roy a fabriqué onze bétons ayant une quantité constante de granulats (à l'exception de trois d'entre eux) et des rapports variables eau/ciment (0,33 à 0,5) et fumées de silice/ciment (0 à 0,15) [de Larrard & Le Roy 1992, Le Roy 1996]. Les modules d'élasticité E ont été mesurés à 1, 3, 7 et 28 jours. Le module élastique du granulat a dû être étalonné pour pouvoir appliquer le modèle (par ajustement aux 44 valeurs expérimentales, valeur de 76,6 Gpa). L'erreur moyenne obtenue est de 1,8 GPa (figure 2.5.13).

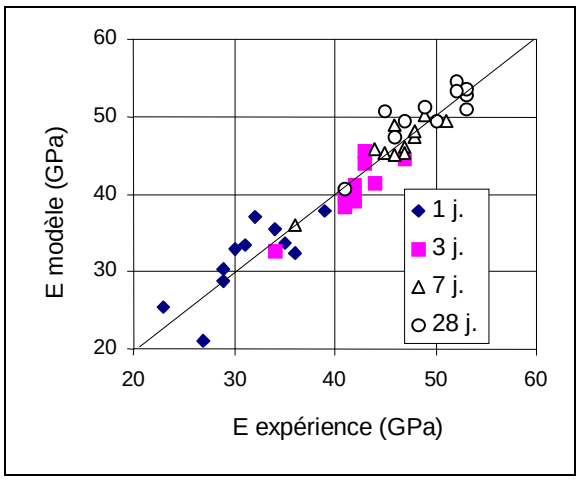



*Fig. 2.5.13.Comparaison entre le module élastique mesuré et prévision du modèle (données de [de Larrard & Le Roy 1992]). g* = 0,82.*

A la même époque, Laplante a étudié les propriétés à très jeune âge de deux de ces bétons [Laplante 1993]. Ses données fournissent une des validations les plus convainquante de l'introduction d'une troisième couche dans le modèle de Hashin

(erreur moyenne 2,4 GPa, figure 2.5.14) car, comme déjà signalé, c'est lorsque le contraste des modules est le plus fort (c'est-à-dire au jeune âge) que les deux modèles (bi et trisphère) diffèrent le plus. Un autre ensemble de points (concernant uniquement les modules d'un BHP mesurés entre 1 jour et 4 années [de Larrard 1988]) est encore ajouté sur la même figure. L'erreur moyenne n'est que de 1,6 GPa pour ce dernier béton. Les valeurs sont très proches de celles des mesures expérimentales du module E.

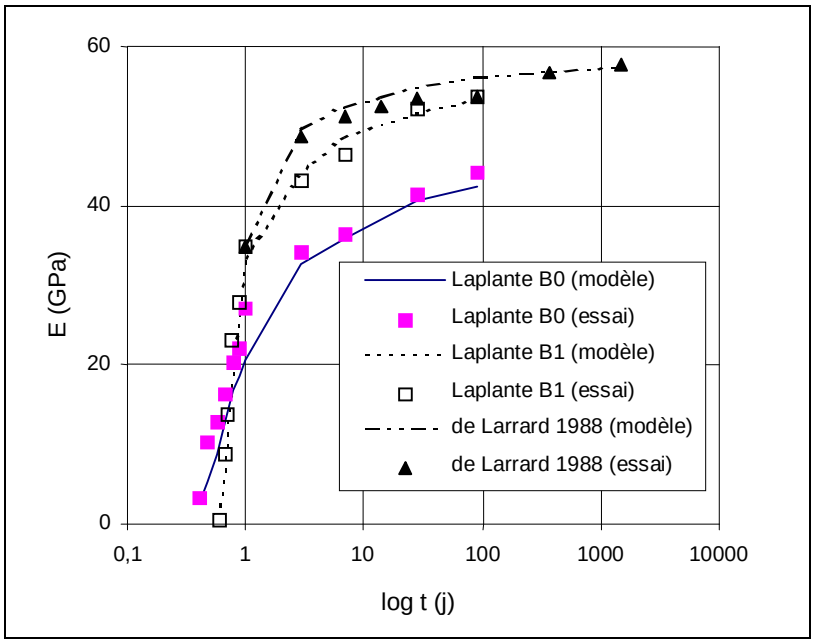



*Fig. 2.5.14. Développement du module d'élasticité dans le temps. Valeurs expérimentales et prévisions du modèle trisphère.*

Un ultime jeu de données est enfin examiné. Les auteurs ont utilisé des sables et gravillons d'origines différentes (donnant des bétons de squelettes hétérogènes) [Schrage et Springenschmid 1996]. Dix huit bétons ont été réalisés avec des gravillons de trois natures (calcaire, basalte ou quartz) et un sable naturel quartzeux. Les liants étaient soit un ciment Portland pur, soit un ciment composé au laitier, avec ou sans fumées de silice. La résistance à la compression a été mesurée sur cubes.

Pour simuler les résultats, un "module équivalent" des granulats a été calculé pour chaque mélange, en prenant la moyenne des modules du gravillon et du sable[37], pondérés par leurs proportions respectives. Les compacités ont été estimées à partir de la dimension maximale du granulat et de la forme des grains (arrondis ou anguleux). Quant aux résistances à la compression sur cylindre, elles ont été déduites des mesures sur cube en utilisant un coefficient de conversion de 0,85. Les comparaisons entre prévisions et mesures sont données sur la figure 2.5.15. L'erreur moyenne du modèle est 3,2 GPa. Elle est due en partie au manque de précision dans l'estimation des résistances à la compression sur cylindre.

[37] donnés dans l'article

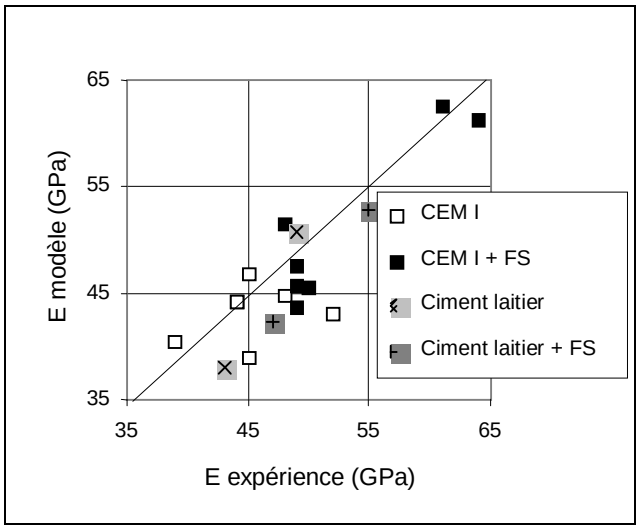



*Fig. 2.5.15. Comparaison entre module E mesuré et prévisions du modèle (données de [Schrage & Springenschmid 1996]).*

Nous allons utiliser la même approche pour étudier les déformations différées du béton.

### 2.5.3 Fluage propre

Les déformations de fluage ont des conséquences importantes dans plusieurs applications du béton. Elles participent aux pertes de précontraintes et aux déflexions des structures chargées, à tel point qu'elles peuvent être prises comme critère prépondérant de la formulation du béton. Il est donc utile, dans un livre consacré à la conception des mélanges, de s'intéresser au fluage. Les déformations différées sont des phénomènes complexes. Chaque béton a son propre comportement, et les déformations de fluage répondent à une certaine cinétique. Elles dépendent beaucoup de l'âge du chargement et des échanges d'humidité. Ces déformations peuvent ne jamais se stabiliser, même après plusieurs dizaines d'années d'application des charges [Troxell *et al.* 1958]. Par souci de simplicité, nous limiterons notre étude au fluage d'éprouvettes *chargées à 28 jours*. De même, comme beaucoup d'extrapolations sur les expériences de fluage paraissent souvent hasardeuses, nous nous focaliserons sur les déformations de fluage apparues après 1000 jours de chargement. Ces déformations sont généralement très inférieures à celles qui peuvent exister au terme attendu de la vie d'un ouvrage (de l'ordre de 100 ans pour un pont). Nous supposerons toutefois que le fluage après 1000 jours est un critère suffisant, si le but est de comparer des mélanges différents, en terme de fluage propre potentiel.

#### Fluage propre des pâtes de ciment – Expériences et modélisation

Examinons tout d'abord quelques données relatives à la pâte pure (comme cela a déjà été fait pour la résistance et le module d'élasticité). Le Roy [Le Roy 1996] a réalisé des essais de fluage propre sur plusieurs pâtes pures. Durant la prise, les échantillons ont été placés en rotation lente et continue, selon la technique de [Stock *et al*. 1979], pour minimiser le ressuage et la ségrégation. Des précautions spéciales ont été prises aussi pour garantir la fiabilité des essais ; elles ont porté sur

l'application de la charge, les mesures de la déformation et les départs d'eau durant les essais. Malheureusement, la durée des essais n'a été que de 90 jours, ce qui est suffisant pour montrer les tendances générales, mais trop court pour obtenir des extrapolations fiables. Les dosages des mélanges et les propriétés des pâtes sont donnés dans le tableau 2.5.2. Les résultats des essais de fluage apparaissent sur la figure 2.5.16.

*Tab. 2.5.2. Mélanges utilisés dans les essais de fluage de pâte [Le Roy 1996].*
**: calculé selon l'équation 2.3.14. **: calculé selon l'équation 2.5.9.*

| e/c | fs/c | fc (MPa) | E (GPa) | Fluage propre spécifique extrapolé à 1000 j. ($10^{-6}$/MPa) | Ed (GPa) |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,28 | 0 | 114,3 | 25,5 | 163 | 4,95 |
| 0,38 | 0 | 81,7 | 17,8 | 196 | 3,96 |
| 0,5 | 0 | *49,3** | *11,1*** | 288 | 2,65 |
| 0,28 | 0,1 | 111 | 29,5 | 89 | 8,14 |
| 0,38 | 0,1 | 93,8 | 20,5 | 87 | 7,36 |

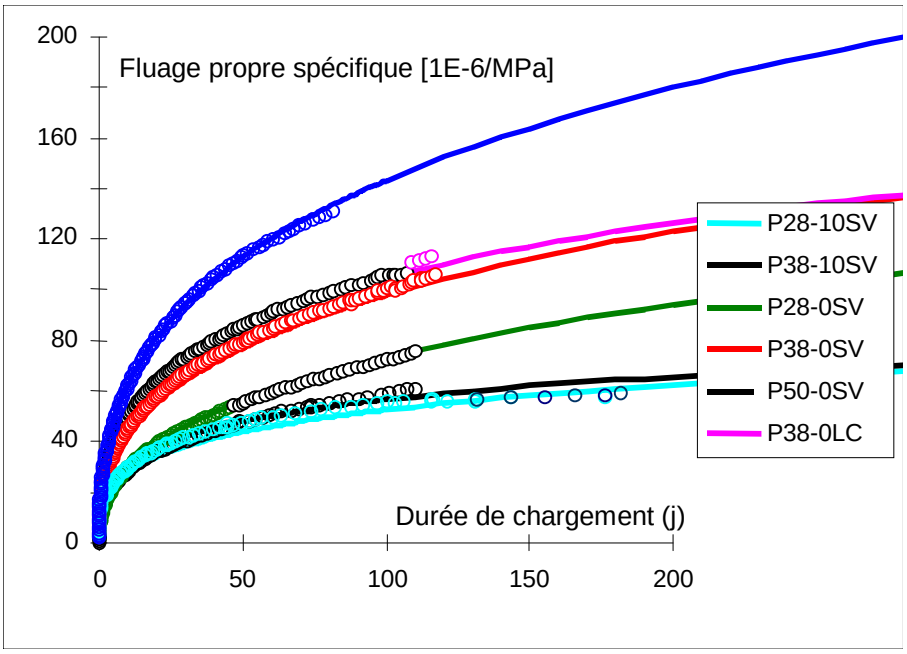



*Fig. 2.5.16. Courbes de fluage obtenues lors d'essais sur pâtes pures (valeurs expérimentales et ajustements) [Le Roy 1996]. Les échantillons ont été chargés à 28 jours d'âge.*

Le module différé est défini comme le quotient de la contrainte appliquée par les déformations totales dues à cette contrainte (déformation élastique et déformation de fluage). Lorsque l'on reporte le module différé en fonction de la résistance à la compression (figure 2.5.17), on retrouve la tendance déjà observée pour le module élastique (figure 2.5.8), excepté pour les points se rapportant aux fumées de silice qui ne s'alignent pas avec ceux des pâtes pures de ciment Portland. Ce résultat est conforme au fait que les fumées de silice réduisent grandement le fluage des BHP, à résistance égale [de Larrard *et al.* 1994d]. Les valeurs ont permis d'établir un modèle pour le module différé qui a la forme suivante :

$$E_{pd} = \alpha(1+\beta\ \psi)\, fc_p \tag{2.5.11}$$

où $\alpha$ et $\beta$ sont deux constantes qu'il faut ajuster. $\psi$ décrit la contribution relative des pouzzolanes au ciment équivalent, comme dans les équations 2.3.31 & 2.3.32.

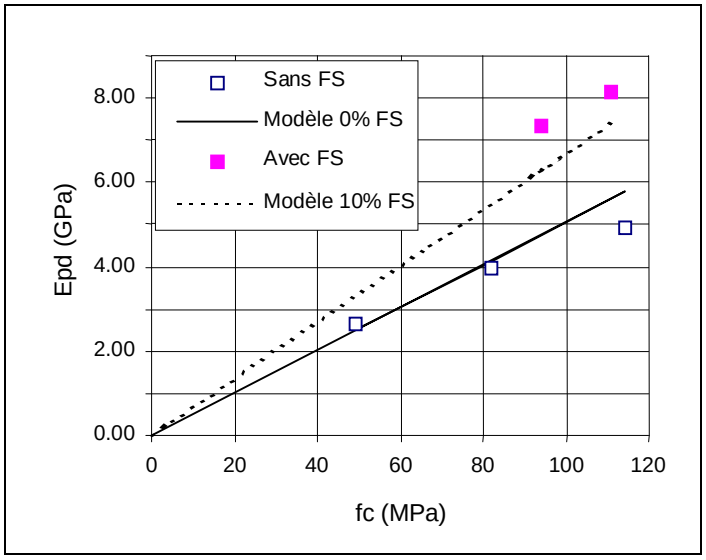



*Fig. 2.5.17. Module différé des pâtes du ciment en fonction de la résistance à la compression à 28 jours.*

### Fluage propre du béton

Le modèle trisphère est encore utilisé ici pour calculer le module différé du béton (éprouvettes scellées). En effet, Le Roy a montré que le modèle trisphère fournissait des résultats très proches de ceux obtenus par des calculs numériques plus rigoureux de viscoélasticité (basés sur les transformations de Laplace-Carson), qui décrivent la déformation de fluage à partir du chargement [Le Roy 1996].

Le module différé de la matrice est considéré égal à celui de la pâte, en remplaçant la résistance à la compression de la pâte par la résistance à la compression du béton, pour tenir compte de l'interaction pâte/granulat. Nous avons :

$$E_d = \left(1 + 2g\frac{E_g^{\ 2} - E_{md}^{\ 2}}{(g^* - g)E_g^{\ 2} + 2(2-g^*)E_g E_{md} + (g^* + g)E_{md}^{\ 2}}\right)E_{md} \tag{2.5.12}$$

et

$$E_{md} = \alpha(1+\beta\,\psi)\, fc \tag{2.5.13}$$

où $E_d$ et $E_{md}$ sont respectivement les modules différés du béton et de la matrice.

On peut alors déduire le fluage propre spécifique du béton, $\varepsilon_{Fp}^{s}$, en utilisant l'équation :

$$\varepsilon_{Fp}^{s} = \frac{1}{E_d} - \frac{1}{E} \tag{2.5.14}$$

Le coefficient de fluage est quant à lui égal au rapport de la déformation de fluage par la déformation élastique, c'est-à-dire :

$$K_{Fl} = \frac{E}{E_d} - 1 \qquad (2.5.15)$$

Utilisons quelques mesures sur bétons pour calibrer les deux constantes de l'équation 2.5.13. Les bétons testés par Le Roy, pour le module élastique, réalisés avec les mêmes liants et les mêmes pâtes, ont aussi été soumis aux essais de fluage propre [Le Roy 1996]. Les charges ont été appliquées à 28 jours et les mesures de déformation ont été suivies durant 2 à 3 années. On peut considérer que les valeurs de fluage à trois ans sont plus fiables que celles des pâtes précédemment analysées, malgré une certaine dispersion des données relatives à l'influence des paramètres du mélange. Par optimisation numérique, les deux valeurs suivantes ($\alpha$= 50,6, $\beta$= 0,966) mènent à une erreur moyenne de 2,5 GPa. Si l'on applique ces paramètres aux expériences précédentes réalisées sur pâtes, de durée plus courte, on obtient deux lignes droites (figure 2.5.17). Elles s'ajustent correctement aux données expérimentales (erreur moyenne de 0,6 GPa). Notons que les pouzzolanes sont réputées augmenter le module différé (ou réduire le fluage propre) : en effet, on constate qu'elles parviennent presque à doubler le module différé des pâtes de ciment, en plus de leur impact sur la résistance à la compression. Cet effet important pourrait être une conséquence de l'autodessiccation (paragraphe 2.5.5). Il semble d'ailleurs que les hydrates pouzzolaniques ont la capacité de s'opposer localement aux mouvement d'eau, responsables pour partie, à l'échelle microscopique, du fluage.

Une validation supplémentaire du modèle de fluage propre est apportée par vingt autres essais sur bétons. Ils ont été réalisés sur éprouvettes bien protégées de la dessiccation (par une feuille d'aluminium[38]), sur des durées suffisamment longues pour pouvoir considérer que les extrapolations à 1000 jours sont fiables. Aucun ajustement n'a été fait, excepté dans quelques cas où le module du granulat a été déduit du module élastique expérimental du béton. Le paramètre g* (compacité granulaire) a été calculé soit avec le MEC (chapitre 1), soit estimé d'après le type de granulat et la dimension maximale des grains. Les détails concernant les proportions des mélanges peuvent être trouvés dans [Le Roy 1996]. Retenons simplement qu'en plus du ciment utilisé par Le Roy (CEM I 52,5 "St Vigor"), sept autres ciments ont servi à fabriquer ces bétons. L'erreur moyenne du modèle, sur l'ensemble des données, est de 3,0 GPa (alors que les granulats ont grandement varié en nature et en résistance). La figure 2.5.18 donne une comparaison entre prévisions et valeurs mesurées. Quel que soit le type de module étudié (instantané ou différé), la précision du modèle trisphère, en valeur absolue, est tout aussi bonne. De même, les paramètres $\alpha$ et $\beta$ paraissent universels, compte tenu de la variété des ciments.

Un dernier jeu de données, déjà utilisé pour valider le modèle du module élastique, mérite une analyse particulière, en raison du grand nombre de paramètres testés [Schrage et Sprigenschmid 1996]. Tous les bétons de cette étude ont été soumis aux essais de fluage propre. Les modules différés "expérimentaux" ont été déduits des modules réels et des valeurs extrapolées de fluage spécifique, qui sont légèrement supérieures aux valeurs à 1000 jours données par notre modèle.

[38] d'autres matériaux comme des films polyéthylènes ou des résines ne fournissent pas une protection suffisante pour prévenir le séchage du béton dans les essais à long terme [Toutlemonde & Le Maou 1996].

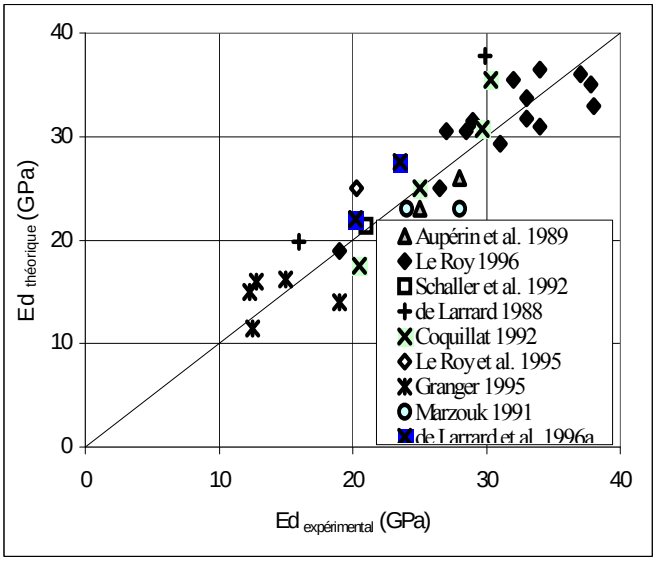



*Fig. 2.5.18. Comparaison entre valeurs mesurées du module différé (en conditions scellées) et prévisions du modèle.*

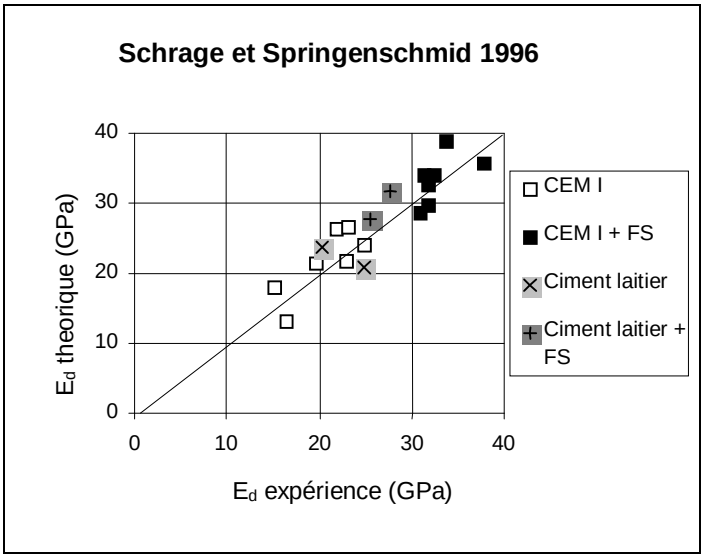



*Fig. 2.5.19. Comparaison entre valeurs mesurées du module différé (en conditions scellées) et prévisions du modèle.*

Avant de pouvoir simuler le module différé de la matrice, il faut encore estimer le coefficient d'activité $K_p$ des fumées de silice utilisées (paragraphe 2.3.6). Une valeur de 8 a été trouvée en "calant" le modèle de résistance (paragraphe 2.3) sur les valeurs expérimentales d'un granulat (le calcaire roulé a été retenu). Ce coefficient élevé peut provenir du conditionnement en barbotine des fumées de silice (par comparaison à la forme densifiée qui semble affaiblir l'activité pouzzolanique de ces produits). Mais l'incertitude sur la résistance des cylindres (déduite des essais sur cube) affecte aussi la qualité des prévisions. Le modèle fournit néanmoins une classification logique des bétons, et l'erreur moyenne (2,7 GPa) est du même ordre que celle relative aux essais rapportés précédemment (figure 2.5.19). Ces données montrent que le modèle est apte à fournir des prévisions acceptables, tant pour les bétons contenant des ciments au laitier que pour les bétons de ciment Portland pur.

### 2.5.4 Fluage total

En fait, le fluage de dessiccation du béton n'est pas une propriété du matériau : certes, il peut y avoir, dans la déformation, une part intrinsèque, mais la fissuration superficielle des échantillons séchés, qui est moindre quand le béton est chargé, intervient aussi dans la mesure [Acker 1982]. Cette déformation risque par conséquent d'être affectée d'un *effet d'échelle* significatif, non seulement au niveau cinétique, mais aussi en terme d'amplitude finale. La fissuration superficielle, qui peut être caractérisée par certaines méthodes expérimentales, comme celle des répliques [Sicard *et al.* 1992], dépend fortement de la cinétique de dessiccation et du type d'échantillon. Il est alors difficile de développer des modèles précis pour prévoir la dessiccation et, donc, le fluage total.

Le fluage de dessiccation représente cependant une part importante du fluage total, surtout pour les bétons ordinaires, et cette déformation ne peut pas être ignorée si le but est d'obtenir des bétons de moindre déformabilité. On cherchera alors un modèle donnant un ordre de grandeur acceptable. Aucun résultat d'essai fiable concernant le fluage total de la pâte de ciment n'a été trouvé dans la littérature. On supposera alors que l'approche déjà utilisée pour le fluage propre est encore valide pour le fluage total.

Utilisons tout d'abord une série de quatorze essais de fluage total exécutés en condition sèche (50% H.R., 20°C), sur des matériaux de caractéristiques connues (compacités et modules des granulats). Les résistances à la compression à 28 jours sont comprises entre 34 et 108 MPa. Quatre mélanges contenaient 10% de fumées de silice densifiées (en pourcentage de la masse du ciment). Six ciments différents ont été utilisés dans les mélanges. Comme pour le fluage propre, nous définirons un module différé $E'_d$ en conditions sèches que nous relierons à celui de la matrice $E'_{md}$, par l'équation suivante :

$$E'_d = \left(1 + 2g\frac{E_g^{\ 2} - E'^{\ 2}_{md}}{(g^* - g)E_g^{\ 2} + 2(2 - g^*)E_g E'_{md} + (g^* + g)E'^{\ 2}_{md}}\right)E'_{md} \qquad (2.5.16)$$

et

$$E'_{md} = \alpha'(1 + \beta' \ \psi)\ fc \qquad (2.5.17)$$

Des valeurs de 28,5 et 0,935 ont été trouvées, par calibrage, pour les coefficients $\alpha'$ et $\beta'$. La comparaison du module différé théorique au module expérimental est donnée sur la figure 2.5.20. On remarquera que $\beta$ et de $\beta'$ ont des valeurs presque égales ; il semble donc que les pouzzolanes réduisent de la même façon le fluage propre et le fluage total.

Référerons-nous encore aux données de [Schrage et Springenschmid 1996] pour réaliser une validation supplémentaire du modèle. Ces auteurs ont publié les résultats de neuf essais de fluage de dessiccation mesurés sur des éprouvettes de 104 mm de diamètre conservés à 65% H.R. Les modules différés expérimentaux ont été déduites des valeurs de fluage spécifiques extrapolées à long terme. Les paramètres des matériaux utilisés dans les simulations, dont la plupart sont donnés dans la publication originale, sont les mêmes que ceux utilisés pour le fluage propre (figure 2.5.19). Bien que les conditions d'essais de ces auteurs ne soient pas exactement comparables aux nôtres (éprouvettes plus petites, humidité plus forte et chargement de plus longue durée), l'accord entre modèle et données expérimentales

est assez bon (figure 2.5.21), surtout pour les bétons sans fumées de silice. Pour les mélanges avec fumées de silice, le modèle sous-estime le module différé et, donc, surestime le fluage total. Dans quelques cas, les fumées de silice suppriment presque entièrement le fluage de dessiccation [de Larrard *et al.* 1994d]. Rappelons que Schrage et Springenschmid ont utilisé des fumées de silice sous forme de barbotine et que ces produits assurent un meilleur effet filler (remplissage) que les fumées de silice densifiées utilisées dans les études françaises.

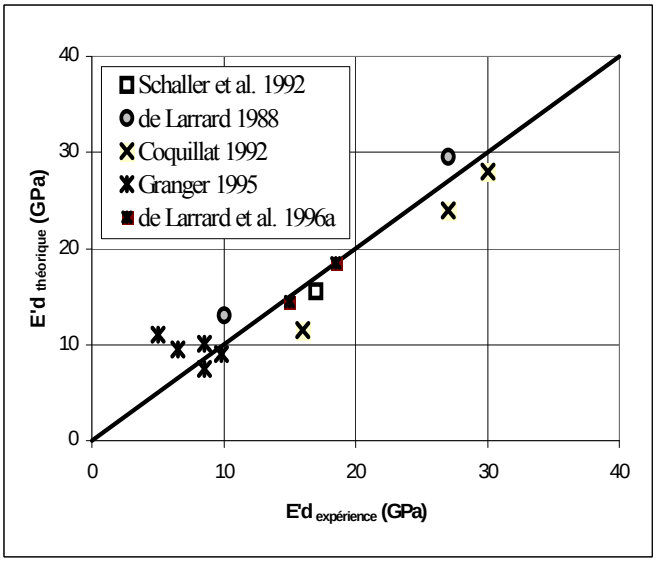



*Fig. 2.5.20. Comparaison entre valeurs mesurées du module différé (en conditions sèches) et prévisions du modèle, après calibrage (deux paramètres ont été étalonnés).*

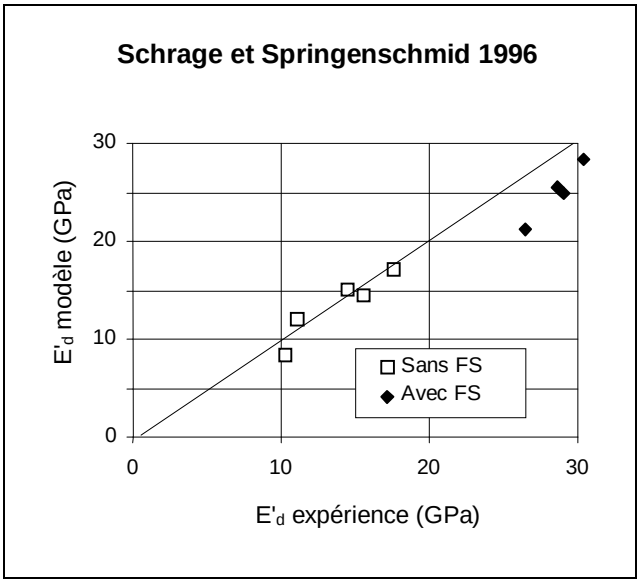



*Fig. 2.5.21. Comparaison entre valeurs mesurées du module différé (en conditions sèches) et prévisions du modèle.*

Avant d'aborder les déformations de retrait, vérifions encore la cohérence des trois types de modules trouvés pour la matrice du béton. Dans tous les cas, nous devons avoir :

$$E_m \geq E_{md} \geq E'_{md} \tag{2.5.18}$$

ou

$$\frac{E_m}{fc} \geq \frac{E_{md}}{fc} \geq \frac{E'_{md}}{fc} \tag{2.5.19}$$

ce qui est bien vérifié avec les présents modèles (équations 2.5.10, 2.5.13 et 2.5.17) :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{E_m}{fc} = 226 \geq 99{,}5 = 50{,}6\left(1+0{,}966\right) \\ &\geq 50{,}6\left(1+0{,}966\Psi\right) = \frac{E_{md}}{fc} \\ &\geq 28{,}5\left(1+0{,}935\Psi\right) = \frac{E'_{md}}{fc} \end{aligned}\right\} \tag{2.5.20}$$

Les relations entre résistance à la compression et les différents modules sont résumées sur la figure 2.5.22.

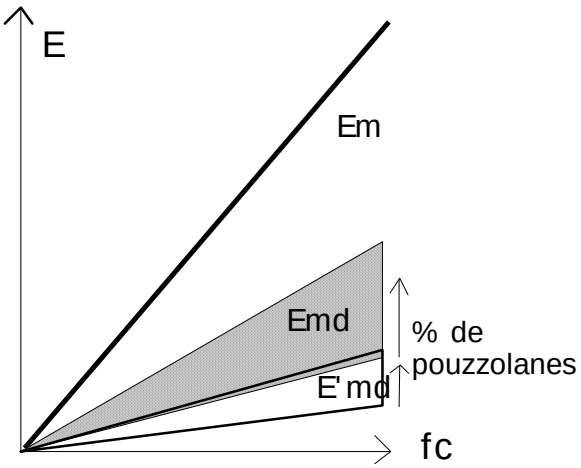



*Fig. 2.5.22. Module élastique différé de la matrice en fonction de la résistance à la compression du béton.*

### 2.5.5 Retrait endogène

Le retrait endogène commence dès la prise du béton, voire avant (mais la part de cette déformation qui survient à l'étape plastique n'a pas de conséquence mécanique sur l'état durci). Son développement est rapide et il se stabilise après quelques mois. Il est lié à l'autodessiccation, c'est-à-dire à la diminution de l'humidité interne suite à la consommation d'eau par les hydrates. L'amplitude du retrait endogène est importante pour les bétons à hautes performances (BHP), où la teneur en eau libre est faible à cause des faibles rapports eau/liants initiaux. Il peut être suffisamment élevé pour parvenir à fissurer, après quelques jours seulement, un élément entièrement bridé de ces bétons, même si sa surface est protégée contre l'évaporation [Paillère *et al.* 1989, Tazawa & Miyazawa 1996]. La prévision du retrait endogène est donc importante pour certaines applications de BHP, comme les structures massives où des levées successives sont réalisées et se "gênent" les unes les autres, au niveau de la reprise de bétonnage. Comme pour les autres propriétés de déformation du béton, nous utiliserons le modèle trisphère pour établir

une relation entre les propriétés de la pâte et celles du béton. Nous développerons alors un modèle pour le retrait de la pâte que nous étalonnerons sur une série de mesures réalisées sur bétons. Nous pourrons estimer ainsi la totalité du retrait endogène, apparu entre la mise en place et le long terme.

### Application du modèle trisphère au retrait

Le principe du calcul est similaire à celui développé pour le module élastique. Les équations de l'élasticité sont résolues sur la structure trisphère (figure 2.5.4) [Garboczi 1997]. Comme les champs de contrainte et de déformation de toute trisphère sont compatibles l'un l'autre, cette solution s'applique à tout le matériau. L'équation suivante est trouvée dans l'hypothèse où tous les coefficients de Poisson valent 0,2 [de Larrard & Le Roy 1992, Le Roy 1996] :

$$\varepsilon_{re} = \frac{\left(1+\frac{E_{md}}{E_g}\right)\left(1-\frac{g}{g*}\right)+\frac{4\frac{E_{md}}{E_g}(1-g*)\frac{g}{g*}}{g*+\frac{E_{md}}{E_g}(2-g*)}}{1+\frac{g}{g*}+\frac{E_{md}}{E_g}\left(1-\frac{g}{g*}\right)}\varepsilon_{re}^{m} \qquad (2.5.21)$$

où $\varepsilon_{re}$ et $\varepsilon_{re}^{m}$ sont respectivement les retraits endogènes du béton et de la matrice. Un abaque affichant les prévisions de ce modèle est donné sur la figure 2.5.23. On a supposé ici que les granulats ne présentaient aucun retrait significatif.

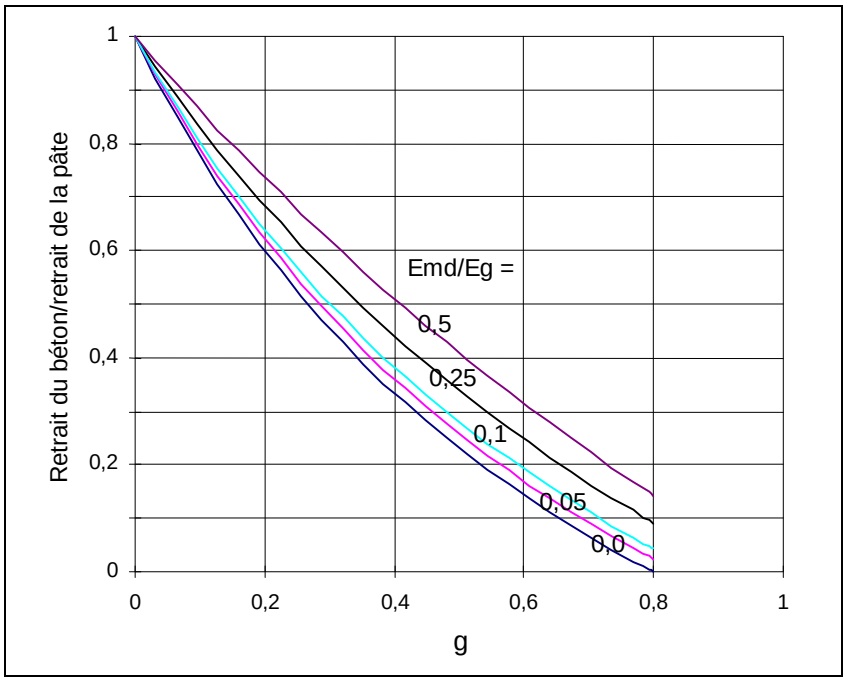



*Fig. 2.5.23. Abaque donnant l'évolution du rapport retrait du béton / retrait de la matrice en fonction du rapport des modules différés des phases et de la teneur en granulat, avec g*=0,8.*

### Un modèle empirique pour le retrait endogène des pâtes de ciment

Le retrait endogène de la matrice résulte des déformations causées par les contraintes capillaires exercées par les ménisques d'eau, dans les pores de la pâte de ciment [Hua *et al.* 1996]. Cette contrainte peut être résumée par le concept de *contrainte hydrique* [de Larrard & Le Roy 1992, Le Roy 1996]. En faisant référence au module différé de la matrice, on peut écrire :

$$\varepsilon_{re}^{m} = \frac{\sigma_H}{E_{md}} \tag{2.5.22}$$

où $\varepsilon_{re}^{m}$ est le retrait endogène de la matrice, $\sigma_H$ la contrainte hydrique et $E_{md}$ le module différé de la matrice, déjà défini dans la section antérieure. $\sigma_H$ doit dépendre des proportions du mélange formant la pâte. En effet, il a été montré que, contrairement aux autres types de déformations différées, la nature du ciment a une influence prépondérante sur le retrait endogène [Tazawa & Miyazawa 1993].

Il serait tentant d'essayer de relier le retrait endogène à la résistance à la compression du béton, comme nous l'avions fait pour les autres propriétés de déformation. L'expérience montre cependant que des retraits endogènes très différents sont obtenus pour des résistances à la compression comparables, selon la nature et les quantités de liant employées. Le réacteur de la centrale nucléaire "Civaux I" a été construit avec un béton de résistance normale. Un BHP de retrait endogène substantiellement inférieur (à celui du béton de contrôle de Civaux I) pouvait être produit pour le projet de "Civaux II" (section 5.3.3). Cet exemple montre donc qu'il vaut mieux se référer à des paramètres qui illustrent mieux la quantité d'eau restante après hydratation ; c'est le rapport eau/ciment.

La contrainte hydrique est supposée augmenter lorsque e/c diminue, et elle est aussi affectée par la présence de pouzzolanes. La formule générale suivante est alors proposée :

$$\sigma_H = K_c \left( [e/c]_0 - e/c \right) \left( 1 + \gamma \Psi \right) \tag{2.5.23}$$

où $[e/c]_0$ est le rapport eau/ciment maximum en dessous duquel le retrait endogène apparaît, $K_c$ une constante décrivant l'influence du ciment sur le retrait endogène, et $\gamma$ un autre paramètre qui se rapporte à l'effet des pouzzolanes.

Aucun jeu de données fiables sur pâte, avec suffisamment de mesures à long terme, n'a été trouvé dans la littérature. Le modèle de contrainte hydrique sera donc étalonné directement sur béton.

### Calibrage et validation sur des données provenant de bétons

Les onze mélanges de Le Roy [Le Roy 1996], en plus des trois de Granger réalisés avec le même ciment [Granger 1996], ont été utilisés pour étalonner le modèle. Les déformations de retrait ont été mesurées depuis le démoulage (à 24 heures) jusqu'à plus d'une année. Dans le cas du ciment utilisé, Le Roy a montré que la part du retrait apparu avant le démoulage pouvait être heureusement négligée [Le Roy 1996]. En prenant $K_c$ = 13,7 MPa, $[e/c]_0$ = 0,631 et $\gamma$ = 3,11, toutes les valeurs expérimentales (comprises entre [81, $190.10^{-6}$]) s'ajustent avec une erreur moyenne de $22.10^{-6}$.

Une tentative de validation du modèle a été faite avec deux jeux de données relatives à un autre ciment [Aupérin *et al.* 1989, Schaller *et al.* 1992]. Les bétons avaient été étudiés dans le cadre de la construction de plusieurs ouvrages en BHP (Arche de la Défense, Pont de Joigny, Pont du Pertuis, etc.) avec un rapport eau/ciment compris entre [0,33-0,41] et un rapport fumées de silice/ciment égal à 0 ou à 0,08. Seul le coefficient $K_c$ a été ajusté à une valeur de 14,4. L'erreur moyenne est de $22.10^{-6}$, c'est-à-dire du même ordre de grandeur que précédemment. Les deux ensembles sont reportés sur la figure 2.5.24. La précision de ce modèle peut paraître inférieure à celle des modèles précédents. Mais les faibles valeurs de déplacement mesurées, et les nombreux aléas affectant ces expériences (influences possibles du retrait thermique et de dessiccation, estimation du retrait avant démoulage) rend difficile l'obtention de mesures expérimentales d'une grande précision. De même, la migration de l'eau, entre granulats et matrice, peut jouer un rôle dans l'autodessiccation, en réduisant la précision d'un modèle où la matrice est traitée séparément, comme pour le nôtre.

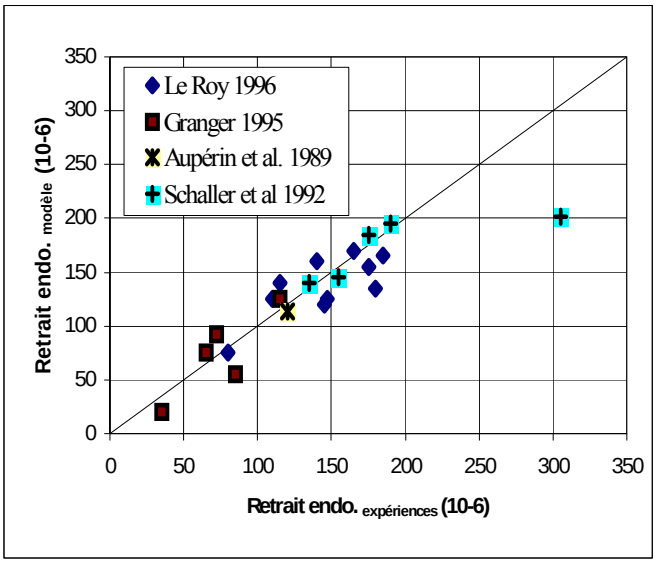



*Fig. 2.5.24. Comparaison entre prévisions du modèle et données expérimentales de retrait endogène.*

D'autres données ont été rassemblées, où seul un ou deux bétons ont été fabriqués avec chaque fois un même type de ciment. La valeur $K_c$, calibrée à partir des mesures de retrait endogène, est donnée dans le tableau 2.5.3.

*Tab. 2.5.3. Valeurs de $K_c$ obtenues avec différents ciments.*

| Références | Ciments | $C_3A$ (%) | $K_c$ (MPa) |
|---|---|---|---|
| **Le Roy 1996** | CEM I 52,5 St Vigor | 2,73 | 13,7 |
| " | CEM I 52,5 St Pierre la Cour | 8,62 | 19 |
| **Granger 1996** | CEM II 42,5 Airvault | 7 | 19,6 |
| **Aupérin *et al*, 1989** | CEM I 52,5 Cormeilles | 11,5 | 14,4 |
| **de Larrard *et al*, 1996a** | CEM I 52,5Le Teil | 9 | 25 |
| " | CEM I 52,5 Beaucaire | 8,2 | 18 |
| **de Larrard 1988** | CEM I 52,5 HTS Le Teil | 4,5 | 17 |

L'aluminate tricalcique ($C_3A$) est la phase du ciment Portland qui consomme le plus d'eau pendant l'hydratation. C'est aussi la plus réactive. On peut donc supposer que $C_3A$ est un paramètre majeur qui contrôle le retrait endogène. Sur la figure 2.5.25, il est manifeste que ce paramètre est important, mais il n'est pas le seul à contrôler cette propriété du béton.

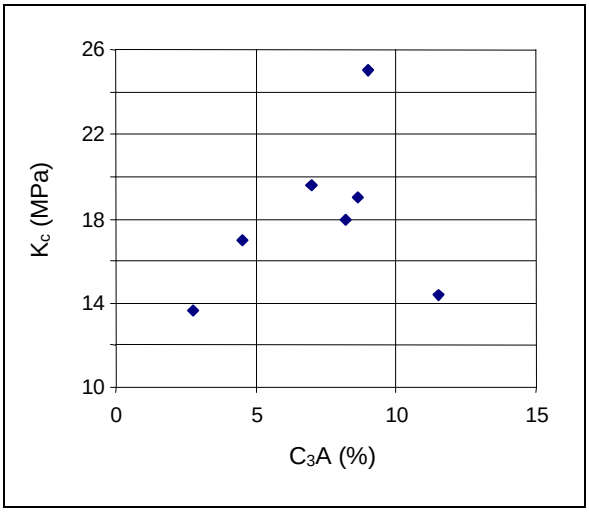



*Fig. 2.5.25. Paramètre $K_c$ comparé à la teneur en $C_3A$ du ciment. Données issues du tableau 2.5.3.*

### 2.5.6 Retrait total

Le retrait total est comparable aux déformations de fluage, dans la mesure où il met un temps très long pour se stabiliser. Il n'est pas facile de savoir si l'amplitude finale du retrait est affectée ou non par la taille du corps d'épreuve. Les théories basées sur la diffusivité (pour les phénomènes de transfert) et sur la capillarité (pour les phénomènes physiques responsables de la déformation) ne prévoient pas d'effet d'échelle sur l'amplitude finale. Cependant, dans les travaux expérimentaux, on trouve souvent la thèse opposée [Neville 1995, Alou *et al.* 1987]. Mais il est possible que l'effet de taille supposé soit lié au fait que, sur de grosses éprouvettes, seule une faible partie du retrait ultime est mesurée pendant la durée des essais. De plus, beaucoup de travaux ne font pas référence au retrait endogène au premier âge, qui est contrôlé par la maturité (et se développe donc plus vite dans les grands éléments).

Un autre facteur qui peut grever la prévision des mesures de retrait est la quantité variable de fissures de peau qui peuvent apparaître au cours du séchage. Granger a récemment proposé une méthode pour évaluer la part du retrait "absorbé" par ce phénomène [Granger *et al*. 1997ab], en utilisant la courbe qui compare la perte d'eau expérimentale à la déformation de retrait. Mais cette courbe est rarement disponible dans la plupart des données de retrait. Nous ne pouvons donc considérer ce paramètre. Nous allons toutefois tenter de développer un modèle prédictif du retrait total d'éléments de diamètre 150/160 mm, depuis la mise en place du béton jusqu'au terme espéré d'une structure normale du génie civil (100 ans environ). L'humidité relative sera considérée égale à 50%.

Conformément à la démarche adoptée dans ce chapitre, on utilisera le modèle trisphère pour déduire le retrait total de la formule du béton. Il est admis depuis

longtemps que le squelette granulaire joue un rôle majeur dans le contrôle du retrait, tandis que la nature du ciment n'a qu'une importance mineure [Neville 1995]. Pour évaluer la déformabilité de la matrice, il semble, après plusieurs tentatives, que le module différé déterminé *en conditions scellées* $E_{md}$ soit préférable à celui mesuré en conditions sèches $E'_{md}$. Ce paradoxe apparent s'explique par le fait que, plus le béton est âgé, moins il se déforme, surtout par fluage et relaxation. Comme la part la plus intense de la "contrainte hydrique" agit bien après 28 jours, on surestime la déformabilité de la matrice si l'on considère le fluage total quand le béton est chargé à 28 jours. Une part du fluage apparent de dessiccation vient aussi d'un effet structurel (au niveau de l'éprouvette) et, par conséquent, n'affecte pas la matrice au niveau des granulats.

Nous avons alors :

$$\varepsilon_{rt} = \frac{\left(1+\frac{E_{md}}{E_g}\right)\left(1-\frac{g}{g*}\right)+\frac{4\frac{E_{md}}{E_g}(1-g*)\frac{g}{g*}}{g*+\frac{E_{md}}{E_g}(2-g*)}}{1+\frac{g}{g*}+\frac{E_{md}}{E_g}\left(1-\frac{g}{g*}\right)}\varepsilon_{rt}^{m} \qquad (2.5.24)$$

où $\varepsilon_{rt}$ et $\varepsilon_{rt}^{m}$ sont respectivement le retrait total du béton et de la matrice.

Le cas du retrait des granulats (qui est rare, excepté dans quelques régions du monde [Day 1995, Neville 1995]) peut être traité par le modèle. Le retrait du béton sera égal à celui du granulat, $\varepsilon_{rt}^{g}$, plus un retrait additionnel provenant de la différence entre les déformations de la phase libre :

$$\varepsilon_{rt} = \varepsilon_{rt}^{g} + \frac{\left(1+\frac{E_{md}}{E_g}\right)\left(1-\frac{g}{g*}\right)+\frac{4\frac{E_{md}}{E_g}(1-g*)\frac{g}{g*}}{g*+\frac{E_{md}}{E_g}(2-g*)}}{1+\frac{g}{g*}+\frac{E_{md}}{E_g}\left(1-\frac{g}{g*}\right)}\left(\varepsilon_{rt}^{m}-\varepsilon_{rt}^{g}\right) \qquad (2.5.25)$$

### Calibrage d'un modèle sur mortier

Il est difficile de réaliser des essais de retrait total significatifs sur pâte pure de ciment, car c'est un matériau très fragile. Les fissures de peau qui apparaissent en séchant suffisent parfois à détruire les éprouvettes. Pour éviter cet écueil, il faut alors abaisser graduellement l'humidité [Ferraris 1986]. Mais les déformations trouvées sont faibles, comparées à celles mesurées sur mortiers et bétons. Un modèle sera donc étalonné à partir de mesures sur mortiers. L'avantage est de travailler sur de petits échantillons capables d'atteindre la majeure partie du retrait ultime en un temps raisonnable, avec une quantité limitée de fissures de peau.

Une série de dix mortiers a été réalisée par Kheirbek, avec un sable de 2 mm de taille maximum, un ciment Portland à faible teneur en $C_3A$, des fumées de silice densifiées et un superplastifiant (de type mélamine) [Kheirbek 1994]. Le facteur eau/ciment a varié de 0,27 à 0,63, et le pourcentage de fumées de silice, exprimé

par rapport à la masse du ciment, était compris entre 0 et 15%. Trois mélanges supplémentaires ont aussi été réalisés : l'un contenait un superplastifiant différent (de type naphtalène) ; les deux autres contenaient un ciment à haute teneur en $C_3A$. Tous les mélanges avaient le même volume de pâte et les maniabilités ont été ajustées grâce au superplastifiant. Des prismes 20x20x160 mm ont été coulés et démoulés à 48 heures. Après initialisation des mesures de longueur, ces prismes ont été mis en cure jusqu'à l'âge de 28 jours sous double enveloppe de polyéthylène et d'aluminium adhésif. Les éprouvettes ont pu atteindre ainsi un niveau satisfaisant d'hydratation, alors qu'une exposition trop précoce au séchage aurait été préjudiciable. Les éprouvettes ont été débarrassées de leur protection, puis placées dans les conditions du séchage (à 50 ± 10% H.R., 20 ± 2 °C). Les variations dimensionnelles ont été relevées pendant 3 ans. Selon la théorie de la diffusivité, cette période de séchage équivaudrait à 170 années pour des éprouvettes prismatiques de section 150x150 mm. Même si ce calcul surestime l'effet d'échelle [Alou *et al.* 1987], les essais restent néanmoins pertinents pour évaluer le retrait à long terme… Les proportions des mélanges et les retraits des mortiers sont donnés dans le tableau 2.5.4.

*Tab. 2.5.4. Compositions et propriétés des mortiers soumis aux mesures de retrait [Kheirbek 1994]. * : type naphtalène sulfonate. ** : ciment à haute teneur en $C_3A$.*
*Les nombres en italique sont les résultats des simulations.*

| **Mélange N°** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Sable (kg/m$^3$)** | 1472 | 1472 | 1463 | 1464 | 1483 | 1473 | 1483 | 1476 | 1472 | 1447 | 1464 | 1453 | 1495 |
| **Ciment (kg/m$^3$)** | 522 | 493 | 598 | 578 | 567 | 562 | 550 | 663 | 616 | 405 | 392 | 516** | 500** |
| **FS (kg/m$^3$)** | 0 | 49,3 | 0 | 29 | 56,7 | 56,2 | 82,4 | 0 | 61,6 | 0 | 39,2 | 0 | 50 |
| **SP (kg/m$^3$)** | 0 | 6,87 | 5,96 | 8,67 | 11,86 | 10,15* | 13,73 | 9,95 | 13,52 | 0 | 0 | 0 | 22,8 |
| **Eau (kg/m$^3$)** | 225 | 207 | 193 | 185 | 179 | 180 | 172 | 172 | 157 | 255 | 247 | 222 | 172 |
| **e/c** | 0,43 | 0,43 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,27 | 0,27 | 0,63 | 0,63 | 0,43 | 0,43 |
| **fs/c** | 0 | 0,1 | 0 | 0,05 | 0,1 | 0,1 | 0,15 | 0 | 0,1 | 0 | 0,1 | 0 | 0,1 |
| **% air** | 5,4 | 5,3 | 6 | 5,9 | 4,6 | 5,2 | 4,5 | 5,2 | 5,3 | 7 | 5,8 | 6,6 | 6 |
| **Mania, LCL (s)** | 14 | 7 | 8 | 9 | 8 | 7 | 7 | 7 | 13 | 0,5 | 10 | 15 | 9 |
| ***fc28 (MPa)*** | *39,0* | *64,6* | *56,6* | *74,7* | *95,9* | *92,6* | *108,5* | *78,5* | *116,5* | *18,0* | *34,5* | *36,3* | *62,8* |
| ***Emd (GPa)*** | *1,98* | *4,31* | *2,86* | *4,44* | *6,40* | *6,18* | *7,88* | *3,97* | *7,78* | *0,91* | *2,30* | *1,84* | *4,19* |
| **Retrait depuis 2 j** | 900 | 793 | 880 | 737 | 793 | 833 | 823 | 637 | 653 | 1320 | 1197 | 1013 | 730 |
| ***Retrait total corrigé*** | *945* | *841* | *930* | *791* | *845* | *887* | *876* | *682* | *708* | *1320* | *1197* | *1083* | *795* |
| ***Retrait de la matrice*** | *6104* | *4785* | *5607* | *4410* | *4469* | *4657* | *4374* | *3980* | *3483* | *8621* | *7456* | *6776* | *4757* |

Les dix mélanges ont été fabriqués avec le même ciment que celui utilisé par Le Roy [Le Roy 1996] lorsqu'il a réalisé les essais d'étalonnage du modèle de retrait endogène (paragraphe 2.5.5). Le modèle du retrait total peut donc servir à corriger les données du retrait endogène, en permettant d'évaluer la part développée avant deux jours. D'après les courbes de Le Roy, environ 21% du retrait endogène définitif est apparu avant cette date ; ils ont été ajoutés au retrait total mesuré. Les résistances à la compression sur cylindre et les modules différés correspondant peuvent être calculés avec les modèles développés dans les sections 2.3 et 2.5.3. Enfin, en utilisant le modèle trisphère (équation 2.5.24), le retrait "expérimental" de la matrice peut être estimé.

Notons tout d'abord, comme souvent signalé dans la littérature, que la nature du ciment a peu d'effet sur le retrait total : aucune tendance claire n'apparaît lorsque l'on compare les mélanges 1 et 2 avec leurs correspondants 12 et 13. De même, la nature des superplastifiants utilisés n'est pas à l'origine d'une différence significative (entre les mélanges 5 et 6). Les principaux paramètres qui affectent le retrait de la matrice sont alors les rapports eau/ciment et fumées de silice/ciment. Cependant, comme pour le module élastique et les déformations du fluage, nous chercherons tout d'abord une relation entre le retrait de la matrice et la résistance à la compression du mortier. La correspondance est assez significative, malgré la dispersion inévitable propre aux essais de retrait (figure 2.5.26).

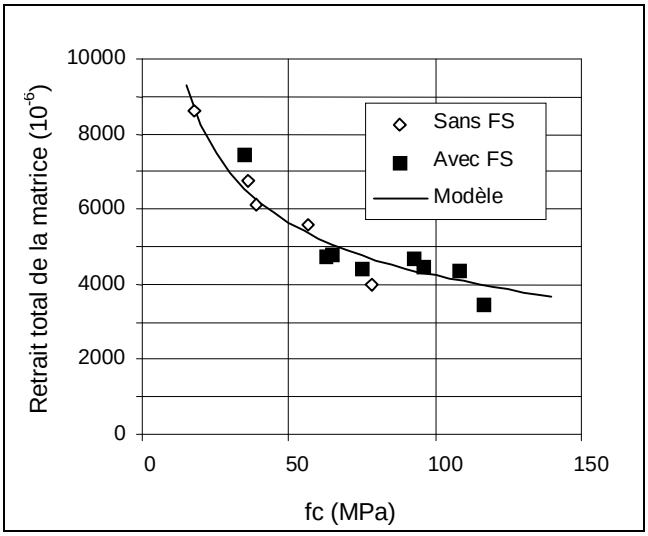



*Fig. 2.5.26. Retrait total (corrigé) en fonction de la résistance à la compression théorique du mortier, pour les mélanges de Kheirbek.*

La figure 2.5.26 permet de conclure que les fumées de silice ont un effet comparable sur la résistance à la compression et sur le retrait total.

Le modèle empirique suivant est proposé :

$$\varepsilon_{rt}^{m} = 0{,}0286 \quad fc^{-0{,}414} \tag{2.5.26}$$

où fc est la résistance à la compression du mortier (erreur moyenne de 350 $10^{-6}$, ou 7,2%).

Nous disposons maintenant d'un modèle pour prévoir le retrait total de mortiers et de bétons. Reste encore à le valider.

### Validation sur bétons

Un seul jeu de données, publié par Sellevold [Sellevold 1992], provient d'une étude systématique de l'effet du volume granulaire sur le retrait. Huit types de pâte ont été formulés, à partir de toutes les combinaisons possibles des trois paramètres suivants : nature du ciment (ciment Portland pur ou ciment composé avec cendres volantes), rapport eau/liant (0,4 ou 0,6), et présence de fumées de silice (0 ou 10% de la teneur en liant). Trente six formules ont été fabriquées en mélangeant ces pâtes avec le même squelette granulaire différemment concentré (0, 20, 40 et 60%).

Un superplastifiant a été utilisé dans les mélanges de faibles rapports eau/liant. Les pâtes aussi contenaient ou non un superplastifiant, pour étudier l'effet de ce constituant. Des précautions spéciales ont été prises pour éviter la ségrégation et le ressuage. Les éprouvettes de 27 mm de diamètre ont été conservées dans l'eau pendant 3 mois environ, puis mises à sécher durant 2 années. Compte tenu du type de conservation et de la dimension des éprouvettes, il est fort probable qu'aucune autodessiccation importante ne se soit produite. Ces données concernant le retrait *total* ne nécessitent aucune correction, car les durées de mesures sont comparables à celles de Kheirbek.

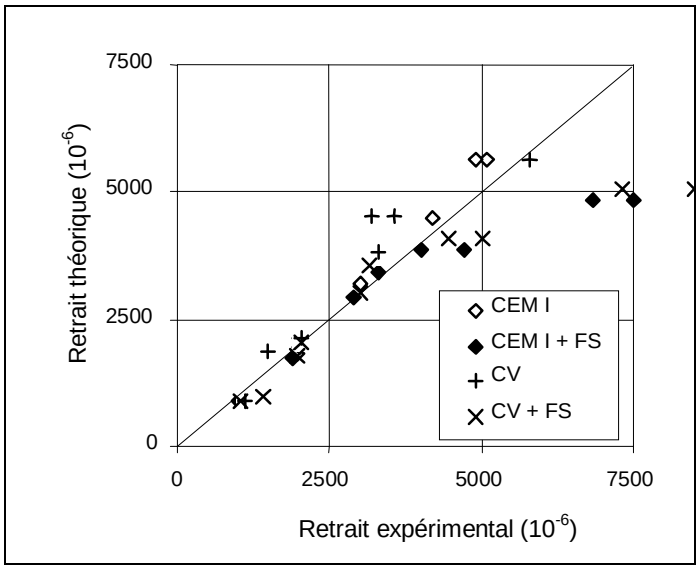



*Fig. 2.5.27. Comparaison entre prévisions du modèle et mesures (données de [Sellevold 1992]). Paramètres estimés : Eg = 55 GPa[39], Rc28 = 65 MPa, p = 1,11, q = 0,0033, $Kp_{fs}$ = 5, $Kp_{CV}$ = 1. Les valeurs des coefficients pouzzolaniques se rapportent à l'âge où les bétons ont commencé à sécher (3 mois approximativement).*

Plusieurs paramètres manquant ont été estimés pour simuler les mesures. La compacité granulaire a été prise égale à 0,8, valeur typique pour un granulat roulé de dimension maximale 8 mm. Les résistances à la compression ont été calculées soit avec le modèle de la pâte pure (équation 2.3.14) dans laquelle le ciment a été remplacé par la quantité de liant équivalent (équation 2.3.38), soit avec le modèle du béton (équations 2.3.39 et 2.3.40). Aucun ajustement, d'une quelconque nature, n'a été fait. Les résultats sont donnés sur la figure 2.5.27. A l'exception de quelques pâtes pures[40], l'accord du modèle avec les expériences est plutôt satisfaisant. On remarquera en particulier la qualité de la prévision de l'effet de la concentration granulaire (figure 2.5.28). La pertinence du modèle permet aussi de prétendre que les micro-fissures, qui apparaissent à l'échelle macroscopique [Yssorche & Ollivier 1996], ne jouent pas un rôle considérable dans "l'effet de gêne" des granulats. L'erreur relative moyenne du retrait du béton est égale à 11%. Par comparaison, la

[39] E. Sellevold, communication privée, mars 1997

[40] les données de la pâte doivent être considérées avec prudence, étant donné la probabilité de fissures de peau. De plus, comme déjà signalé, le modèle de résistance, développé dans la section 2.3, n'a pas été validé sur pâtes de ciment contenant des pouzzolanes. Il a probablement tendance à surestimer la résistance, puisqu'une part de l'efficacité des mélanges minéraux provient de l'amélioration de l'auréole de transition.

plupart des modèles utilisés par les codes de calcul donnent pour le retrait des erreurs moyennes de l'ordre de 30%, en valeurs relatives [Le Roy 1996].

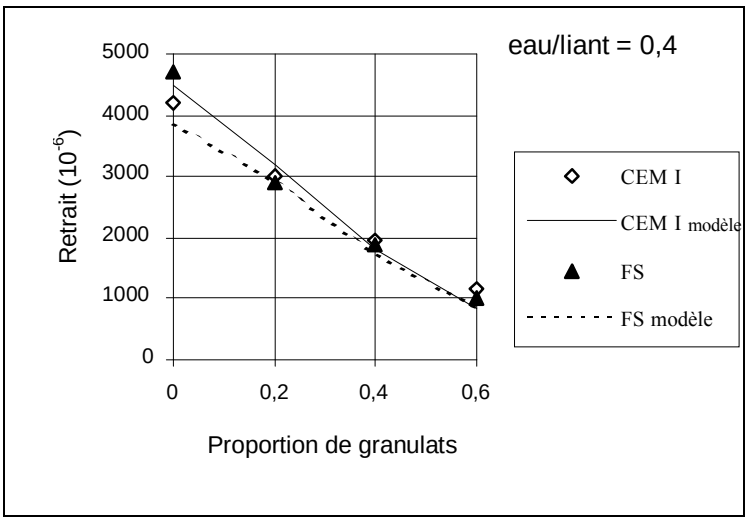



*Fig. 2.5.28. Effet de la concentration granulaire sur retrait total (données de [Sellevold 1992])*

Etudions encore un autre jeu de données de retrait [Alou *et al.* 1987]. Treize bétons ont été produits avec les mêmes constituants (un granulat roulé de dimension maximale 32 mm, un ciment Portland et de l'eau). La quantité de ciment est comprise entre 250 à 450 kg/m$^3$. Les bétons ont été conservés sous enveloppe hermétique adhésive jusqu'à 7 jours, puis mis à sécher dans un environnement d'H.R de 65% (hygrométrie plus forte que pour les données précédentes). Les essais de retrait ont été exécutés avec un grand soin, et les études ont porté sur l'effet d'échelle qui affecte les résultats. Les données considérées concernent des échantillons qui ont des dimensions transversales de 150/160 mm. Une correction a été faite pour tenir compte du retrait endogène apparu avant 7 jours. La dernière déformation a été considérée égale à 60% du retrait endogène final (calculé par le modèle du paragraphe 2.5.5, avec Kc = 14 MPa).

Le modèle du retrait total a été utilisé avec une valeur g* de 0,86. Le module du granulat calcaire a été estimé à 60 GPa. Les valeurs de la résistance à la compression étaient données dans la référence. Un coefficient de réduction a dû être appliqué aux déformations calculées, pour tenir compte de la plus forte hygrométrie. Par optimisation, une valeur de 0,91 a été trouvée. L'erreur moyenne, en valeur relative, est de 12% (figure 2.5.29).

Référons-nous encore à quelques bétons issus de plusieurs études françaises, pour lesquels tous les paramètres sont mesurés (ainsi, le modèle est utilisé d'une manière purement prédictive). Comme pour les données précédentes, des corrections ont été faites en ajoutant au retrait total mesuré après démoulage une évaluation du retrait endogène précoce. L'accord est bon, mais moins satisfaisant que dans les données antérieures (figure 2.5.30). Cela pourrait provenir de la taille des éprouvettes. En effet, la différence entre la dernière mesure de retrait et l'extrapolation du retrait à long terme est bien plus conséquente pour les cylindres de 160 mm que pour les plus petites éprouvettes (qui ont tendance à atteindre leur déformation ultime plus rapidement). Néanmoins, le nuage est plutôt centré sur la ligne médiane, ce qui laisse penser que le modèle ne génère pas une erreur importante et *systématique*.

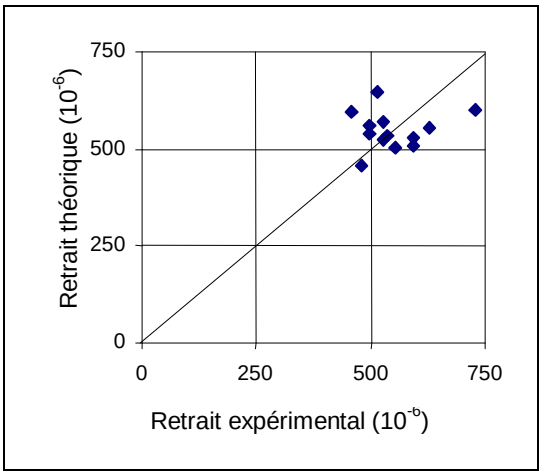



*Fig. 2.5.29. Comparaison entre prévisions du modèle et valeurs expérimentales de retrait. Données de [Alou et al. 1987].*

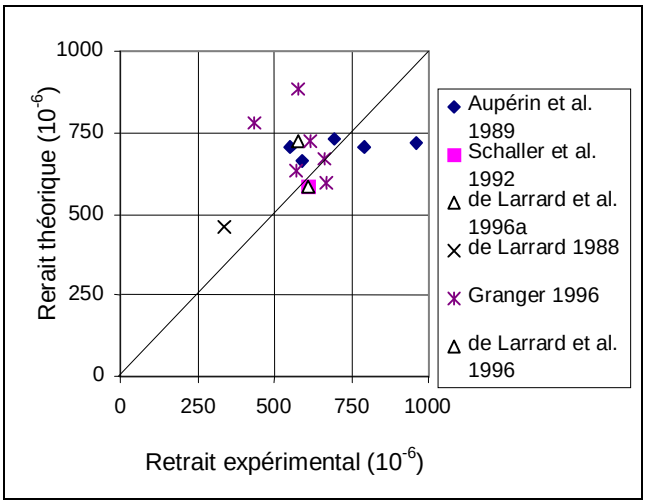



*Fig. 2.5.30. Comparaison entre prévisions du modèle et valeurs expérimentales de retrait.*

Rapprochons enfin le retrait endogène et le retrait total, comme nous l'avions fait pour les différents modules. La comparaison n'est pas évidente, car les deux modèles ne font pas référence aux même paramètres. Basons-nous cependant sur un cas réaliste en considérant le retrait de la *matrice* d'un béton fabriqué avec un granulat siliceux de taille maximale 20 mm. Les simulations sont résumées sur la figure 2.5.31. On constate, comme prévu, que le retrait endogène est toujours inférieur au retrait total. Il se stabilise très rapidement quand la résistance augmente. Chose étrange, les fumées de silice n'amplifient pas le retrait endogène de la *matrice*. Cependant, quand on passe du retrait de la matrice à celui du béton, le module différé de la matrice joue un rôle important. Le fait que les fumées de silice augmentent le module différé tend à diminuer l'effet de gêne du granulat vis-à-vis du retrait. Un autre phénomène, non porté dans ce diagramme, est la tendance à l'augmentation du volume de pâte, quand la résistance du béton augmente (paragraphe 4.2.1). Le retrait du béton apparaît alors comme le fruit d'interactions complexes entre, d'une part, les propriétés spécifiées du béton (consistance à l'état frais et résistance) et, d'autre part, les propriétés du couple granulats/matrice.

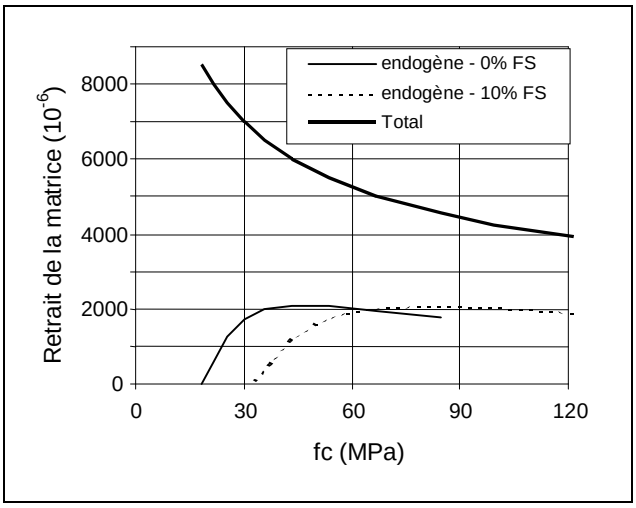



*Fig. 2.5.31. Evolution des différents types de retrait de la matrice, pour une série de bétons réalisés avec les mêmes granulats. e/c [0,25, 0,65], $Rc_{28}$ = 65 MPa, p = 0,6, q=0, Kp = 4, Kc = 20 MPa.*

### 2.5.7 Conclusion . Effet des paramètres de la formule sur la déformation du béton

Le modèle trisphère est un outil cohérent et précieux pour analyser les déformations du béton. En plus des propriétés traitées dans ce chapitre, il pourrait servir également à l'étude du coefficient de dilatation thermique et du gonflement du béton immergé. Il montre l'importance des effets pondérés des différents paramètres de la formule dans le contrôle des déformations du béton.

Suite à un grand nombre de simulations, les conclusions suivantes peuvent être tirées [Le Roy 1996] :

— le module élastique du granulat Eg a une influence majeure sur celui du béton, et, à un degré moindre, sur le fluage ; par contre, l'effet sur le retrait est mineur, car l'effet de gêne des granulats est essentiellement contrôlé par le rapport module du granulat / module différé de la matrice. Et ce rapport est élevé, quel que soit le type de granulat ;

— la compacité du granulat g* n'affecte sensiblement les déformations qu'en cas d'un fort contraste entre rigidité des phases ; le module élastique au jeune âge, le fluage et le retrait sont alors concernés. Plus g* est élevé, plus le béton peut se déformer, puisqu'un surcroît de pâte s'ajoute à la couche externe, dans le modèle trisphère (figure 2.5.5) ; cependant, un granulat plus compact à une meilleure maniabilité, de sorte qu'il faut moins de pâte pour garder la même consistance à l'état frais (chapitre 4) ;

— la concentration granulaire est dans tous les cas un facteur important. Par conséquent, toute stratégie ayant pour but de produire des bétons rigides doit considérer le volume de granulat. Ce constat met en valeur, encore une fois, l'importance des concepts d'empilement dans la formulation rationnelle du béton.

## 2.6 Facteurs contrôlant la perméabilité du béton

L'un des mécanismes le plus fréquent de dégradation des structures en béton est la corrosion des aciers d'armature. Le processus est contrôlé par plusieurs paramètres physiques du béton (hormis les facteurs structurels ou liés à l'environnement, non traités dans cet ouvrage). L'un des phénomènes critiques à l'origine de la corrosion est la carbonatation, mais elle n'est pas gênante si la corrosion ne peut progresser. Tout béton qui présente une forte porosité ouverte laissera migrer facilement en son sein des agents indésirables et présentera plus ou moins vite une carbonatation. Les paramètres fondamentaux qui contrôlent la durabilité des structures sont donc les propriétés de transfert au sein du béton. Parmi elles, la perméabilité du béton, fréquemment mesurée, peut être considérée comme un bon indicateur de la durabilité des structures armées : "La perméabilité du béton est le paramètre le plus important qui conditionne la durabilité dans les environnements corrosifs" [Mehta 1990].

La perméabilité est théoriquement une propriété intrinsèque d'un matériau poreux, indépendante de la nature du fluide migrant et de la géométrie de l'échantillon. Cependant, la microstructure du béton évolue avec l'avancement de l'hydratation, elle-même tributaire du mode de conservation. De plus, le phase gazeuse de ce matériau triphasique ne disparaît jamais totalement. Si l'on tente d'éliminer la phase liquide, des microfissures apparaissent et modifient grandement la microstructure, affectant par la suite les phénomènes de transfert. Il n'est donc pas possible de définir, ni de mesurer sur le béton une valeur unique de perméabilité. Il n'existe d'ailleurs pas de méthodes universellement acceptées dans ce domaine. Nous étudierons donc quelques jeux de données de perméabilité mesurées chacune selon une technique différente.

Dans un premier ensemble de données [Rollet *et al.* 1992], seize mélanges ont été fabriqués avec le même granulat (un calcaire concassé), pour des résistances à la compression allant de 20 à 120 MPa. La fourchette des rapports eau/liant était [0,88 – 0,28] ; la moitié de ces mélanges contenait de l'air entraîné. Les bétons de résistances élevées contenaient des fumées de silice, alors que d'autres, de résistances intermédiaires, contenaient ou ne contenaient pas ce produit, pour établir des comparaisons. La perméabilité au gaz à 28 jours a été mesurée pour chaque béton (selon la méthode CEMBUREAU), après une cure comportant dans sa phase terminale un séchage à 50 °C (selon la norme belge qui s'applique aux pierres). La porosité à l'eau a aussi été déterminée, après une cure identique.

D'autres bétons, balayant une large gamme de résistance, ont déjà été utilisés pour caractériser les propriétés précédentes ([de Larrard *et al.* 1996b], tableau 2.1.2). Cette série comporte des mélanges à base soit de ciment Portland pur, soit d'additions de cendres volantes ou de fumées de silice. La perméabilité à l'air a été mesurée après séchage à 80°C pendant 28 jours.

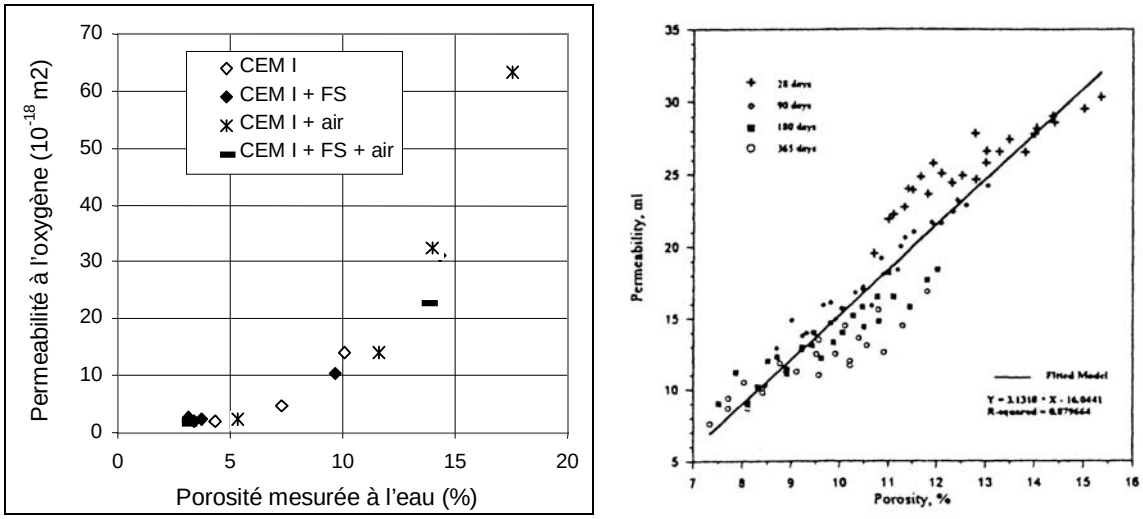
Une plage similaire de résistance a été étudiée dans [Yssorche et Ollivier 1996]. Quatre des huit mélanges contenaient des fumées de silice, et l'effet de la nature du granulat a été pris en compte. En plus de la résistance à la compression, la perméabilité au gaz a été mesurée avec une procédure originale, à pression variable.

Enfin, un quatrième jeu de données concerne des bétons incorporant des cendres volantes [Al-Amoudi *et al.* 1996]. Cinq rapports eau/liant (entre 0,35 et 0,55) et cinq

niveaux de substitution du ciment (de 0 à 40%) ont été étudiés. La résistance à la compression, la perméabilité à l'eau et la porosité ont été mesurées pour chaque mélange à 28, 90, 180 et 365 jours. La porosité a été mesurée sur les échantillons séchés (à 105 °C), tandis que la perméabilité a été évaluée en mesurant le volume pénétré sous une pression constante de 6,9 MPa.

### Perméabilité et porosité

Une idée naturelle est de faire correspondre perméabilité et porosité finale du béton durci. Cette approche donne une très bonne concordance pour deux des quatre jeux de données précédents (figure 2.6.1), quelles que soient la nature et l'âge du béton. Dans ce cas, on peut alors envisager de prévoir l'ordre de grandeur de la perméabilité à partir de la composition du béton, car on peut calculer la porosité du béton en connaissant le degré d'hydratation des liants (paragraphe 2.2.2).




(a) (b)

*Fig. 2.6.1. Relation entre perméabilité et porosité.*
*(a) données de [Rollet et al. 1992] ; (b) données de [Al-Amoudi et al. 1996].*

Cependant, en tenant compte de l'eau initiale, de l'air et de l'eau non évaporable contenue dans les hydrates, on obtient une porosité totale calculée qui n'est pas en rapport avec la résistance ou la perméabilité mesurée. On suppose alors que la majorité des mesures de porosités réalisées à l'eau sont *directement* affectées par la perméabilité du béton, car l'eau ne pénètre probablement que dans la peau des échantillons (surtout dans la gamme des BHP). La porosité expérimentale dépend donc beaucoup de la taille de l'éprouvette, et elle ne correspond pas à la porosité intrinsèque du matériau. La nécessité contradictoire d'avoir des (grands) échantillons statistiquement homogènes et des dimensions suffisamment faibles (pour permettre la pénétration complète de l'eau) rend dès lors la détermination expérimentale de la porosité totale du béton pratiquement impossible. Cette porosité n'est d'ailleurs pas le facteur principal qui gouverne les propriétés du transfert ; la distribution des tailles de pores est probablement le facteur prédominant [Baroghel-Bouny 1994].

Une raison supplémentaire en défaveur de la relation porosité - perméabilité vient de la taille maximale du granulat ($D_{max}$). Une augmentation de $D_{max}$, à rapport eau/liant

constant, conduit généralement à un volume de pâte inférieur et, donc, à une porosité moindre. Mais, lorsque la perméabilité est comparée au rapport eau/liant, un effet *négatif* de $D_{max}$ apparaît [Mehta 1990] : les perméabilités augmentent avec $D_{max}$. Ce comportement apparaît aussi avec la résistance à la compression (qui diminue lorsque $D_{max}$ augmente) ; il a été résumé dans le concept d'épaisseur maximale de pâte (EMP, paragraphe 2.3.3). La résistance à la compression peut donc se révéler un meilleur indicateur (que la porosité) pour prédire la perméabilité du béton.

### Perméabilité et résistance à la compression

Les quatre ensembles de données précédents montrent une relation directe entre perméabilité et résistance à la compression, du moins dans la gamme 20 / 80-100 MPa (figures 2.6.2 et 2.6.3). Pour les plus fortes résistances, il semble que les microfissures internes contrarient la densification de la matrice, de sorte que la perméabilité ne diminue plus. Cet effet reste cependant mineur et ne nuit pas à la durabilité du matériau [Yssorche et Ollivier 1996].

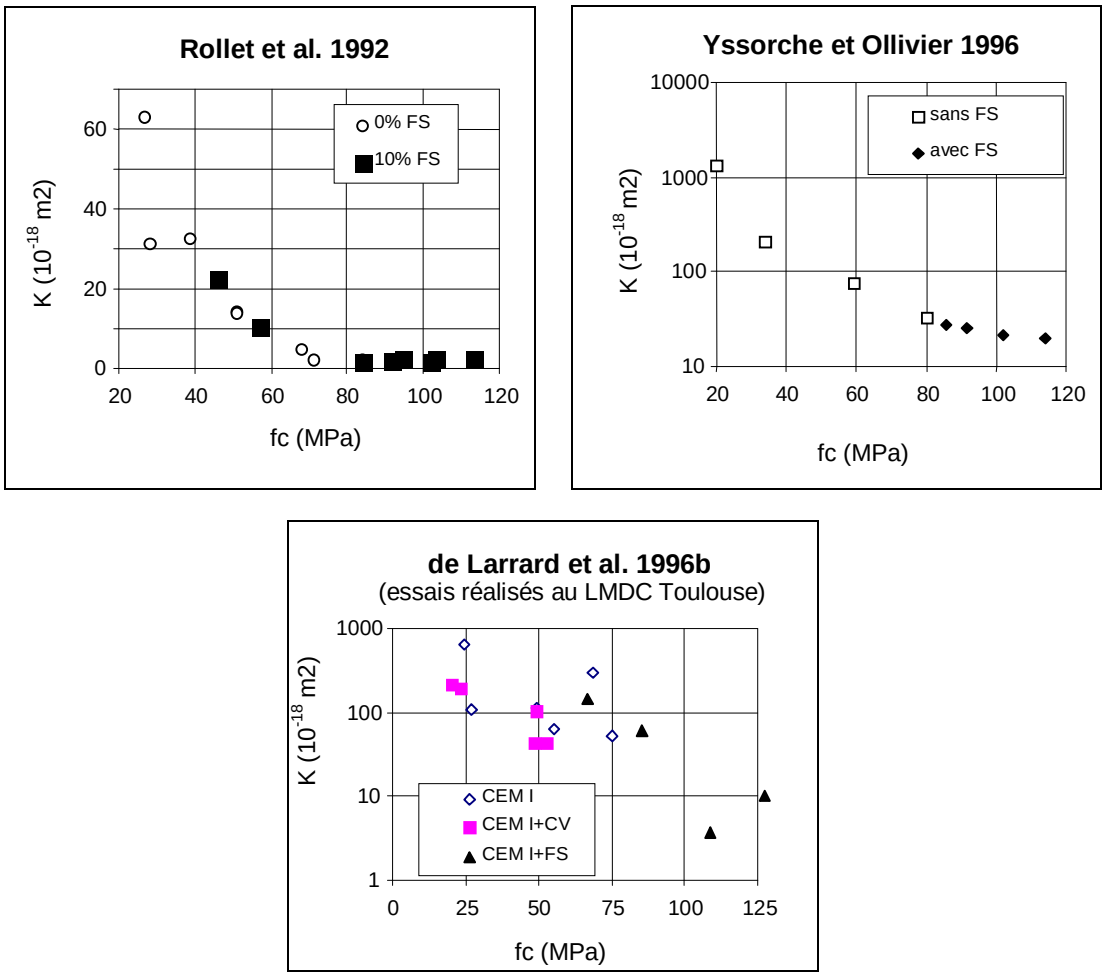
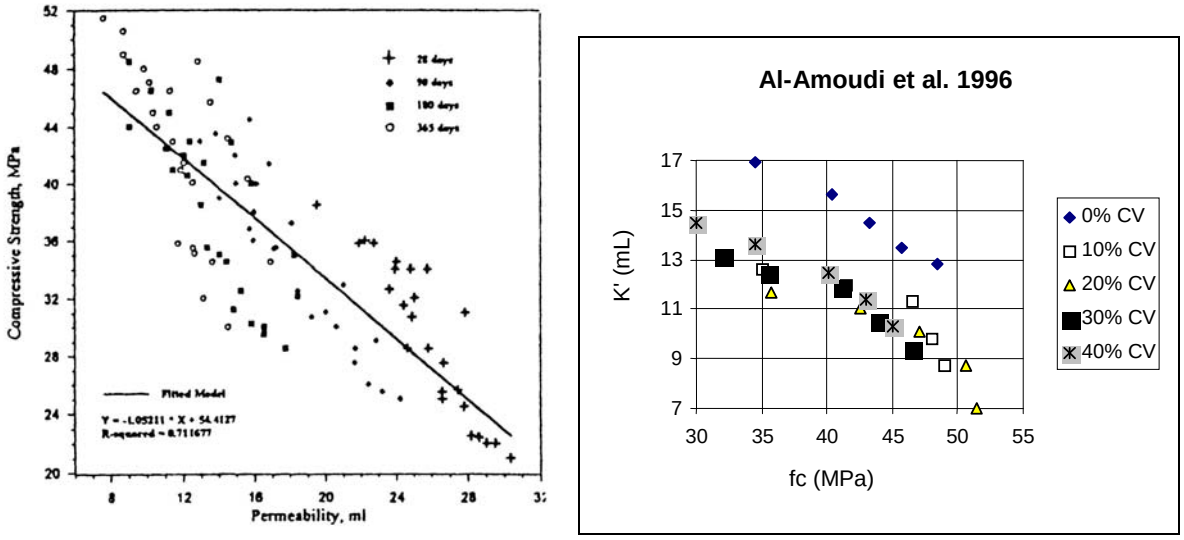



*Fig. 2.6.2. Relation entre perméabilité au gaz et résistance à la compression, pour trois séries de mélanges avec ou sans pouzzolanes.*

Toujours selon les mêmes données, l'effet marginal des pouzzolanes sur la perméabilité et la résistance n'est pas évident, car les bétons de ciment Portland pur et les bétons qui contiennent des pouzzolanes s'ajustent sur la même courbe. Ce constat ne s'applique pas strictement pour les bétons de cendres volantes de la figure 2.6.3. On peut cependant imaginer que l'amélioration apparente, obtenue entre 0 et 10% de cendres volantes, est due à un gain de maniabilité qui a conduit à une baisse de la teneur en air des mélanges.




(a) (b)

*Fig. 2.6.3. Rapport entre perméabilité et résistance à la compression [Al Amoudi et al. 1996]. (a) tous les âges; (b) à 28 jours.*

Il faut encore remarquer, dans les données de Yssorche et d'Ollivier, que les deux natures de granulat ne conduisent pas à une séparation du nuage de point. Il semble donc, dans la gamme des bétons qui contiennent des granulats courants, du ciment Portland et des pouzzolanes, que la qualité de la matrice ou de l'interface matrice/granulat affectent à la fois et de façon comparable la perméabilité et la résistance. Il n'existe toutefois pas suffisamment de données disponibles pour affirmer qu'il existe une relation simple entre les deux propriétés, indépendamment du type de matériau utilisé. Cependant, du point de vue de l'ingénieur, tous les mélanges étudiés se classent de façon similaire, tant pour la résistance que pour la perméabilité. Cet argument montre l'intérêt de spécifier une résistance minimale pour assurer la durabilité, comme le suggère Day [Day 1995]. Cette disposition est d'ailleurs présente dans les normes françaises (NFP 18-305) et européennes (ENV 206).

## 2.7 Résumé – Les différents systèmes granulaires à considérer dans la formulation des bétons

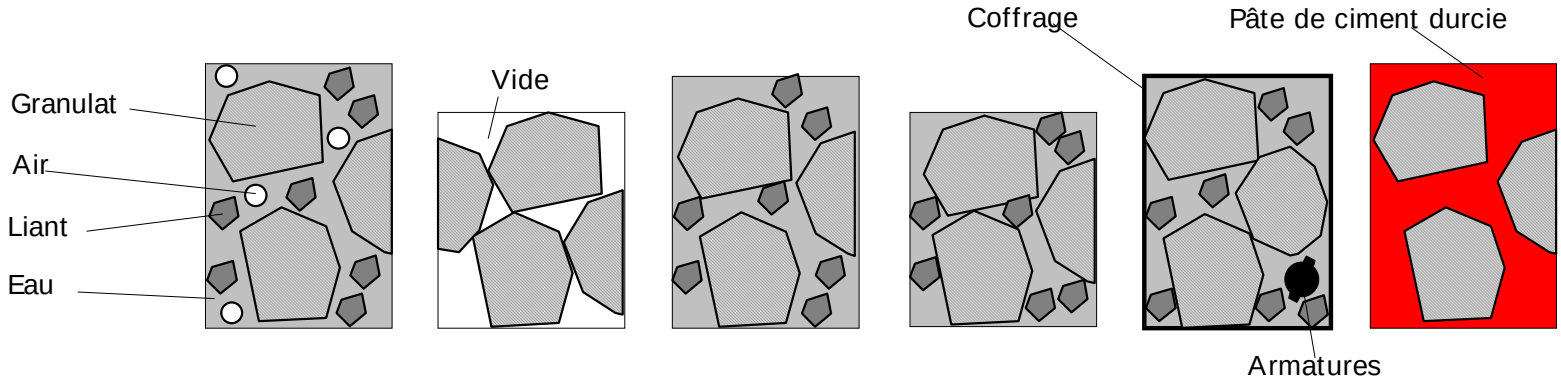
Nous avons vu tout au long de ce chapitre l'intérêt des concepts de compacité pour comprendre et modéliser les relations qui existent entre les proportions du mélange et les propriétés du béton. Différents systèmes granulaires doivent cependant être considérés si l'on veut concevoir correctement le béton désiré. Un résumé de ces systèmes est donné sur la figure 2.7.1 qui détaille la nature des phases, le niveau de serrage et les conditions aux limites.

Par nature, le béton frais contient une phase gazeuse qui sera réduite lors du processus de consolidation. Ce volume d'air n'est ni contrôlé par le formulateur, ni facilement pris en compte dans les modèles. C'est pourquoi ce système granulaire n'est pas utilisé dans les calculs de propriétés du béton.

Le squelette granulaire, lorsqu'il est compacté seul (hors du béton), est caractérisé par le paramètre g* (compacité granulaire). Ce paramètre est utilisé dans les modèles de calculs de résistance à la compression et de déformations. Il désigne en fait le volume maximum de granulats qu'il serait physiquement possible de placer dans un volume unité de béton, si aucun effet de desserrement (provenant du liant) ni de paroi (provenant des coffrages/aciers) ne se produisait.

Le béton frais "désaéré" serait obtenu en malaxant et en serrant le mélange sous vide. Il permet d'estimer la structure du système granulaire qui contrôle le seuil de cisaillement du béton frais. Cette propriété, et la viscosité plastique, contrôlent l'écoulement. La viscosité plastique a été modélisée en comparant le volume solide du béton désaéré au volume solide maximum ($\Phi^*$) de ses particules lorsqu'elles sont compactées avec un indice de serrage K égal à 9. Enfin, quand le mélange est coulé, le système granulaire subit un effet de paroi exercé par le coffrage et l'armature. A ce stade, la compactabilité peut être évaluée.

C'est encore la phase granulaire qui est sollicitée pour traiter les propriétés du béton durci, en considérant le même niveau de serrage que celui du béton frais. La pâte de ciment durcie, supposée homogène, correspond alors à la phase interstitielle. L'interaction pâte-granulat est toutefois prise en compte dans le concept d'épaisseur maximale de pâte.




| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Système granulaire** | **Béton frais** | **Granulat** | **Béton frais désaéré** | **Béton frais essoré** | **Béton en place désaéré** | **Béton durci** |
| Conditions aux limites | en masse | en masse | en masse | en masse | Coffrage + armature | en masse |
| Phase granulaire | granulat + liant | granulat | granulat + liant | granulat + liant | granulat + liant | granulat |
| Phase interstitielle | eau + air | vide | eau | eau | eau | Pâte de ciment |
| Indice de serrage | $K < 9$ | $K = 9$ | $K = K' \leq 9$ | $K = 9$ | $K \leq 9$ | $K < 9$ |
| Propriété afférente du béton | - | compacité granulaire[41] | seuil de cisaillement | viscosité plastique | compactibilité | résistance, déformation |

*Fig. 2.7.1. Les différents systèmes granulaires considérés dans la modélisation du "système béton".*

[41] calcul préliminaire utilisé dans le concept d'épaisseur maximale de pâte (pour modéliser la résistance à la compression), et dans le modèle trisphère (pour modéliser les propriétés de déformabilité).

# 3. Constituants du béton – Paramètres pertinents

Ce chapitre inventorie, pour chaque constituant du béton, les différents paramètres utilisés dans les modèles précédents. Les méthodes de détermination sont décrites à chaque fois. Elles sont complétées par l'ordre de grandeur des valeurs usuelles. Les références aux normes en vigueur (dans les systèmes européen, américain et français) sont également rappelées, sachant toutefois que ces conventions peuvent changer plus ou moins rapidement. Les propriétés du béton influencées par la variation de ces paramètres, à composition fixée, sont aussi signalées.

D'autres paramètres, non présentés ici, peuvent jouer un rôle significatif vis-à-vis de la durabilité. Le lecteur est invité à se reporter aux ouvrages généraux sur le béton qui traitent ces aspects, comme celui de [Neville 1995], et aux normes nationales et internationales.

## 3.1 Granulats

Les granulats analysés dans cette section sont d'origine naturelle, de densité courante et de tailles supérieures à 75-80 μm. Ils peuvent être extraits de ballastières (granulats roulés) ou de carrières (granulats concassés). Les granulats légers sont traités au paragraphe 5.5.1.

### 3.1.1 Densité

Considérons une masse $M_S$ de granulats séchés (à l'étuve, jusqu'à masse constante). Immergeons cet échantillon dans l'eau jusqu'à absorption maximale et épongeons les grains en surface. Sa masse est alors $M_{SSS}$ (masse de l'échantillon saturé surface sèche). Désignons par $V_{SSS}$ le volume d'eau déplacé par immersion de l'échantillon SSS. La densité sèche du granulat peut être définie par :

$$\rho_S = \frac{M_S}{m_E . V_{SSS}} \tag{3.1.1}$$

ou, en condition saturée surface sèche, par :

$$\rho_{SSS} = \frac{M_{SSS}}{m_E . V_{SSS}} \tag{3.1.2}$$

où $m_E$ est la masse d'eau par unité de volume ($m_E$ = 1000 kg/m$^3$).

*Tab. 3.1.1. Résumé des données.*

| Paramètre | Densité en conditions SSS |
|---|---|
| Symbole | $\rho_{SSS}$ |
| Propriété du béton affectée | Toutes les propriétés quand le béton est gâché en masse |
| Ordre de grandeur | 2,4 - 2,9 |
| Variabilité pour une source donnée (% relatif) | Faible (< 2%) |
| Norme européenne | prEN 1097-6 |
| Norme américaine | ASTM C 127, 128 |
| Norme française | NFP 18-554, 18-555 |

C'est $\rho_{SSS}$ qui est habituellement utilisée dans la formulation du béton. En effet, lorsque le dosage des constituants est donné en volume, le calcul des masses doit être fait en tenant compte de la densité SSS. Mais, dans les conditions d'utilisation, il faut aussi considérer le degré de saturation réel des granulats. Cette dernière donnée est difficile à mesurer dans un processus continu de production. C'est la cause principale de variabilité de la qualité du béton.

### 3.1.2 Porosité et absorption d'eau

La porosité est le volume relatif de vide dans les grains. C'est essentiellement la *porosité accessible à l'eau* qui importe pour le béton. On utilise alors préférentiellement l'absorption d'eau. Avec les symboles définis dans la section précédente, l'absorption d'eau *Ab* et la porosité accessible à l'eau *n* sont données par (en %) :

$$\mathrm{Ab} = 100\left(\frac{\rho_{SSS}}{\rho_S} - 1\right) \tag{3.1.3}$$

$$\mathrm{n} = \rho_S.\mathrm{Ab} \tag{3.1.4}$$

Les méthodes de mesure de l'absorption d'eau sont précisées dans les normes nationales. C'est conventionnellement l'absorption d'eau à 24 heures qui est pratiquée. Cependant, s'il s'agit d'estimer l'effet de ce paramètre sur la rhéologie du béton frais, il est préférable de prendre en compte l'absorption d'eau mesurée durant la première heure qui suit l'immersion.

*Tab. 3.1.2. Résumé des données.*

| **Paramètre** | **Absorption d'eau** |
|---|---|
| Symbole | Ab |
| Propriété du béton affectée | Toutes les propriétés si le granulat est utilisé sec, avec un effet amplifié sur la rhéologie |
| Ordre de grandeur | 0 - 2% et plus. De préférence moins que 1% pour les BHP |
| Variabilité pour une source donnée (% relatif) | Faible (excepté si le granulat est hétérogène, par exemple un mélange en proportions variables d'un constituant tendre, poreux avec un autre, dur et non poreux[42]) |
| Norme européenne | prEN 1097-6 |
| Norme américaine | ASTM C 70, 127, 128, 566 |
| Norme française | NFP 18-554/555 |

### 3.1.3 Granularité

La granularité d'un granulat est la propriété qui varie le plus, compte tenu des techniques industrielles de concassage et de criblage. Outre les méthodes manuelles d'analyses, il existe des méthodes automatisées, du moins pour les fractions les plus grossières (de dimensions supérieures à 1 mm [Blot et Nissoux 1994]). La distribution obtenue par cette méthode n'est toutefois pas directement comparable à celle d'un tamisage classique.

[42] un exemple courant est celui de gravillons de rivière constitués de craie et de silex.

*Tab. 3.1.3. Résumé des données.*

| Paramètre | Granularité |
|---|---|
| Propriété du béton affectée | Propriétés rhéologiques, teneur en air |
| Ordre de grandeur | 2 ≤ taille maximale ≤ 100 mm et plus |
| Variabilité pour une source donnée | le % passant peut changer de ± 5 à 10% ou plus |
| Norme européenne | EN 933-1 |
| Norme américaine | ASTM C 117, 136 |
| Norme française | NFP 18-560 |

Pour les sables qui contiennent un certain taux d'éléments fins (<80 μm), il peut être judicieux de recueillir la fraction fine et d'assimiler sa granularité à celle d'un liant supplémentaire (paragraphe 3.3.2). Ces fines jouent un rôle important dans le comportement rhéologique du béton frais.

### 3.1.4 Compacité résiduelle (βi)

La compacité résiduelle (compacité virtuelle d'une classe élémentaire, paragraphes 1.1 et 1.2) est contrôlée par la forme et la texture de surface des grains. Elle dépend, pour une fraction granulaire donnée, de la dimension des grains. Elle est déduite de la compacité réelle qui doit être mesurée selon un procédé de serrage adéquat.

#### Méthode de mesure de compacité réelle

Selon la théorie du MEC, la compacité réelle peut être mesurée en utilisant différents procédés, chacun étant caractérisé par un indice de serrage. L'expérience montre cependant que les méthodes qui conduisent à un empilement compact (correspondant à un indice de serrage élevé) sont préférables, car elles engendrent une moindre variabilité. Nous suggérons la méthode exposée dans [Sedran et de Larrard 1994], qui correspond à un indice K = 9.

Un granulat de masse sèche $M_S$ est placé dans un cylindre de diamètre ∅. Ce diamètre doit être supérieur à 5 fois la dimension maximale du granulat. Une contrainte de 10 kPa est appliquée sur l'échantillon par le biais d'un piston introduit dans le cylindre. Le cylindre est fixé sur une table vibrante, puis soumis à une vibration pendant deux minutes[43]. La compacité réelle est calculée avec la hauteur finale h de l'échantillon :

$$\Phi = \frac{4\,M_S}{\pi\,\varnothing^2\,h\,\rho_S} \tag{3.1.5}$$

#### Calcul de la compacité résiduelle

Si les grains du granulat sont monodispersés (c'est-à-dire s'ils traversent un tamis d'ouverture $d_i$ et sont retenus par un tamis d'ouverture $d_{i+1}$, avec $d_i/d_{i+1} \leq 1{,}26$), nous avons (d'après l'équation 1.2.15) :

$$\overline{\beta} = \left(1 + \frac{1}{K}\right)\Phi \tag{3.1.6}$$

[43] le résultat de cette essai est aussi influencé par les caractéristiques de la vibration. Une accélération de 4 g est suggérée, quand la table vibrante permet à l'opérateur d'ajuster la fréquence ou l'amplitude.

où $\overline{\beta}$ est la compacité résiduelle moyenne (pénalisée par l'effet de paroi). β, la compacité résiduelle dans un volume infini est alors (d'après l'équation 1.3.2) :

$$\beta = \frac{\overline{\beta}}{1-(1-k_w)\left[1-(1-d/\varnothing)^2(1-d/h)\right]} \tag{3.1.7}$$

où d est la taille moyenne des grains et $k_w$ un coefficient d'effet de paroi (paragraphe 1.3.1).

Pour un granulat polydispersé, une hypothèse est nécessaire sur la variation de β avec la dimension des grains. Il est généralement admis que β est uniforme sur l'étendue granulaire (du moins sur plusieurs tranches élémentaires). Nous avons par conséquent, pour chaque dimension :

$$\overline{\beta}_i = \left(1-\left[1-k_w\right]\left[1-(1-d_i/\varnothing)^2(1-d_i/h)\right]\right)\beta \tag{3.1.8}$$

et la compacité réelle peut être calculée en utilisant les équations 1.1.33 et 1.2.14. Dans ce cas, β est "itérée" jusqu'à ce que la valeur théorique de Φ corresponde à la compacité réelle expérimentale donnée par l'équation 3.1.5.

*Tab. 3.1.4. Résumé des données.*

| **Paramètre** | **Compacité résiduelle (non confinée)** |
|---|---|
| Symbole | β |
| Propriété du béton affectée | Toutes les propriétés, mais principalement les propriétés rhéologiques |
| Ordre de grandeur | de 0,58 (grains fins concassés rugueux) à 0,74 (sphères lisses) |
| Variabilité pour une source donnée | Faible (pour un procédé constant : ± 0,01 en valeur absolue) |
| Norme européenne | - |
| Norme américaine | ASTM C 29[44] |
| Norme française | - |

Les propriétés d'empilement des fines du sable, s'il y en a, seront estimées par la méthode présentée dans la section 3.3.3.

### 3.1.5 Module élastique

Le module élastique d'un granulat concassé peut être mesuré sur la roche mère. A défaut, si aucun échantillon de forme et de dimensions appropriées n'est disponible, il peut être déduit de mesures sur béton. La résistance à la compression et le module élastique du béton doivent cependant être mesurés préalablement, ainsi que la compacité granulaire g* (qui peut être également calculée avec le MEC). Le module du granulat est alors ajusté dans l'équation 2.5.8, de façon à ce que la valeur théorique du module du béton coïncide avec le module expérimental. Le module de la matrice qui intervient dans cette équation est déduit de la résistance à la compression du béton, grâce à l'équation 2.5.10. Etant donné l'incertitude du modèle, il est souhaitable de répéter le processus avec différents bétons, pour avoir une meilleure estimation du module du granulat ; la valeur retenue résulte d'un calcul de moyenne.

[44] cette méthode correspond à la mesure de compacité sèche par piquage, pour laquelle K = 4.5 (tableau 1.2.10).

*Tab. 3.1.5. Résumé des données (les exemples sont donnés sur la Fig. 1.2.2).*

| **Paramètre** | **Module élastique du granulat** |
|---|---|
| Symbole | Eg |
| Propriété du béton affectée | Module élastique, fluage, retrait, coefficient de dilatation thermique, etc. |
| Ordre de grandeur | 40 - 100 GPa |
| Variabilité pour une source donnée (% relatif) | Faible (5 GPa) |
| Norme européenne | - |
| Norme américaine | ASTM D 2845-83 |
| Norme française | - |

### 3.1.6 Contribution à la résistance à la compression (p, q)

Excepté les effets topologiques résumés par le concept d'épaisseur maximale de pâte, on a vu, au paragraphe 2.3.4, que le granulat influence la résistance à la compression du béton par son adhérence à la pâte de ciment (exprimé par p) et par sa résistance intrinsèque (exprimé par q). La relation entre la résistance de la matrice et celle du béton est donnée par l'équation 2.3.24.

Aucune mesure directe n'existe pour déterminer les valeurs de p et de q. Il est alors nécessaire d'utiliser au moins deux bétons (1 et 2) de résistance très différente (un béton de résistance normale et un BHP par exemple), avec un ciment de classe de résistance connue. La compacité du granulat doit être mesurée pour chaque béton (ou calculé avec le MEC), pour pouvoir déduire l'EMP et la résistance de la matrice des équations 2.3.20 et 2.3.39. Un système de deux équations à deux inconnues permet alors de calculer les coefficients p et q :

$$\begin{aligned} fc_1 &= \frac{p\ fc_{m1}}{q\ fc_{m1} + 1} \\ fc_2 &= \frac{p\ fc_{m2}}{q\ fc_{m2} + 1} \end{aligned} \qquad (3.1.9)$$

On peut supposer aussi qu'il existe une relation entre p et q. Si l'on ne dispose alors que d'un seul béton et si la résistance intrinsèque de la roche $fc_g$ est connue, on peut écrire, en première approximation, et grâce aux données portées dans le tableau 2.3.4 :

$$\frac{p}{q} \approx 2{,}14\ fc_g \qquad (3.1.10)$$

expression qui permet de déterminer ensuite p et q :

$$p = \frac{1}{fc_m\left(\frac{1}{fc} - \frac{1}{2{,}14\ fc_g}\right)} \qquad (3.1.11)$$

$$q = \frac{p}{2{,}14\ fc_g}$$

*Tab. 3.1.6. Résumé des données (les exemples sont donnés dans le tableau 2.3.4).*

| Paramètre | Coefficient d'adhérence | Coefficient le l'effet limitant |
|---|---|---|
| Symbole | p | q |
| Propriété du béton affectée | Résistances à la compression et à la traction, propriétés de déformabilité | idem |
| Ordre de grandeur | 0,5 – 1,2 | 0 – 0,006 $MPa^{-1}$ |
| Variabilité pour une source donnée (% relatif) | ?[45] | ?[46] |

### 3.1.7 Contribution à la résistance à la traction ($k_t$)

Ce paramètre est utilisé dans le modèle qui donne la résistance à la traction par fendage en fonction de la résistance à la compression. Sa détermination, pour un granulat donné, exige la connaissance des deux résistances (compression, traction), sachant que :

$$k_t = \frac{ft}{fc^{0,57}} \tag{3.1.12}$$

(résistances en MPa).

Comme pour les paramètres précédents, une meilleure précision est atteinte si l'on dispose de plusieurs couples de résistances, obtenus à partir de mélanges différents réalisés avec le même granulat.

*Tab. 3.1.7. Résumé des données (les exemples sont donnés dans le tableau 2.4.1).*

| Paramètre | coefficient de la résistance à la traction |
|---|---|
| Symbole | $k_t$ |
| Propriété du béton affectée | Résistance à la traction par fendage |
| Ordre de grandeur | 0,32 – 0,47 $MPa^{0,43}$ |
| Variabilité pour une source donnée (% relatif) | ± 0,02 - 0,03[47] |

### 3.1.8 Capacité thermique

Ce paramètre est nécessaire pour l'évaluation de la montée de la température en conditions adiabatiques. Le tableau 2.2.1 donnent des ordres de grandeur pour les granulats siliceux et les granulats calcaires.

[45] p peut sensiblement varier selon la propreté du granulat. Par comparaison à des granulats lavés, des granulats recouverts de limons ou d'argile peuvent perdre une part significative de leur adhérence à la pâte de ciment, surtout si aucun agent dispersant (superplastifiant) n'est utilisé dans le béton. Une réduction intentionnelle de la liaison pâte-granulat, par application d'une couche de graisse sur les grains, a provoqué une baisse de résistance de 30% et plus [Maso 1980].

[46] le rapport p/q est probablement assez constant, car il est contrôlé par la résistance à la compression de la roche. Il faut toutefois que la nature minéralogique des granulats reste relativement constante durant la production.

[47] la présence de limons ou d'argiles en excès dans les granulats peut réduire la valeur de $k_t$, car l'effet de la propreté est encore plus important sur la résistance à la traction que sur la résistance à la compression.

*Tab. 3.1.8. Résumé des données.*

| **Paramètre** | **Capacité thermique** |
|---|---|
| Symbole | $c^{th}$ |
| Propriété du béton affectée | Elévation de la température en conditions adiabatiques |
| Ordre de grandeur | 0,70 – 0,90 kJ/K/kg |
| Variabilité pour une source donnée (% relatif) | faible[48] |

[48] si la nature minéralogique est constante.

## 3.2 Ciment

Ce paragraphe décrit les propriétés des ciments utilisés dans les modèles précédents. S'il s'agit de prévoir le comportement du béton frais, les *ciments composés* peuvent être assimilés à des ciments Portland purs. Par contre, pour calculer la chaleur d'hydratation, la résistance à la compression, le module élastique et les déformations différées, ces mêmes ciments doivent être considérés comme un mélange de ciment Portland pur, de composition connue, et d'additions minérales.

### 3.2.1 Densité

Elle est mesurée au pycnomètre. Dans les ciments composés, la cause principale de variation de la densité provient essentiellement des constituants secondaires.

*Tab. 3.2.1. Résumé des données.*

| Paramètre | Densité |
|---|---|
| Symbole | $\rho_C$ |
| Propriété du béton affectée | -[49] |
| Ordre de grandeur | 2,7 – 3,2 (3,1 – 3,2 pour le ciment Portland pur) |
| Variabilité pour une source donnée (% relatif) | Très faible pour le ciment Portland |
| Norme européenne | - |
| Norme américaine | - |
| Norme française | - |

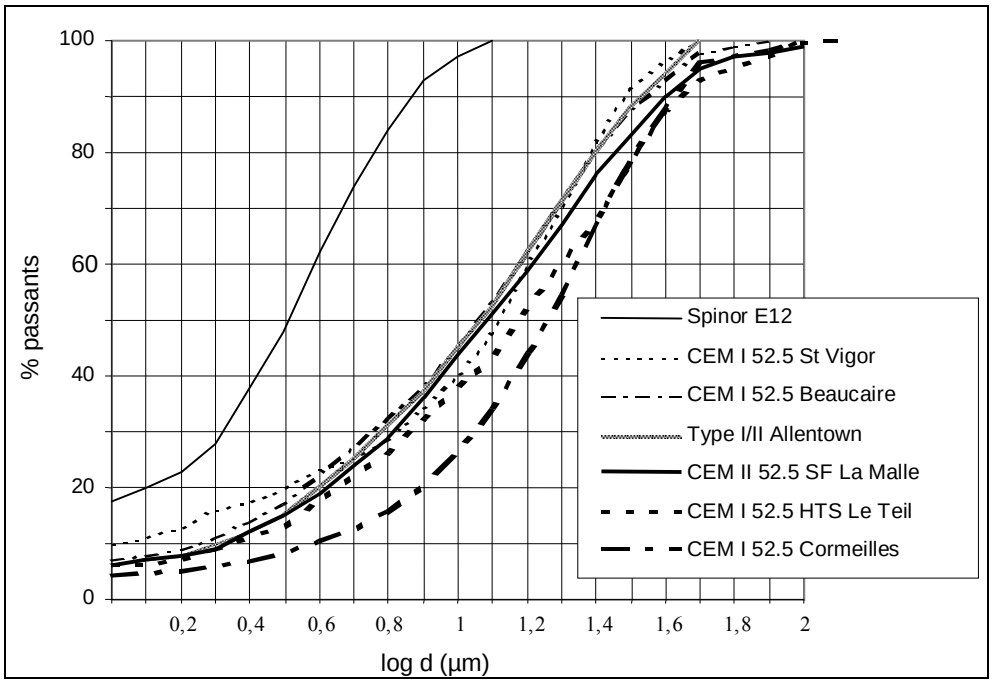



*Fig. 3.2.1. Granularités de quelques ciments mesurées par granulométrie LASER (ciment mis en suspension dans de l'éthanol). Les essais ont été réalisés au LCPC Paris. 'Spinor E 12' est un ciment fin spécial pour coulis. Le ciment 'La Malle' est un ciment composé qui contient 8% de fumée de silice.*

[49] des changements importants de densité indiquent généralement des modifications dans le dosage des additions minérales (qui peuvent affecter les autres propriétés du ciment). Le cimentier peut aussi changer les proportions intentionnellement, pour corriger par exemple une évolution des propriétés de son clinker.

### 3.2.2 Granularité

La granularité du ciment est généralement mesurée au granulomètre LASER. Différentes courbes granulométriques de ciment sont présentées sur la figure 3.2.1. Le taux d'éléments fins donné par cette méthode est probablement surestimé, car la mesure est réalisée dans une suspension alcoolisée. La proportion de cette fraction fine, qui flocule dans le béton frais, reste donc un problème indéterminé. Notons toutefois que c'est uniquement lorsque plusieurs liants sont mélangés dans le béton que leur granularité devient un critère prépondérant du processus d'optimisation.

La finesse Blaine est un bon indicateur de la granularité des ciments. Dans un contrôle de qualité, elle peut permettre de détecter des changements granulométriques.

*Tab. 3.2.2. Résumé des données.*

| Paramètre | Courbe granulométrique du ciment | Finesse blaine |
|---|---|---|
| Propriété du béton affectée | Propriétés rhéologiques, résistance | idem |
| Ordre de grandeur | 0,1 - 100 µm. La dimension moyenne varie autour 15 µm, excepté pour les ciments spéciaux (paragraphe 5.7) | 300 - 500 $m^2$/kg |
| Variabilité pour une source donnée (% relatif) | Relativement élevée[50] | ± 20 - 30 $m^2$/kg |
| Norme européenne | - | EN 196-6 |
| Norme américaine | - | ASTM C 204 |
| Norme française | - | NFP 15-476 |

### 3.2.3 Compacité résiduelle, avec ou sans adjuvant

Nous proposons de déterminer les propriétés d'empilement du ciment par une mesure de demande en eau [Sedran et de Larrard 1994, Sedran 1999]. Si un adjuvant organique, de type plastifiant, est utilisé dans le mélange final, la mesure de la demande en eau doit être faite en présence du produit en question, au dosage retenu (en pourcentage du ciment).

#### Méthode de mesure de la demande en eau

Cet essai simple ne nécessite qu'une balance (précision 0,1 g) et un malaxeur à mortier normalisé. En prenant une masse de 350g de ciment, le but est de trouver la quantité minimale d'eau qui permet d'obtenir une pâte lisse et épaisse (figure 3.2.2). Une quantité légèrement inférieure doit laisser la poudre dans un état de terre humide. On travaille à partir d'une réserve d'eau de ville dont la température est de 20 ± 2 °C. La cuve du malaxeur et la pale sont préalablement humidifiés à l'aide d'une éponge. Pour mélanger les deux produits, on met tout d'abord l'eau (précédemment mélangée à l'adjuvant, le cas échéant) dans le bol du malaxeur et on ajoute le ciment. Ensuite, on mélange 1 mn à vitesse lente, on racle manuellement le

[50] des changements dans la granularité d'un ciment reflètent généralement des modifications dans le procédé de broyage du clinker. Le cimentier utilise souvent cette technique pour viser une résistance constante à 28 jours, lorsque ses matières premières évoluent en qualité. Mais elle a quelquefois l'inconvénient d'entraîner des variations incontrôlées des propriétés rhéologiques et de résistance au jeune âge.

bol (pendant 15 secondes) et on mélange encore 1 mn à vitesse rapide. Le résultat de l'essai est donné par le rapport critique eau/ciment (ou e/c).

*Fig. 3.2.2. Essai de demande en eau: de l'état de "boulettes" à l'état de pâte homogène [Sedran 1999].*

Une première approche du dosage en eau critique peut être faite par ajouts d'eau successifs dans la même gâchée, chaque ajout étant effectué pendant la phase de malaxage rapide, et séparé du précédent par un laps de temps d'une minute (figure 3.2.3). Une fois la consistance pâteuse obtenue, on reprépare une nouvelle gâchée avec une quantité d'eau légèrement inférieure au total utilisé (l'effet fluidifiant de l'eau étant plus efficace lorsque toute l'eau est ajoutée au démarrage du processus).

*Fig. 3.2.3. Ajustement de l'eau par ajouts successifs [Sedran 1999].*

### Calcul de la compacité résiduelle

La compacité réelle $\Phi$ est la concentration solide dans la pâte, en volume :

$$\Phi = \frac{1}{1 + \rho_C \frac{e}{c}} \tag{3.2.1}$$

où $\rho_C$ est la densité de ciment (paragraphe 3.2.1).

*Tab. 3.2.3. Compacité réelle (mesurée à l'état sec) de plusieurs tranches granulométriques d'un ciment [Powers 1968].*

| **Taille moyenne de la tranche (μm)** | **2,4** | **8,3** | **15,3** | **30,2** | **49,2** | **81,6** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Porosité (%)** | 80 | 58 | 46 | 44 | 45 | 45 |
| **Compacité réelle** | 0,20 | 0,42 | 0,54 | 0,56 | 0,55 | 0,55 |

Il faut recourir au MEC pour trouver la compacité résiduelle du liant. Si le béton ne contient que du ciment, on peut supposer que cette compacité est uniforme. $\beta$ est alors ajustée de sorte que la prévision du MEC, avec K = 6,7 (chapitre 2.1.2), donne la valeur expérimentale déduite de l'équation 3.2.1. Dans le cas où d'autres liants seraient ajoutés, les calculs de compacité seront plus précis si l'on considère l'évolution de $\beta_i$ en fonction de la taille des grains[51]. Comme pour les granulats, la compacité résiduelle tend à augmenter avec la taille de grains, au-dessus de 15 μm notamment (tableau 3.2.3).

*Tab. 3.2.4. Résumé des données.*

| **Paramètre** | **Compacité réelle (globale)** | **Compacité résiduelle** |
|---|---|---|
| Symbole | $\Phi$ | $\beta$ |
| Propriété du béton affectée | Propriétés rhéologiques | idem |
| Ordre de grandeur | Sans SP : 0,55 – 0,58<br>Avec SP[52] : 0,.60 - 0,68 | Sans SP : 0,41 – 0,44<br>Avec SP : 0,45 – 0,50 |
| Variabilité pour une source donnée (% relatif) | Sans SP : faible<br>Avec SP : peut être élevée | idem |

## 3.2.4 Composition de Bogue

La composition de Bogue du ciment est déduite de l'analyse chimique. Elle sert à calculer la chaleur d'hydratation du ciment et la contribution des fillers calcaires à la résistance à la compression (dans les modèles développés au chapitre 2).

*Tab. 3.2.5. Résumé des données.*

| **Paramètre** | **Silicate tricalcique** | **Silicate bicalcique** | **Aluminate tricalcique** | **Aluminoferrite tétracalcique** |
|---|---|---|---|---|
| Symbole | $C_3S$ | $C_2S$ | $C_3A$ | $C_4AF$ |
| Propriété du béton affectée | Propriétés rhéologiques et taux d'hydratation | | | |
| Ordre de grandeur | 28 - 56 | 19 - 49 | 2 - 14 | 2 - 12 |
| Norme européenne | EN 196-2 et 196-4 | | | |
| Norme américaine | ASTM C 150 | | | |
| Norme française | NF P 15-472 | | | |

## 3.2.5 Résistance à la compression en fonction du temps

Selon la norme ISO, la résistance du ciment est mesurée conventionnellement sur mortier ayant des dosages relatifs de 3 : 1 : 0,5 en sable (de granularité continue)

[51] l'obtention de différentes classes de taille sur une poudre exige cependant un matériel spécial, non disponible dans la plupart des laboratoires.
[52] au dosage de saturation (paragraphe 3.4.2)

ciment et eau. Les prismes de 40x40x160 mm sont rompus en flexion, et chaque demi-prisme est écrasé en compression. La résistance à la compression est la médiane de 6 valeurs individuelles. De nos jours, dans les pays développés, la résistance à la compression à 28 jours des ciments Portland purs se situe entre 50 et 70 MPa. Des valeurs inférieures sont atteintes avec les ciments composés (excepté quand l'addition minérale est une fumée de silice). Selon la norme européenne EN 197, la résistance minimale garantie des ciments peut prendre les valeurs suivantes : 32,5, 42,5 ou 52,5 MPa. En pratique, les ciments développent généralement une résistance moyenne supérieure d'environ 10 MPa à la valeur minimale garantie.

La relation entre résistance mesurée selon l'essai ISO et résistance mesurée selon l'essai ASTM a été étudiée par Foster et Blaine [Foster et Blaine 1968]. Sur la base de leurs mesures, ils proposent la relation suivante :

$$fc_{ISO,MPa} = 1{,}80\ fc_{ASTM,MPa} - 4{,}4 \qquad (3.2.2)$$

Il faut transformer la résistance à la compression en un terme cinétique, appelé d(t), pour pouvoir utiliser le modèle de calcul de la résistance à la compression à un âge différent de 28 jours (présenté au paragraphe 2.3). Des équations générales du modèle (équation 2.3.39), nous avons :

$$d(t) = 0{,}0522\left(\frac{Rc_t}{Rc_{28}} - 1\right) \qquad (3.2.3)$$

où $Rc_t$ est la résistance à la compression du mortier à l'âge t. Les valeurs typiques de d(t) sont données sur la figure 2.3.23. D'après l'équation 3.2.3, d(t) ne peut être inférieur à –0,0522. Or, sur la figure 2.3.23, certaines valeurs sont inférieures à cette limite. En fait, ces valeurs sont déduites de mesures réalisées sur bétons, dont certains contenaient un superplastifiant. Cet adjuvant est réputé avoir un effet retardateur très conséquent au jeune âge. Les valeurs de d(t) déterminées à partir des essais sur mortier sont donc plus élevées, mais elles conduisent à surestimer les résistances au jeune âge des bétons superplastifiés (remarques fin de section 2.3).

*Tab. 3.2.6. Résumé des données.*

| **Paramètre** | **Résistance en compression a j jours** |
|---|---|
| Symbole | $Rc_j$ |
| Propriété du béton affectée | Résistance à la compression et module d'élasticité E à j jours |
| Variabilité pour une source donnée (% relatif) | Forte au jeune âge, faible à 28 jours (quelques MPa) |
| Norme européenne | EN 196-1 |
| Norme américaine | ASTM C-109 |
| Norme française | NFP 15-471 |

### 3.2.6 Contribution au retrait endogène

On a vu, dans la section 2.5.5, que les ciments contribuent de façons très différentes au retrait endogène. Ces différences proviennent de la structure poreuse de la pâte de ciment durcie [Baroghel-Bouny 1994], et, aussi, de la quantité d'eau consommée pendant l'hydratation. Plus la structure est fine ou plus la consommation d'eau est élevée, plus le retrait endogène est fort. Des ciments très réactifs (comme les ciments ASTM type III) peuvent provoquer des retraits endogènes importants.

Rappelons que cette déformation, additionnée au retrait thermique, est responsable de la fissuration précoce qui apparaît dans les éléments de béton bridés (retenus).

### Détermination de $K_c$ pour un ciment

Si le paramètre $K_c$ n'est pas connu, on peut le calculer en utilisant la procédure décrite ci-après[53]. Un mortier normal ISO (avec e/c = 0,5) est préparé et coulé dans des éprouvettes prismatiques 40x40x160 mm équipées pour mesurer le retrait. Le temps de prise du mortier est déterminé à l'aiguille de Vicat [EN 196-3 ou ASTM C 191]. Les prismes sont démoulés juste après la fin de prise, et l'on relève leur longueur initiale. Ils sont alors enveloppés précautionneusement sous double épaisseur d'aluminium adhésif (pour éviter les pertes d'eau subséquentes) et conservés dans un environnement humide, à 20 °C. La longueur des prismes est contrôlée pendant 2 mois au minimum. Le retrait endogène final du mortier $\varepsilon_{re\infty}$ est alors déterminé de préférence par extrapolation numérique des déformations (un modèle hyperbolique simple peut être utilisé). Cette déformation peut atteindre 100 à $400.10^{-6}$. $K_c$ est finalement calculé en connaissant $\varepsilon_{re\infty}$ et $Rc_{28}$ (résistance du ciment, paragraphe 3.2.5), en utilisant la figure 3.2.2.

Des valeurs typiques de $K_c$ sont données dans le tableau 2.5.3.

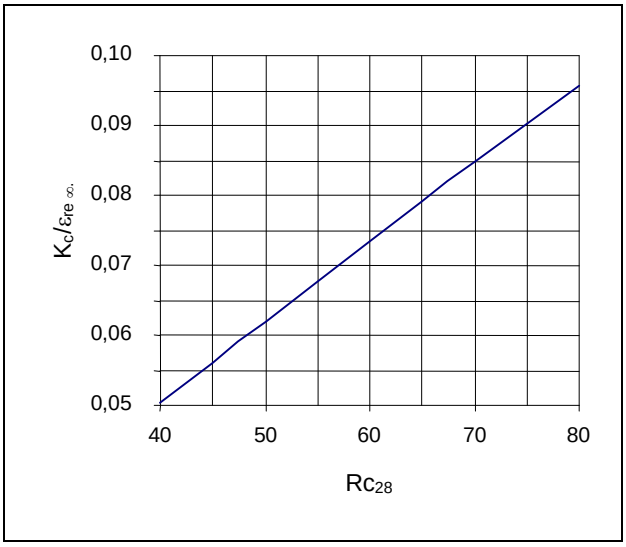



*Fig. 3.2.4. Courbe de calcul de Kc (en MPa) à partir du retrait endogène d'un mortier ($\varepsilon_{re\infty}$, en $10^{-6}$) et de la résistance à la compression à 28 jours du même mortier conservé dans l'eau ($Rc_{28}$ en MPa). Courbe déduite de simulations basées sur les équations 2.5.11 et 2.5.21-23).*

*Tab. 3.2.7. Résumé des données.*

| Paramètre | Coefficient de retrait endogène |
|---|---|
| Symbole | $K_C$ |
| Propriété du béton affectée | Retrait endogène |
| Ordre de grandeur | 13-25 MPa |
| Variabilité pour une source donnée (% relatif) | Présumée forte[54] |

[53] d'après une communication privée avec A. Kheirbek, LCPC, 1997.
[54] à la suite de plusieurs mesures du retrait endogènes faites sur le même ciment, dans un intervalle de 2 ans.

## 3.3 Additions minérales

Il s'agit d'une part des pouzzolanes, telles les cendres volantes silico-alumineuses, les pouzzolanes naturelles, les métakaolins ou les fumées de silice, et d'autre part des fillers calcaires.

### 3.3.1 Densité

La méthode de mesure est la même que celle utilisée pour le ciment (paragraphe 3.2.1). Les valeurs sont portées dans le tableau 3.3.1.

*Tab. 3.3.1. Résumé des données.*

| | **Cendres Volantes** | **Fumées de silice** | **Fillers calcaires** |
|---|---|---|---|
| **Paramètre** | Densité | Densité | Densité |
| Propriété du béton affectée | Propriétés rhéologiques[55] | id. | id. |
| Ordre de grandeur | 2,1 – 2,4 | 2,1 – 2,3[56] | 2,6 – 2,8 |
| Variabilité pour une source donnée (% relatif) | Faible | Très faible | Très faible |

### 3.3.2 Granularité

Ici encore, la méthode est celle présentée pour le ciment. Si l'addition minérale doit être utilisée avec un superplastifiant, il est alors judicieux d'ajouter une dose du produit au moment de l'essai. Il est aussi recommandé d'ajouter une petite quantité de chaux ($CaOH_2$) dans l'eau, pour s'assurer que les molécules organiques sont bien adsorbées sur l'addition minérale, car les ions $Ca^{++}$ jouent un rôle de "pont" dans le phénomène d'adsorption [Buil *et al.* 1986]. Enfin, une meilleure défloculation peut être obtenue en soumettant la suspension aux ultrasons, avant essai.

*Tab. 3.3.2. Résumé des données pour les courbes granulométriques.*

| | **Cendres volantes** | | **Fumées de silice** | | **Fillers calcaires** | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Paramètre** | Granularité | Surface spécifique[57] | Granularité | Surface spécifique[58] | Granularité | Surface spécifique[59] |
| Propriété du béton affectée | Propriétés rhéologiques | id. | id. | id. | id. | id. |
| Ordre de grandeur | 0,1 - 100 µm (plus si "pelletisées" | 300 - 500 $m^2$/kg (plus si sélectionnées) | 0,01 - 10 µm | 15000-25000 $m^2$/kg | 0,1 - 100 µm | 200 - 1000 $m^2$/kg |
| Variabilité | Elevée | Elevée | | modérée | Très faible | Très faible |

[55] étant donné qu'un changement de densité crée des variations dans le volume du produit, à poids constant par unité de volume de béton.
[56] la masse volumique apparente des fumées de silice naturelles est très faible (0,1 – 0,2). Par densification, cette valeur peut atteindre 0,5 – 0,6. Des valeurs plus grandes peuvent même être obtenues avec des fumées de silice conditionnées sous forme de *pellets*. Mais ce produit ne convient pas dans le béton. Son usage, en remplacement du sable, peut même créer une forte réaction alcalis-silice aboutissant à une dégradation prématurée du matériau [Marusin *et al.* 1995].
[57] méthode Blaine.
[58] méthode BET.
[59] méthode Blaine.

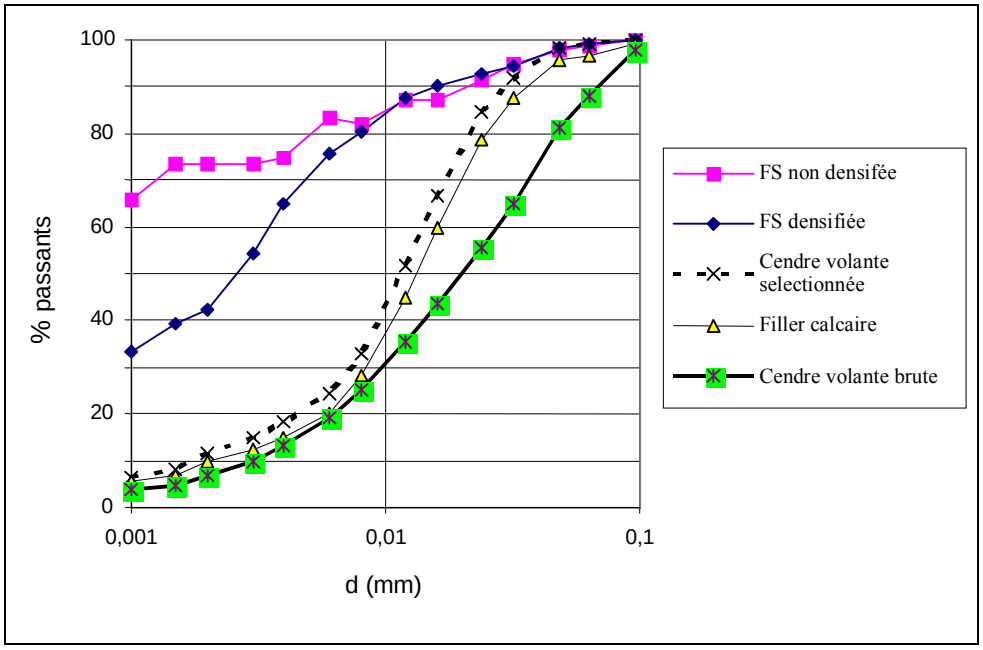



*Fig. 3.3.1. Courbes granulométriques de quelques additions minérales liantes. Données issues de la référence [Waller 1999].*

### Cas des fumées de silice

Beaucoup de granulomètres LASER ne peuvent mesurer la granularité des fumées de silice, de tailles environ 100 fois plus petites que celles des grains de ciments. Un sédigraphe doit alors être utilisé. Mais, dans tous les cas, ces méthodes exigent une forte dilution de la suspension, par comparaison à la situation du produit dans le béton frais. L'état réel de défloculation des particules dans le béton frais reste donc largement inconnu. Il est cependant souvent nécessaire de considérer la totalité de la courbe granulométrique pour simuler avec précision des mélanges spéciaux où de grandes quantités de fumées de silice sont associées à de forts dosages en superplastifiant (paragraphe 5.8). Comme la partie la plus fine de la courbe n'est pas détectée par la plupart des appareils, une approximation consiste simplement à supposer que sa "queue" est une droite, dans un diagramme semi-logarithmique (figure 3.3.2). La pente de cette droite est ajustée de sorte que l'on retrouve la surface spécifique BET [de Larrard 1988]. On estime que l'erreur commise en approchant ainsi la courbe granulométrique n'a que peu de conséquence dans les calculs d'optimisation. En fait, les grains du ciment et des autres additions liantes sont généralement bien plus gros que ceux des fumées de silice. Les termes d'interaction dans le MEC, qui décrivent les effets granulaires entre les fumées de silice les plus fines et les autres classes, s'appliquent alors à de petits rapports de tailles.

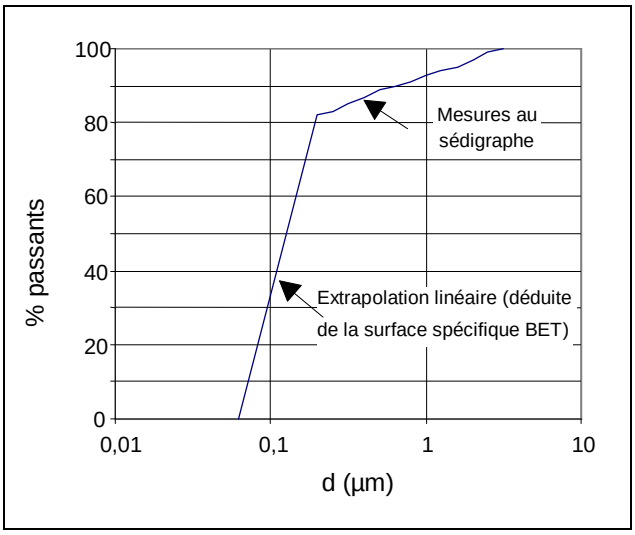



*Fig. 3.3.2. Courbe granulométrique des fumées de silice, avec extrapolation linéaire dans le domaine des éléments les plus fins.*

### 3.3.3 Compacité résiduelle, avec ou sans adjuvant

Comme pour le ciment (paragraphe 3.2.3), une demande en eau est réalisée. Il semble cependant qu'en présence de superplastifiant certains échanges complexes interviennent entre le ciment Portland et les additions minérales. On constate en effet que la compacité virtuelle équivalente d'une addition minérale, en présence de ciment, peut être inférieure à celle mesurée sur une pâte formée uniquement de l'addition. Il est par conséquent recommandé de mesurer successivement la demande en eau de mélanges contenant 80% d'addition minérale - 20% de ciment Portland, puis 90% d'addition minérale - 10% de ciment, et d'extrapoler les résultats jusqu'à 100% d'addition minérale - 0% de ciment [Sedran 1999]. Avec cette technique, les calculs de compacité réalisés avec le MEC, sur des mélanges de poudres et en présence de superplastifiant, sont plutôt satisfaisants (figure 2.1.10).

La compacité résiduelle est alors ajustée en utilisant le MEC. Des valeurs typiques sont données dans le tableau 3.3.3. Remarquons que les cendres volantes présentent généralement des valeurs plus élevées que celles des matériaux concassés, comme les fillers calcaires, en raison de la morphologie des particules. Cependant, malgré leur forme sphérique, les fumées de silice montrent une capacité d'empilement moindre, comparée à celle des cendres volantes. La raison provient probablement des différences de taille entre les deux produits. Pour les diamètres inférieurs à quelques microns, les forces de surface deviennent prépondérantes et s'opposent à la tendance naturelle des particules sphériques à s'empiler convenablement. Les grains de fumée de silice peuvent aussi s'agglomérer partiellement au moment de leur trempe, et former des amas peu compacts.

*Tab. 3.3.3. Résumé des données.*

| | **Cendres volantes** | | **Fumées de silice** | | **Fillers calcaires** | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Paramètre | Compacité réelle[60] Φ | Compacité résiduelle β | Φ | β | Φ | β |
| Propriété du béton affectée | Propriétés rhéologiques | id. | id. | id. | id. | id. |
| Ordre de grandeur<br>sans SP<br>avec SP | <br>0,58 – 0,63<br>0,62 – 0,66 | <br>0,47 – 0,53<br>0,52 – 0,60 | <br><br>0,49 – 0,63 | <br><br>0,55 – 0,64 | <br>0,57 – 0,62<br>0,61 – 0,65 | <br>0,47 – 0,51<br>0,52 – 0,58 |
| Variabilité pour une source donnée | Forte | Forte | Modérée | Modérée | Faible | Faible |

### 3.3.4 Coefficient d'activité en fonction du temps

Cette partie ne concerne que les additions pouzzolanique, car nous avons montré que l'activité des fillers calcaires est essentiellement contrôlée par leur surface spécifique (et par la teneur en $C_3A$ du ciment).

Le principe de détermination du coefficient d'activité consiste à comparer la résistance à la compression d'un mortier ISO (paragraphe 3.2.5) à la résistance à la compression d'un autre mortier où une proportion de 25% en masse du ciment est remplacée par l'addition pouzzolanique. Le rapport entre les deux résistances est appelé indice d'activité (i(t), où t est l'âge du mortier au moment de l'essai). Si i(t) est inférieur à 1, la pouzzolane est moins active que le ciment. Inversement, si i(t) est supérieur à 1, la pouzzolane est plus active (c'est le cas généralement des fumées de silice).

Le résultat de cet essai peut être faussé partiellement du fait que les deux types de mélange n'ont généralement pas la même consistance, ni la même teneur en air. Nous recommandons par conséquent d'utiliser une petite quantité de superplastifiant, pour s'assurer que les deux mortiers ont bien la même consistance fluide. Ce procédé est réservé principalement aux fumées de silice qui ont la particularité de réduire fortement la maniabilité d'un mélange, si aucun superplastifiant n'est utilisé.

Un autre problème concernant les essais conventionnels sur mortier provient de la qualité des échantillons. Comme déjà signalé, les demi-prismes sont écrasés directement dans l'essai ISO, sans prendre de mesures particulières au niveau des faces d'appui. L'essai peut alors perdre de sa fiabilité lorsque les résistances à la compression dépassent 80-100 MPa et plus, car la rupture est plus fragile et les résultats sont plus dispersés [de Larrard *et al.* 1994c]. Par conséquent, pour mesurer l'indice d'activité des fumées de silice ou d'autres pouzzolanes très réactives, il est recommandé de polir au lapidaire les faces d'appui des prismes. Sinon, i(t) et de Kp risquent d'être sous-estimés.

D'après le modèle développé dans la section 2.3, le *coefficient* d'activité Kp est :

$$\mathrm{Kp}(t) = -3\ln\left[1{,}91 - \frac{2{,}2}{\left(\mathrm{i}(t)\left[0{,}0522 + \mathrm{d}(t)\right] - \mathrm{d}(t)\right)^{-0{,}351} - 1}\right] \qquad (3.3.1)$$

[60] concentration solide dans l'essai de demande en eau.

Des valeurs usuelles de Kp en fonction du temps sont données sur la figure 2.3.21. Un résumé est présenté dans le tableau 3.3.4.

*Tab. 3.3.4. Résumé des données.*

| | **Cendres volantes** | | **Fumées de silice** | |
|---|---|---|---|---|
| Paramètre | Indice d'activité à 28 jours | Coefficient d'activité à 28 jours | Indice d'activité à 28 jours | Coefficient d'activité à 28 jours |
| Symbole | i(28) | Kp(28) | i(28) | Kp(28) |
| Propriété du béton affectée | Résistance à la compression et déformabilité | id. | id. | id. |
| Ordre de grandeur | 0,6 – 1,1 | 0 – 1,4 | 1,4 – 1,9 | 2,5 - 5 |
| Variabilité pour une source donnée | Forte | Forte | Modérée | Modérée |

Pour l'essai concernant les fumées de silice, il serait préférable de limiter la quantité de pouzzolane qui remplace le ciment à 10-15% du poids total du liant, dose plus proche de celle utilisée dans la plupart des BHP.

Estimation du coefficient d'activité à 28 jours des fumées de silice à partir de leur composition chimique

L'indice d'activité (ou coefficient d'activité) des fumées de silice ne paraît pas dépendre de la nature de ciment Portland utilisé dans l'essai[61], mais plutôt de la teneur en alcalins de la pouzzolane [de Larrard *et al.* 1992]. Nous utiliserons quelques données expérimentales [Cariou 1988] pour proposer une formule empirique qui permet l'évaluation du coefficient d'activité à partir de la teneur en alcalins équivalents. Dans ces expériences, le mortier a été fabriqué avec 10% de fumée de silice (en poids du ciment), et la quantité d'eau a été ajustée pour avoir une maniabilité constante (tableau 3.3.5). En considérant le coefficient d'activité comme une fonction linéaire de la teneur en alcalins, et en utilisant le modèle de résistance développé dans la section 2.3 (de type Féret), on trouve l'équation suivante pour le coefficient d'activité :

$$K_p(28) = 2{,}8 - 0{,}7\ Na_2O_{equ.} \qquad (3.3.2)$$

où $Na_2O_{equ.}$ est la teneur en oxyde de sodium équivalent. La comparaison de ce modèle avec les données expérimentales est présentée sur la figure 3.3.3. On remarquera cependant, en se rapprochant de la figure 2.3.21, que les valeurs Kp de Cariou sont inférieures à celles trouvées dans la littérature. L'explication pourrait provenir du fait que beaucoup de fumées de silice utilisées dans l'étude se trouvaient sous forme densifiée.

[61] à la connaissance de l'auteur. La question est plus ouverte pour les cendres volantes.

*Tab. 3.3.5. Résistance à la compression de mortiers de composition constante, avec plusieurs types de fumées de silice [Cariou 1988].*

| Fumées de silice | $Na_2O_{equ.}$. (%) | e/c | fc (MPa) |
|---|---|---|---|
| **1** | 1 | 0,32 | 110 |
| **2** | 0,91 | 0,33 | 108 |
| **3** | 0,39 | 0,34 | 105 |
| **4** | 2,49 | 0,31 | 104 |
| **5** | 1,3 | 0,34 | 101 |
| **6** | 1,79 | 0,34 | 98 |
| **7** | 2,58 | 0,34 | 94 |
| **8** | 0,64 | 0,39 | 93 |

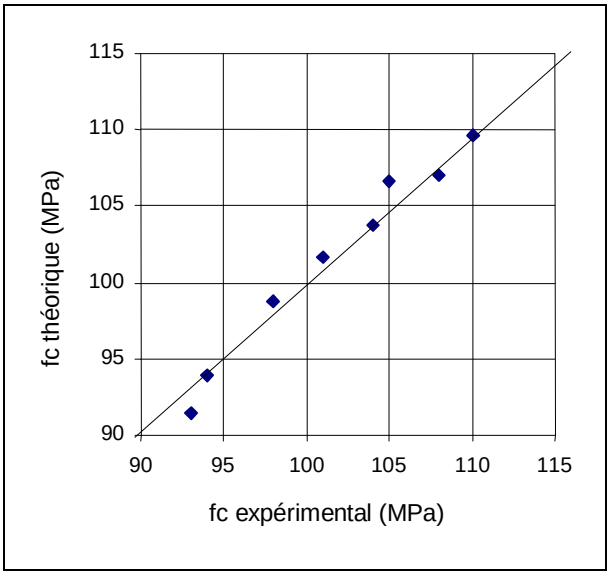



*Fig. 3.3.3. Comparaison entre données expérimentales et prévisions de la résistance modélisée, avec le coefficient d'activité des fumées de silice déduit de l'équation 3.3.2.*

## 3.4 Plastifiants/Superplastifiants

Ce paragraphe fait référence aux adjuvants organiques utilisés soit pour augmenter la fluidité d'un mélange frais à dosage en eau constant, soit pour permettre une réduction du dosage en eau à fluidité constante (mesuré avec tout appareil approprié). Si l'on se réfère à l'affaissement au cône d'Abrams, les réductions d'eau habituelles sont de l'ordre de 10 à 30%, voire plus. Ces adjuvants sont généralement mis en suspensions dans l'eau. La molécule active la plus couramment rencontrée appartient à l'une des trois catégories suivantes :

— naphtalène sulfonée formaldéhyde ;

— mélanine sulfonée formaldéhyde ;

— lignosulfonate.

Le dernier type d'adjuvant est un sous-produit, alors que les deux autres sont fabriqués pour être employés spécifiquement avec les liants hydrauliques. Outre ces adjuvants "classiques", de nouvelles molécules apparaissent sur le marché, comme les polyacrylates. Beaucoup de plastifiants/superplastifiants commerciaux sont souvent des mélanges de plusieurs molécules de base. Quelques-uns contiennent des agents retardateurs. En fait, *tous* les plastifiants/ superplastifiants retardent la prise dans une certaine mesure.

Ces adjuvants sont caractérisés par leur poids unitaire (ou densité), leur concentration solide, leur capacité plastifiante (dans le temps) et leur influence sur le développement des résistances précoces. Ce dernier point n'est pas détaillé dans ce livre, car les modèles de résistance à la compression ne couvrent pas le très jeune âge, ni n'explique l'effet accélérateur/retardateur de l'adjuvant. On peut toutefois réaliser de simples essais comparatifs dans le temps, sur pâtes ou sur mortiers, en présence d'adjuvant, pour choisir le produit qui provoque un retard acceptable.

### 3.4.1 Densité et extrait sec

La densité de la solution est généralement donnée par le fabricant. Elle dépend directement de la concentration, car c'est l'extrait sec qui a la densité la plus élevée. La teneur en extrait sec n'est pas toujours communiquée, mais elle peut être facilement mesurée en déshydratant à 105°C une dose de produit, et en comparant les masses avant et après déshydratation.

*Tab. 3.4.1. Résumé des données.*

| Paramètre | Densité | % d'extrait sec (en masse) |
|---|---|---|
| Ordre de grandeur | 1,1 – 1,4 | 20 - 40 %[62] |
| Variabilité pour une source donnée | Très faible | 2% |
| Norme européenne | | EN 480-8 |

[62] les faibles concentrations sont à éviter, car elles entraînent le maniement d'une grande quantité d'eau pour peu de produit actif. De plus, pour les BHP, il est généralement préférable de commencer le malaxage sans superplastifiant. Mais, si l'on ajoute ensuite au mélange une grande quantité d'eau avec le SP, il s'ensuit que le mélange initial est particulièrement sec ; l'efficacité du malaxage est alors réduite et l'appareil peine davantage. En revanche, des adjuvants trop concentrés sont difficiles à disperser dans le béton frais, surtout en hiver [Le Bris *et al.* 1993].

### 3.4.2 Courbe de saturation du couple liant - adjuvant

Ce paragraphe concerne plus particulièrement la technologie des bétons à hautes performances. Comme pour tout béton, le succès d'une formule de BHP résulte principalement de la sélection des matériaux et de leur dosage qui doit satisfaire toutes les propriétés importantes du mélange. Un point essentiel est cependant la compatibilité ciment - superplastifiant [Aïtcin *et al.* 1994]. Dans le meilleur des cas, la combinaison des deux produits permet d'obtenir un mélange ayant à la fois un faible rapport eau/liant (inférieur à 0,40) et une consistance acceptable qui reste stable jusqu'à la fin du coulage dans le coffrage. Dans le pire des cas, la consistance initiale est trop ferme ou elle le devient très rapidement (quelquefois en 10 - 20 minutes seulement après le début du malaxage). Par conséquent, lorsque l'on conçoit un BHP, il faut comparer le comportement de différents adjuvants avec le liant choisi (un ciment Portland avec ou sans ajouts). C'est la base de la méthode AFREM[63] qui sert à formuler les bétons à hautes performances [de Larrard *et al.* 1997b]. Les trois critères sont :

— l'effet fluidifiant obtenu initialement,

— la quantité d'adjuvant nécessaire pour obtenir la fluidification,

— la stabilité du comportement rhéologique dans le temps d'utilisation du béton.

Pour limiter les coûts de main-d'œuvre et de matériels, les essais comparatifs sont exécutés sur la partie fine du béton (c'est-à-dire sur tous les matériaux de taille inférieure à 2 mm, y compris l'eau libre et les adjuvants organiques). L'essai rhéologique retenu dans la méthode AFREM est la mesure du temps d'écoulement au cône de Marsh (utilisé pour les coulis d'injection) ; il a l'avantage d'être à la fois simple et répandu partout dans le monde. D'autres chercheurs ont suggéré d'utiliser le mini-essai d'affaissement, tel que décrit dans [Helmuth *et al.* 1995] : cet essai peut être reliés plus directement à l'une des propriétés rhéologiques du coulis (le seuil de cisaillement).

#### Conditions

Les conditions habituelles correspondent aux exigences d'usage suivantes :

— humidité relative : > 65%

— température du local de fabrication et de mesure : 20° C ± 2° C

— température de l'eau et des matériaux : 20° C ± 1° C

(à moins que l'on souhaite simuler un bétonnage par temps chaud ou par temps froid).

#### Appareillage

— un bocal gradué à bec, de volume égal ou supérieur à 500 ml, pour mesurer le volume écoulé ;

— un cône de Marsh (norme RP 18B de l'Institut Américain du Pétrole AIP) ;

— un chronomètre au 1/10ème d'une seconde ;

[63] Association Française de Recherche et d'Etudes sur les Matériaux et les Structures, branche française de la RILEM. Cette association a fusionné avec l'AFPC pour former l'AFGC (Association Française du Génie Civil).

— un thermomètre pour vérifier la température de l'eau et du coulis (à la fin de l'essai) ;

— une éprouvette de 250 - ou 500 – ml, pour mesurer l'eau ;

— une spatule en caoutchouc pour racler les côtés du bol du malaxeur ;

— une balance de précision 0,1 g ;

— un malaxeur normalisé CEN (EN 196-1) avec arbre et palette en bon état.

### Composition du coulis

Un premier béton est formulé avec le(s) liant(s) souhaité(s) en quantité et qualité (de façon à atteindre la résistance désirée). Son squelette granulaire est optimisé et il contient une forte proportion de superplastifiant (par exemple 1,5% en extrait sec du poids du ciment) et une quantité d'eau ajustée pour avoir la consistance désirée (affaissement au cône d'Abrams supérieur à 200 mm généralement). La formulation du coulis est déduite de celle du béton, en retirant tous les éléments supérieurs 2 mm et l'eau qu'ils absorbent. 1,5 litres de coulis sont préparés.

### Fabrication du coulis

On utilise un sable *sec*. Les étapes sont les suivantes :

1. mettre les fumées de silice et un poids égal d'eau dans le bol du malaxeur ;
2. mélanger à vitesse lente pendant 30 secondes ;
3. mettre le reste de l'eau et 1/3 de l'adjuvant dans le bol ;
4. mélanger à vitesse lente pendant 15 secondes ;
5. introduire le ciment (et toutes les additions minérales autres que les fumées de silice) et démarrer le chronomètre ($t_0$) ;
6. mélanger à vitesse lente pendant 30 secondes ;
7. introduire le sable dans les 30 secondes suivantes, avec le malaxeur toujours en vitesse lente ;
8. mélanger à grande vitesse pendant 30 secondes ;
9. arrêter le malaxage pendant 30 secondes et racler le bol avec la spatule en caoutchouc, dans les 15 premières secondes après l'arrêt ;
10. ajouter les 2/3 d'adjuvant restant ;
11. reprendre le malaxage à vitesse lente pendant 15 secondes, puis à vitesse rapide pendant 1 mn 45 secondes.

### Mesure du temps d'écoulement au cône de Marsh

— choisir la buse de diamètre 12,5 mm ;

— juste à la fin du cycle de malaxage, verser 1 litre de coulis dans le cône (le niveau correspondant est repéré préalablement par calibrage avec de l'eau) ;

— s'assurer avant chaque mesure que les parois intérieures du cône sont mouillées (après avoir rincé le cône à l'eau, le placer à l'envers sur la paillasse du laboratoire pendant 20 secondes environ) ;

— la première mesure du temps écoulement est faite à $t_0$ + 5 minutes (retrait du bouchon de la buse).

Mesurer le temps d'écoulement de 500 millilitres de coulis et relever sa température.

Pour contrôler la fluidité dans le temps, les mesures sont faites à $t_0$ + 5 min., $t_0$ + 15 min., $t_0$ + 30 min., $t_0$ + 45 min., et $t_0$ + 60 min. Les mesures peuvent être prolongées si les spécifications l'exigent. Entre deux mesures, le coulis est laissé au repos dans le bol et il est recouvert d'un linge humide ou d'un film plastique. Une minute avant chaque nouvelle mesure, le coulis est mélangé pendant 15 secondes à vitesse lente.

**Détermination de la dose de saturation** (figure 3.4.1)

1) reporter les points expérimentaux dans le repère log(T) / pourcentage d'extrait sec de superplastifiant rapporté à la masse de ciment, et joindre les points par une ligne brisée.

2) tracer une ligne droite D ayant une pente de 2/5 ou, par exemple, l'hypoténuse d'un triangle ayant pour base 1% SP et pour hauteur 0,4 unité log.

3) tracer les droites $D_i$ parallèles à la précédente et tangentes à la ligne brisée issue des points expérimentaux. Les abscisses des points de tangence des droites $D_i$ sont notées $x_i$.

4) La dose de saturation $x_s$ est alors :

$$x_s = \sup(x_i)$$

à condition que $x_s$ ne corresponde pas à l'une ou l'autre des limites de l'intervalle de mesure.

La pente 2/5 est arbitraire ; elle a été choisie parce qu'elle conduit à des doses d'adjuvant satisfaisantes.

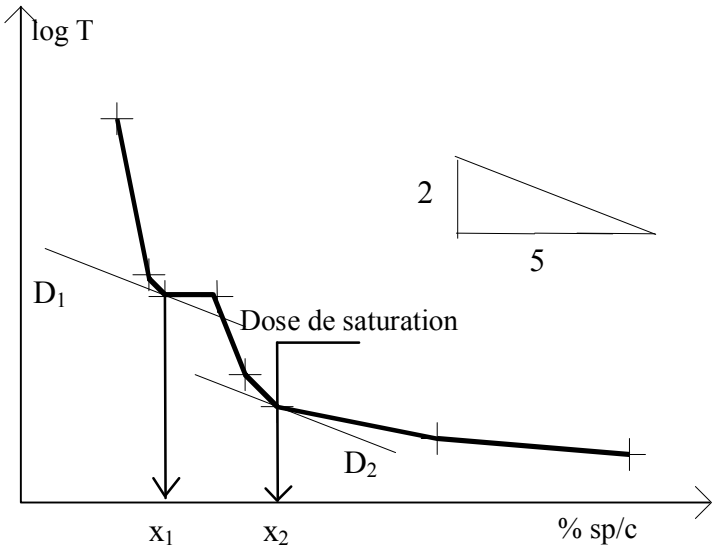



*Fig. 3.4.1. Méthode de détermination de la dose de saturation. Logarithme de temps d'écoulement (en secondes) en fonction du pourcentage de superplastifiant (en extrait sec) rapporté au ciment.*

On remarquera que la dose de saturation n'est pas exactement la quantité qui donne la fluidité maximale. Cette quantité n'existe d'ailleurs quelquefois pas (le temps d'écoulement peut continuer à diminuer indéfiniment lorsque la dose d'adjuvant augmente). C'est donc plus un "dosage pratique" au-delà duquel l'augmentation de l'efficacité n'est pas significative, compte tenu du coût et des effets secondaires du produit. Cette dose dépend du couple liant - adjuvant, bien qu'il puisse exister une influence (mineure) du sable. Elle dépend peu du rapport eau/liant (figure 3.4.2). Des exemples de courbes de saturation sont donnés sur la figure 3.4.3. Après essais croisés entre six laboratoires, la détermination de la dose de saturation exécutée selon la méthode AFREM, et les comparaisons entre adjuvant, ont montré une bonne reproductibilité [de Larrard *et al.* 1997b].

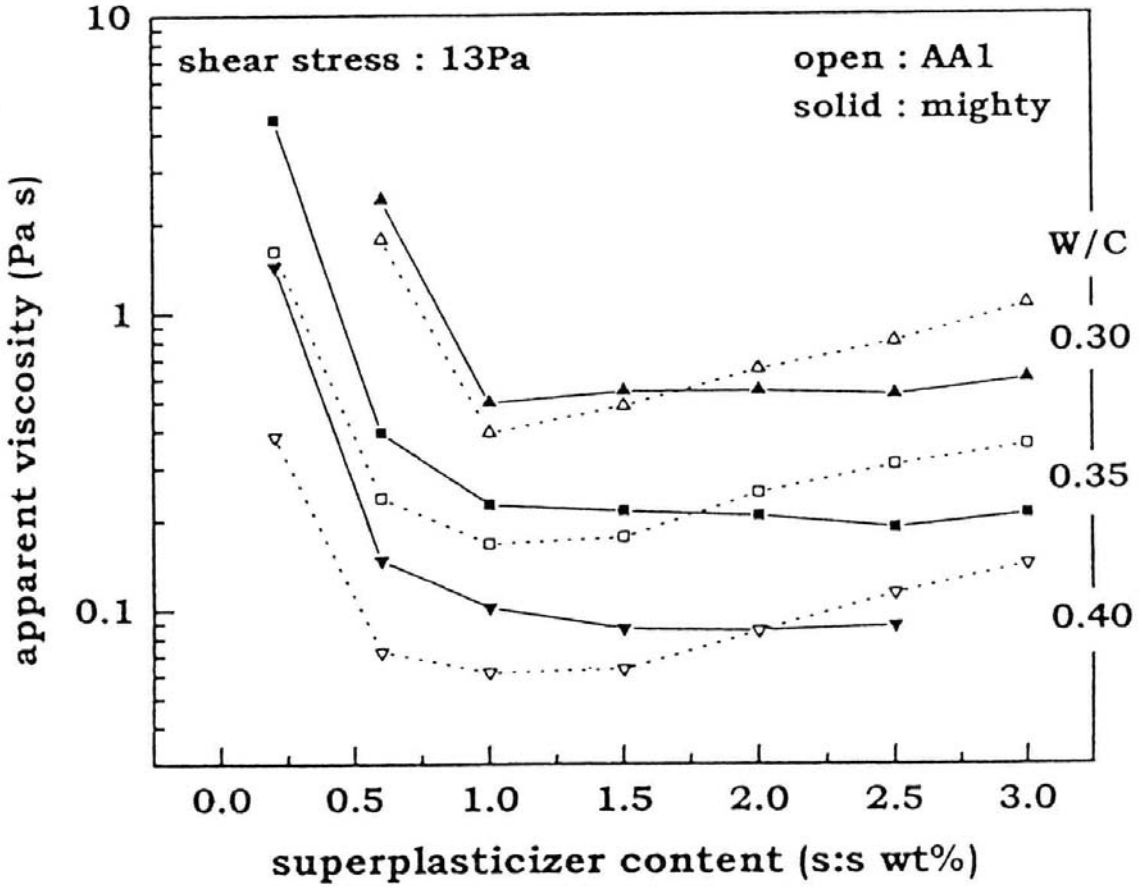



*Fig. 3.4.2. Viscosité en fonction du dosage en superplastifiant obtenue avec différents rapports eau/liant [Matsuyama et Young 1997].*

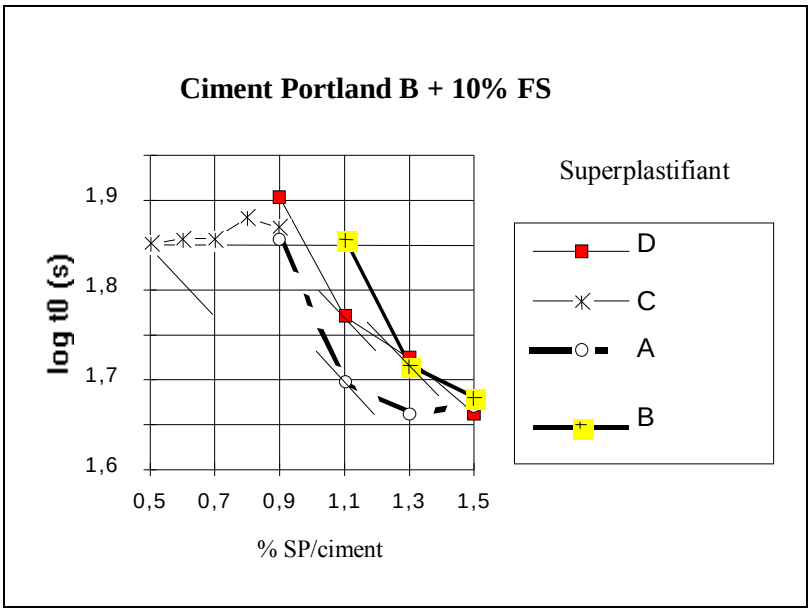



*Fig. 3.4.3. Courbes de saturation obtenues avec un ciment mélangé à 10% (en masse) de fumées de silice et différents superplastifiants commerciaux [de Larrard et al. 1996a]. Dans cet exemple, l'adjuvant A est apparu comme étant celui qui provoque une réduction d'eau maximale, avec une dose acceptable et un comportement assez stable (figure 3.4.4).*

Les courbes de saturation sont généralement complétées par d'autres courbes qui donnent l'évolution du temps d'écoulement dans le temps (figure 3.4.4). Ces courbes peuvent aussi être obtenues à températures autres que la température ambiante (soit plus chaude, soit plus froide, pour simuler respectivement un bétonnage en été ou en hiver).

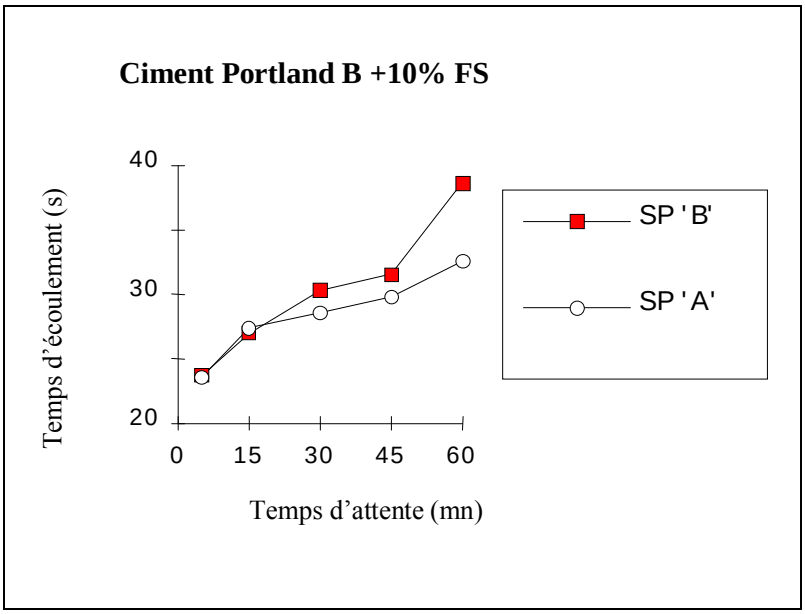



*Fig. 3.4.4. Exemple de courbes d'évolution de l'écoulement dans le temps (à 20°C). La quantité d'eau a été ajustée pour donner le même temps d'écoulement initial [de Larrard et al. 1996b].*

Notons enfin que la dose de saturation est sensible aux additions contenue dans le liant. Avec une combinaison ciment Portland/SP type naphtalène, dont la dose de saturation était de 1%, l'ajout de fumées de silice a augmenté la dose de saturation de 4% de la masse des fumées de silice, ce qui correspond à une dose totale de 1,3% pour un mélange FS-ciment de 10%-90% [de Larrard 1988]. Dans d'autres cas, des additions telles que les fillers calcaires semblent ne fixer que très peu d'adjuvant [Sedran 1999]. En tout état de cause, il est nécessaire de mesurer la "consommation" d'une addition en adjuvant en présence de ciment Portland, car les ions libérés par ce produit (tels que les ions $Ca^{++}$) jouent un rôle important dans l'adsorption des molécules organiques sur les surfaces minérales [Buil et al. 1986].

*Tab. 3.4.2. Résumé des données.*

| **Paramètre** | **Dosage de saturation d'un adjuvant avec un liant donné (SP extrait sec /ciment en %)** |
|---|---|
| Ordre de grandeur | 0,2 – 1,5% |
| Variabilité pour une source donnée | Faible |

# 4. Formulation des bétons

Le chapitre 2 était consacré à l'élaboration de modèles reliant les proportions du mélange aux propriétés du béton. Dans le chapitre 3, les paramètres des constituants utilisés par les modèles ont été passés en revue. L'objectif est maintenant de rapprocher et d'ordonner tous les modèles pour optimiser le mélange des constituants destiné à former le béton.

Dans toute démarche traitant de la formulation de matériaux, la première étape consiste à bien situer le problème, c'est-à-dire à établir la liste des spécifications. Cette question est simple en apparence. Mais, dans les faits, il existe souvent des interactions entre le matériau et les spécifications imposées par la structure, si bien que la liste des exigences ne peut être établie qu'avec la pleine connaissance de toutes les étapes de construction.

Connaissant les caractéristiques des constituants et les spécifications relatives au béton, la conception du mélange devient possible. Une solution théorique du problème est tout d'abord proposée sur la base des modèles simplifiés développés au chapitre 2. Elle permet la démonstration rigoureuse d'un certain nombre de règles, dont la plupart sont bien connues des praticiens expérimentés, sans cependant n'avoir jamais été démontrées (à la connaissance de l'auteur). Ensuite, dans une recherche plus approfondie, certaines de ces règles sont réexaminées à la lumière de simulations numériques exécutées avec l'ensemble des modèles. Les résultats sont parfois en contradiction avec certains principes communément admis. Par exemple, l'effet de la taille maximale des granulats sur la quantité de ciment est très mineur, si l'on cherche un béton de "compactabilité" et de résistance donnée. Après avoir repris l'ensemble de règles générales, un procédé pratique pour proportionner le mélange est décrit. Il essaye de tirer le meilleur profit des simulations numériques et des expériences de laboratoire. L'objectif de cette partie est de montrer que l'approche proposée permet au formulateur d'étudier une large gamme de constituants, en limitant les délais et les frais d'étude, et en capitalisant les connaissances acquises lors de la caractérisation des matériaux. Un exemple pratique de processus de formulation est présenté à titre d'illustration.

Les aspects classiques traitant de la composition des mélanges sont ensuite discutés. Les propos sont partagés entre ceux qui traitent du squelette minéral et ceux qui se rapportent à la phase liante. Enfin, certaines méthodes existantes seront examinées à la lumière des théories développées, de même que le problème de la prise en compte de la variabilité de la production dès le stade de la formulation.

## 4.1 Cahier des charges d'un béton en vue d'un usage donné

Il importe, avant de concevoir un béton, de clarifier la nature du problème posé au regard de l'application particulière visée. Le but est de trouver généralement une combinaison de constituants qui, après mélange, donneront un béton dont les propriétés seront conformes aux spécifications. C'est la base de ce qui est parfois appelé "une approche performantielle". En plus des propriétés du matériau, il peut y avoir aussi des conditions imposées par certains règlement ou par le contrat entre les partenaires. Il s'agit enfin de déterminer le mélange optimisé qui, non seulement

respecte les spécifications, mais qui présente aussi le coût le plus bas (incluant le prix des matériaux et les frais de production).

Dans ce paragraphe, nous examinerons tout d'abord les différentes performances mesurées en laboratoire, qui peuvent entrer dans les spécifications. Dans la mesure du possible, nous donnerons des ordres de grandeur pour les propriétés désirées (ou acceptables) en fonction des différentes applications. Enfin, nous ferons certaines recommandations destinées à élaborer une liste de spécifications qui soient à la fois complètes et réalistes.

## 4.1.1 Propriétés du béton frais

### Affaissement au cône d'Abrams (Slump test)

Une plage d'affaissements est généralement indiquée pour chaque béton (excepté pour certains mélanges spéciaux qui ne sont pas coulés par gravité, comme les bétons compactés au rouleau, § 5.4.1). Cet essai simple a l'avantage d'être universellement utilisé[64]. De plus, il est relié au seuil de cisaillement (paragraphe 2.1.1), propriété plus fondamentale. Mais il ne reflète qu'indirectement l'un des aspects critiques du béton frais qui est sa «compactabilité» (voir plus loin). On trouvera, dans le tableau 4.1.1, une gamme d'affaissements pour diverses applications. Un affaissement élevé signifie généralement une mise en place plus facile, mais aussi un béton plus coûteux pour une résistance équivalente (paragraphe 4.2.1).

*Tab. 4.1.1. Plage d'affaissement à spécifier pour différentes applications.*

| Application | Affaissement désiré (mm) |
|---|---|
| Préfabrication industrielle – Bétons secs pour démoulage immédiat | 0 |
| Béton pour chaussées mis en place à la machine à coffrage glissant | 20/50 |
| Béton de résistance normale pour structures armées ou précontraintes | 80/l50 |
| Béton à Haute Performance coulé sur chantier | 180/250 |
| Béton autoplaçant | > 250 (étalement[65] > 600mm) |

La répétabilité de l'essai d'affaissement, définie comme l'écart type d'une population d'essais exécutés par le même opérateur sur le même béton, est d'environ 10-20 mm. C'est pourquoi la valeur d'affaissement d'une étude en laboratoire est généralement donnée avec une marge de ± 20mm ou ± 30mm, dans la gamme des bétons fluides. De pareilles fourchettes sont difficiles à respecter dans une production de BHP où l'affaissement est très sensible à la quantité d'eau. L'affaissement peut aussi changer radicalement lors d'une nouvelle livraison de constituants (de ciment). De même, pour une composition fixée, il dépend du type de mélange et de la taille de la gâchée : plus la gâchée est grande, plus l'affaissement est important. Il n'est pas rare de voir un accroissement de l'affaissement quand un mélange conçu en laboratoire est produit dans un malaxeur industriel.

Dans la plupart des cas, il y a un certain délai entre le moment où l'eau et le ciment sont mis en contact et le moment où le béton est coulé. L'affaissement peut chuter dans ce laps de temps, en raison notamment de l'absorption d'eau par les granulats

[64] excepté dans certains pays. En Allemagne par exemple, la table à choc DIN remplace l'essai au cône.
[65] diamètre moyen de la galette formée par l'échantillon après l'essai d'affaissement.

ou de phénomènes chimiques provenant d'une incompatibilité ciment/adjuvants (paragraphes 2.2.1 et 4.2.3). Il faut alors formuler le mélange en tenant compte d'une certaine marge de sécurité. De même, il est habituel de spécifier des affaissements supérieurs en été, sachant que la température provoque une diminution plus rapide de l'affaissement.

Enfin, nous insistons sur le fait que l'affaissement n'est pas directement lié à la compactabilité du mélange (paragraphe 4.2.2). Dans la plupart des cas, il faudrait spécifier la compactabilité, et non l'affaissement qui ne devrait être employé que comme outil de contrôle de la qualité, facile à utiliser.

### Seuil de cisaillement

Même si l'on n'utilise encore que rarement les outils rhéologiques dans les applications industrielles, l'auteur pense que les spécifications vont se référer de plus en plus aux paramètres fondamentaux de cette science. Il faudra pour cela relier *quantitativement* ces paramètres aux diverses opérations de bétonnage (l'essai technologique d'affaissement ne donne qu'une valeur qualitative).

Les paramètres de Bingham ne peuvent être mesurés que sur les bétons très plastiques à fluides (Hu *et al.* 1995). Des valeurs caractéristiques de seuil de cisaillement, basées sur l'expérience acquise dans le réseau des Laboratoires des Ponts et Chaussées, sont données dans le tableau 4.1.2. Comme pour l'affaissement, la probabilité d'une perte de maniabilité doit être estimée au préalable, pour fixer une valeur initiale réaliste.

*Tab. 4.1.2. Plages de seuil de cisaillement à spécifier pour diverses applications.*

| Application | Seuil de cisaillement spécifié (Pa) |
|---|---|
| Béton de résistance normale pour structure armée/précontrainte | 800-1500 |
| Béton à Hautes Performances fabriqué sur chantier | 300-1200 |
| Béton autoplaçant | 200-500 |

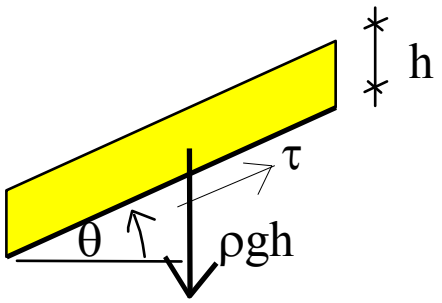



*Fig. 4.1.1 Equilibre de la pente d'un béton frais soumis à la gravité. Quand la contrainte de cisaillement $\tau$ équivaut au seuil de cisaillement, le béton s'écoule.*

Une valeur trop élevée de seuil de cisaillement signifie un manque de maniabilité. Par contre, un seuil de cisaillement trop bas peut créer certains problèmes de stabilité. Par exemple, la surface supérieure d'un pont présente généralement une certaine pente, qui peut dépasser 5% et plus selon le profil longitudinal. Le seuil de cisaillement critique $\tau_0^{crit}$, en dessous duquel le béton s'écoule, peut être calculé aisément grâce aux concepts de la mécanique des sols :

$$\tau_0^{crit.} = \rho\, g\, h \sin\theta \qquad (4.1.1)$$

où $\rho$ est la masse volumique du béton, *g* l'accélération de la pesanteur, *h* la hauteur entre la surface du béton et la forme, et $\theta$ la pente de la surface (figure 4.1.1).

Si l'on se réfère au cas du BHP B60 du "Pont de Normandie" [Monachon et Gaumy 1996], où la pente maximale était de 6%, en supposant h=200 mm et $\rho$= 2400 kg/m$^3$, $\tau_0^{crit}$ a une valeur de 500 Pa. Compte tenu de la variation inévitable du seuil de cisaillement durant la production, et pour assurer la stabilité en cas de vibration et de chocs limités, une valeur minimale de 1000 Pa semble conseillée dans le cas présent. Le formulateur cherchera alors à contrôler la viscosité plastique, afin que la contrainte de cisaillement reste dans une plage acceptable durant les opérations de bétonnage.

### Viscosité plastique

Comme précisé au paragraphe 2.1.2, la viscosité plastique peut devenir élevée si une grande quantité de superplastifiant est utilisée (comme dans les BHP par exemple). Ce second paramètre de Bingham contrôle la maniabilité du béton frais lorsqu'il est cisaillé à grande vitesse, comme dans une pompe à béton (voir plus loin la section traitant de la pompabilité).

La viscosité plastique semble aussi contrôler divers aspects de la maniabilité du béton, tel la "collabilité". Les bétons ayant une viscosité[66] supérieure à 300 Pa.s sont difficiles à manier, à vibrer, à talocher et à travailler à la truelle. Ils présentent souvent un "bullage" grossier au démoulage. Nous considérons alors comme valeur acceptable pour les BHP coulés en place une viscosité plastique dans la plage [100, 200 Pa.s]. Il faut cependant ne pas oublier que, pour une résistance donnée, une viscosité plastique faible requiert une teneur en pâte plus élevée, laquelle accroît la chaleur d'hydratation, le retrait et la fissuration.

### Compactabilité

Le concept de compactabilité, défini au paragraphe 2.1.5, est lié aux efforts nécessaires pour compacter le mélange dans un volume donné. Ce paramètre concerne la dernière étape de la mise en place (serrage), alors que les paramètres précédents s'appliquent aux propriétés sollicitées durant le coulage (stade intermédiaire entre le malaxeur et le coffrage). Ce paramètre sert surtout dans la gamme des bétons secs, où le matériau frais ne peut plus être caractérisé par les outils rhéologiques (paragraphe 2.2.1). Rappelons que la compactabilité n'est pas une propriété directement mesurable[67], mais constitue un indicateur numérique pour le calcul des proportions d'un mélange. Elle aide à formuler les mélanges qui seront mis en place dans un coffrage donné, avec un procédé donné.

Le concept de compactabilité est encore peu utilisé aujourd'hui. Il est donc difficile de donner des valeurs absolues, garantissant une mise en place facile du béton frais. Cependant, à la lumière de calculs exécutés *a posteriori* sur des chantiers déjà réalisés, certains ordres de grandeur peuvent être proposés (tableau 4.1.3).

[66] il s'agit ici de la viscosité plastique du béton frais après vibration (d'après l'équation 2.1.8, paragraphe 2.1.2)

[67] le VB test est proche d'une mesure de compactabilité, car il induit le serrage plus que l'écoulement. Mais il n'est sensible que dans une plage de consistance allant de sec à plastique.

*Tab. 4.1.3. Ordres de grandeur de compactabilité pour plusieurs procédés de coulage. La valeur K', calculée sur béton désaéré avec prise en compte des effets de paroi exercés par le coffrage et les armatures, devrait être inférieure à K**

| Procédé de coulage et type de béton | K* |
|---|---|
| Vibration, sans superplastifiant | 6 |
| Vibration, avec superplastifiant | 8 |
| Béton compacté au rouleau | 9 |
| Béton projeté (procédé humide), sans superplastifiant | 5,5 |
| Béton projeté (procédé humide), avec superplastifiant | 7,5 |
| Béton autoplaçant superplastifié | 7 |

La taille maximum du granulat ($D_{max}$) est aussi liée à la compactabilité. La plupart des normes donnent des limites de $D_{max}$ selon l'élément à réaliser. $D_{max}$ doit être suffisamment petit vis-à-vis de :

— la dimension minimale de la structure (1/5 de l'épaisseur de la pièce) ;
— l'espacement minimum entre armatures (3/4 de cette distance) ; et
— l'épaisseur d'enrobage des armatures (même contrainte).

### Stabilité

Cette propriété ne peut pas être précisée de façon quantitative, car aucune méthode générale n'est disponible pour mesurer la stabilité d'un béton frais. Le formulateur doit cependant garder à l'esprit qu'un béton stable doit peu ressuer, présenter une bonne cohésion, et avoir une tendance limitée à la ségrégation. Ces contraintes doivent être prises en compte surtout pour les bétons autoplaçants (paragraphe 5.4.3). En général, pour contrôler la stabilité d'un béton frais, il faut rechercher un diagramme de remplissage uniforme (chapitre 2.1.7). Essayer de minimiser l'indice de ségrégation est aussi une voie qui permet d'assurer un maximum de régularité à cette courbe. Cette stratégie conduit à améliorer le parement des bétons.

### Teneur en air

L'air occlus est le résultat d'une consolidation incomplète. Il peut atteindre 0,6 à 2,5% dans un béton qui ne contient pas d'agent entraîneur d'air. Il est indésirable (car il diminue les propriétés mécaniques du béton durci et crée des parements inesthétiques), mais il est aussi inévitable.

Cependant, lorsque la structure risque d'être soumise à des cycles de gel-dégel, un certain volume d'air entraîné est souhaité. L'objectif est d'incorporer au béton un réseau de petites bulles d'air, afin que l'eau libre puisse migrer dans ces bulles avant le gel. Le paramètre physique critique contrôlant le système est la distance moyenne entre bulles, désignée souvent par le symbole $\bar{L}$. Selon diverses recherches [Pigeon & Pleau 1995], $\bar{L}$ doit être inférieur à une valeur critique de 0,20-0,25 mm pour assurer une bonne protection au gel-dégel. La réalisation de ce critère conduit à avoir un certain volume d'air total dans le béton. Comme les volumes d'air occlus[68] et de pâte augmentent simultanément lorsque la taille maximale du granulat ($D_{max}$) diminue, la plupart des normes imposent un volume minimum dépendant de $D_{max}$ (tableau 4.1.4).

[68] lequel ne peut de lui-même donner aucune protection au matériau.

*Tab. 4.1.4. Air préconisé dans un béton soumis au gel-dégel, Norme européenne ENV 206.*

| **Taille maximale des granulats (mm)** | **8** | **16** | **32** |
|---|---|---|---|
| Minimum d'air contenu (%) | 6 | 5 | 4 |

Le critère de volume d'air n'est cependant pas totalement fiable, car seules les plus fines bulles fournissent une protection significative au béton [Pigeon & Pleau 1995]. Elles ne correspondent qu'à une faible part du volume d'air total. Dans ce cas, pour les projets où la résistance au gel-dégel est très critique, il est conseillé de procéder soit à la mesure de $\bar{L}$ sur le béton durci, soit à des essais accélérés de gel-dégel.

Une autre remarque concerne la spécification d'air pour les bétons à hautes performances. Pour ceux-ci, la présence d'air est préjudiciable à la résistance mécanique, et il est difficile, voire impossible, de produire un béton de 80 MPa avec air entraîné. Heureusement, dans de nombreux cas, le dosage en eau très faible de ces bétons, associé à l'autodessiccation spontanée, fournissent une protection naturelle au gel-dégel, et l'emploi d'entraîneur d'air n'est plus nécessaire (un exemple concret est rapporté dans [de Larrard *et al.* 1996a]). Cependant, pour toute application réelle, ce comportement doit être vérifié par des essais accélérés pertinents.

Enfin, et par opposition aux bétons courant, il est parfois bénéfique d'ajouter un entraîneur d'air dans les bétons maigres, même si l'environnement ne nécessite pas cette précaution. Dans ce cas, les bulles d'air stabilisent le béton frais en diminuant le ressuage et la ségrégation. Cet effet stabilisateur peut même neutraliser la diminution des propriétés mécaniques provoquée normalement par l'entraîneur d'air. Le tableau 4.1.5 donne un exemple de deux bétons ayant même dosage en ciment et même maniabilité, l'un sans entraîneur d'air, l'autre avec. Malgré un plus fort rapport (eau+air)/ciment, le béton à air entraîné présente des propriétés mécaniques supérieures. Cette tendance n'est pas prédite par le modèle développé au paragraphe 2.3. Cela vient probablement du fait que, suite à un ressuage excessif, le contact granulat/ciment a été profondément altéré dans le premier béton, et sa microstructure a été endommagée.

*Tab. 4.1.5. Effet de l'air entraîné sur un béton maigre [de Larrard et al. 1996b]. AEA: agent entraîneur d'air. Sr : Sable de rivière, Cc : calcaire concassé. A : affaissement. fc, ft et E sont respectivement les résistances à la compression, à la traction et le module d'élasticité.*

| **Mélange** | **Eau l/m³** | **AEA kg/m³** | **Ciment kg/m³** | **Sr kg/m³** | **Cc 0/5 kg/m³** | **Cc 5/12,5 kg/m³** | **Cc 12,5/20 kg/m³** | **air %** | **e+a / c** | **A mm** | **fc1 MPa** | **fc28 MPa** | **ft28 MPa** | **E28 MPa** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M25 | 193 | 0 | 230 | 446 | 453 | 388 | 619 | 0.8 | 0.87 | 105 | 5.2 | 23.6 | 2.65 | 32.0 |
| M25EA | 160 | 0.31 | 230 | 427 | 433 | 454 | 574 | 7.2 | 1.01 | 110 | 7.0 | 28.8 | 2.84 | 32.6 |

### Densité

Quand le béton est fabriqué avec des granulats de densité normale, sa propre densité varie généralement dans une plage assez étroite (de 2,2 à 2,4-2,5). Comme l'eau est le composant le plus léger du béton, la densité, pour une source donnée de granulats, est essentiellement contrôlée par la quantité d'eau. L'emploi d'un plastifiant ou d'un superplastifiant augmente donc la densité du béton frais. Pour un béton donné, la densité peut légèrement évoluer entre l'état frais et l'état durci. Si le béton est conservé dans l'eau durant le durcissement, il en absorbe généralement

une certaine quantité par capillarité, car l'hydratation crée des vides internes. Inversement, un béton exposé à une humidité externe plus basse que son humidité interne perd une certaine quantité eau. Ces phénomènes peuvent occasionner des variations de densité d'environ ± 0,1.

Les principaux cas où la densité d'un béton de structure peut être précisée sont les bétons lourds et les bétons légers. Pour ces derniers, la densité peut atteindre 1,5 à 1,9, quand un granulat léger (argile ou schiste expansés généralement) est employé en combinaison avec un sable de densité normale (paragraphe 5.5.1). Les valeurs intermédiaires, entre ces bétons légers et les bétons normaux, sont simplement obtenues en mélangeant les deux types de gravillons [Weber et Reinhardt 1996].

### Pompabilité

Deux phénomènes peuvent affecter la pompabilité d'un béton dans une installation donnée :

— une séparation des diverses phases, qui crée un bouchon ;

— un manque de fluidité qui réduit grandement la vitesse de pompage.

Un diagramme de remplissage uniforme est un bon moyen pour prévenir les risques de blocage. Il doit être calculé en conditions confinées (telles qu'elles existent dans le tuyau de la pompe), et une attention particulière doit être portée au pic de la fraction la plus grossière des granulats, qui ne doit pas dépasser celle des autres granulats. Il y a alors suffisamment de particules fines pour éviter une séparation entre la pâte et les granulats.

A grande vitesse, la fluidité du béton est essentiellement contrôlée par la viscosité plastique. Plus la viscosité plastique est élevée, plus la résistance au pompage est élevée (figure 4.1.2). Cette résistance est définie comme le rapport de la pression régnant dans le béton à la vitesse d'écoulement. Pour une pompe à piston (figure 4.1.2), la vitesse d'écoulement est estimée par le nombre de cycles par minute.

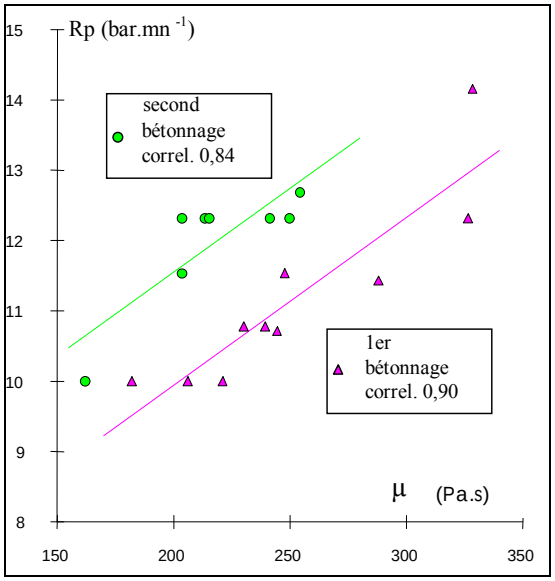



*Fig. 4.1.2. Relation entre la résistance au pompage et la viscosité plastique pour deux séries de gâchées différentes [de Larrard et al. 1995].*

Par conséquent, plus la viscosité plastique est basse, plus la vitesse d'écoulement est élevée pour une pression donnée ou plus la pression sera basse pour une vitesse donnée. Une viscosité plastique inférieure à 200 Pa.s semble garantir un pompage facile sur des distances modérées. En plus de l'exigence de viscosité plastique, les règlements actuels indiquent qu'un affaissement supérieur à 50 mm est généralement conseillé pour pomper un béton [ACI 304]. Des recherches sont encore nécessaires pour établir des spécifications rhéologiques plus précises à l'égard du pompage avec une installation donnée.

## 4.1.2 Propriétés de durcissement des bétons

### Résistance à la compression au jeune âge

Une résistance à la compression au jeune âge est souvent exigée. Le tableau 4.1.6 donne certaines valeurs courantes pour diverses applications. Une distinction importante doit être faite ici entre la résistance obtenue sur éprouvettes conservées dans l'eau à température constante, et la résistance réellement atteinte dans la structure soumise à des températures variables. Pour estimer la résistance en place, des méthodes de "maturométrie" sont généralement utilisées [Carino *et al.* 1992], comme celle reposant sur la loi d'Arrhenius où la méthodologie normale consiste à :

— mesurer l'évolution de la résistance à une température presque constante,

— établir une courbe maîtresse donnant l'évolution de la résistance en compression en fonction du temps équivalent, à 20 °C ;

— pour une température atteinte (ou mesurée) dans la structure, calculer le temps équivalent in situ en fonction du temps réel, et

— en déduire la résistance in situ.

Inversement, pour une résistance in situ désirée à un âge donné, et pour une estimation de l'historique de température, on peut trouver la résistance en compression à atteindre au même âge, pour des éprouvettes de laboratoire conservées à température constante. Une autre méthode consiste à soumettre en laboratoire des échantillons au même historique de température que celui du béton dans la structure, et à mesurer la résistance obtenue. Cette dernière méthode est souvent employée dans l'industrie du béton précontraint.

*Tab. 4.1.6. Niveau des résistances à la compression préconisée aux jeunes âges.*

| Type d'utilisation | Objet | Age du béton | Résistance à la compression |
|---|---|---|---|
| Béton de structure pour le bâtiment | Décoffrage | 14/16 heures | 5 MPa |
| | Retrait de l'échafaudage | 20/36 heures | 10 MPa |
| Béton précontraint pour pont réalisé selon la méthode Cantilever | Décoffrage | 14/16 heures | 10 MPa |
| | Mise en tension des premiers câbles de précontrainte | 10/36 heures | 15/20 MPa |

Un développement rapide de la résistance après une période dormante prolongée est l'une des caractéristiques les plus attrayantes des BHP. De tels bétons peuvent être spécifiés pour la résistance qu'ils procurent au jeune âge, même si leur résistance à 28 jours est surabondante. Par exemple, il est possible aujourd'hui de

concevoir des mélanges fluides pouvant avoir un comportement rhéologique approprié et stable durant l'heure qui suit le malaxage, et donnant une résistance en compression dépassant 30 MPa à 16 heures [de Larrard *et al.* 1996a].

Enfin, une résistance en traction précoce peut être spécifiée pour certains bétons de chaussée. La valeur habituelle qui permet la circulation sur une couche de béton jeune est de 1,8-2 MPa[69] (résistance au fendage).

### Elévation de la température en conditions adiabatiques

En partant d'une température initiale moyenne (20 °C environ), l'élévation de la température en conditions adiabatiques peut atteindre 20 à 70 °C, ce qui donne au final des températures élevées, comprises entre [40, 90 °C]. Ces hausses de température posent des problèmes dans les structures massives, dont les déformations sont partiellement ou totalement gênées (par leurs fondations ou par des éléments déjà bâtis). La température maximale atteinte durant le durcissement a aussi un effet préjudiciable sur la résistance finale du béton in situ. De plus, si la température critique de 60-70 °C est dépassée, une formation différée d'ettringite peut apparaître. Dans de nombreux cas, il peut alors être nécessaire de limiter la montée de la température dans une structure. Certains procédés concernent les techniques constructives, comme l'abaissement de la température initiale du béton ou le refroidissement de la structure durant le durcissement avec un réseau de tubes noyés. Cependant, la première précaution est d'examiner la formule du mélange.

Lorsque l'on réalise des simulations avec les modèles développés au chapitre 2, on trouve, pour une résistance donnée, qu'il y a en réalité peu de liberté pour modifier la montée de la température en conditions adiabatiques. L'usage de pouzzolanes n'apporte que des changements mineurs [Waller *et al.* 1996], sauf si l'on utilise un volume important de cendres volantes (paragraphe 5.5.2). La stratégie la plus efficace est de minimiser la quantité d'eau en utilisant un superplastifiant, d'optimiser les classes granulaires et/ou de fabriquer un béton frais plus ferme (comme les bétons compactés au rouleau, paragraphe 5.4.1).

Par contre, dès que le béton n'est pas dans des conditions adiabatique pures (c'est-à-dire, lorsque l'épaisseur de la pièce de béton mesure moins d'un mètre), la température maximale atteinte chute. Cette baisse est plus importante encore si le béton contient des pouzzolanes, à cause de leur énergie d'activation élevée (paragraphe 2.3). On peut donc maîtriser dans une certaine mesure la hausse de température en conditions semi-adiabatiques, en changeant essentiellement la vitesse de durcissement du ciment, et en utilisant des pouzzolanes [Waller 1999].

### Retrait endogène

Le retrait endogène est une autre caractéristique importante dans la fissuration au jeune âge des structures en béton. Cette déformation spontanée est concomitante à l'hydratation du ciment ; elle est donc accélérée par toute hausse de température. Dans les structures massives, la majeure partie du retrait endogène apparaît durant la première semaine, et se superpose au retrait thermique qui se produit quand la structure refroidit. Par comparaison au retrait de dessiccation, le retrait endogène a

[69] Charonnat Y. communication privée. LCPC. 1997.

une amplitude généralement faible (< 50% du retrait total, § 2.5.6). Cependant, contrairement au retrait endogène, le retrait de dessiccation ne crée pas de contraintes entre les différentes parties d'un élément construit en plusieurs étapes[70].

Le retrait endogène va de 0 (pour les bétons à rapport eau/ciment élevé) à plus que 300 $10^{-6}$ pour certain BHP contenant des fumées de silice. Il parvient même à provoquer des fissures dans des pièces à retrait bloqué conservées à température constante (paragraphe 5.1). Il est donc prudent de limiter le retrait endogène si l'on veut éviter les fissures dans ces bétons. On y parvient en optimisant le squelette granulaire, en réalisant un choix pertinent de ciment (paragraphe 2.5.3) ou en utilisant des mélanges ternaires de liant (paragraphe 5.3.2).

### 4.1.3 Propriétés des bétons durcis

#### Résistance à la compression

Il n'y a pas de limite inférieure pour la résistance à la compression spécifiée, puisque, dans certaines applications, le béton peut n'avoir qu'un rôle de remplissage ou un rôle d'isolation acoustique. Pour les bâtiments ordinaires, il est courant de spécifier une résistance à la compression de 20-30 MPa. Des résistances supérieures sont souvent requises dans la préfabrication industrielle, surtout pour les éléments précontraints. Pour les ponts où la fonction mécanique est primordiale, la résistance à la compression à 28 jours préconisée se situe, selon le règlement du pays, entre 30 et 80 MPa. Les valeurs plus élevées sont encore exceptionnelles et ne peuvent être atteintes au stade industriel que si des matériaux de qualité supérieure sont employés, avec une mise en œuvre appropriée.

Puisque c'est la résistance à la compression du béton durci qui est l'exigence principale pour la stabilité des structures, cette propriété doit être définie et spécifiée attentivement. Une marge de sécurité doit être prise entre la résistance désirée et la valeur moyenne obtenue dans l'étude préliminaire de laboratoire. L'ordre de grandeur raisonnable est 10-20%. Certains règlements fixent des exigences précises en tenant compte de la variation maximale de résistance du ciment que l'on peut rencontrer durant la production[71]. Pour connaître précisément la résistance à *viser* en fonction de la résistance caractéristique *spécifiée*, il est nécessaire d'évaluer le déficit de résistance attendu durant la production (paragraphe 4.5).

#### Résistance à la traction

Une résistance à la traction peut être exigée dans certaines applications où le béton n'est pas armé (comme les dalles de chaussée ou certains éléments préfabriqués) ou quand une bonne résistance à la fissuration est visée. L'essai de fendage est généralement préféré à l'essai de traction directe, car il est plus facile à exécuter et d'une meilleure répétabilité, bien qu'il surestime légèrement la résistance réelle de 5

[70] si le délai entre les couches successives n'excède pas quelques semaines.

[71] Le Fascicule 65A du Ministère de l'Equipement impose que les inégalités suivantes soient satisfaites :

$$\overline{f_c} \geq 1.1 f_{c28} \quad - \quad \overline{f_c} \geq f_{c28} + \lambda(C_E - C_{min})$$

où $\overline{f_c}$ est la résistance moyenne (obtenue durant les essais). $f_{c28}$ est la résistance en compression spécifiée, $C_E$ est la résistance du ciment employé dans les essais et $C_{min}$ la limite inférieure selon la norme du ciment.

à 12% [Neville 1995]. La résistance à la traction d'un cylindre de béton de structure peut atteindre 2 à 6-7 MPa à 28 jours. Des valeurs de l'ordre de 2,7-3,3 MPa sont généralement requises pour les bétons routiers ou d'aéroport[72]. La résistance en traction n'augmente pas beaucoup après 28 jours. Certaines baisses peuvent même se produire dans des BHP contenant des fumées de silice [de Larrard *et al.* 1996b]. Durant l'étude de formulation, le contrôle de la résistance à la traction du béton est généralement réalisé en même temps que la mesure de la résistance à la compression, car ces deux propriétés sont étroitement liées. Le rapport traction/compression peut cependant changer légèrement selon la nature des granulats (paragraphe 2.4). On peut d'ailleurs être amené à choisir un granulat pour améliorer le rapport traction/compression.

La résistance à la flexion est plus forte que la résistance au fendage. Il n'y a aucun coefficient universel pour déduire l'une de l'autre. Toutefois, pour une résistance à la compression inférieure à 50 MPa, l'ordre de grandeur de la résistance à la flexion est d'environ 4/3 de la résistance au fendage [Raphael 1984, cité par Neville 1995].

#### Module d'élasticité

Le module d'élasticité d'un béton ordinaire durci peut varier de 25 à 55 GPa. Un module élevé sera recherché si les déformations de structure doivent être limitées, comme par exemple dans certains bâtiments de grande hauteur soumis aux effets du vent. La stratégie pour accroître ce module consiste à augmenter la résistance spécifiée, à optimiser le squelette granulaire et, si les tentatives précédentes échouent, à remplacer le granulat originel par un granulat plus rigide.

A l'inverse, on peut envisager parfois de limiter le module élastique, afin de réduire les contraintes dues aux déformations empêchées. Il faut savoir toutefois que si les déformations proviennent du retrait du béton (qu'il soit endogène ou total), chaque action visant à diminuer le module élastique tend à accroître le retrait (paragraphe 2.5.7) et, parfois, à diminuer la résistance à la traction !

### 4.1.4 Propriétés du béton à long terme

#### Retrait

Le retrait dont il est question ici correspond à la déformation libre totale que l'on observe à long terme, à température constante. Un seul mécanisme est à l'origine de ce retrait[73], c'est l'abaissement de l'humidité interne. Elle peut provenir soit d'échanges avec l'environnement soit de l'autodessiccation (retrait endogène).

Le retrait ultime (endogène + dessiccation) d'un béton de structure placé à 50% d'humidité relative (H.R.) peut atteindre 300-400 à 800-1000 $10^{-6}$ et plus. Les valeurs les plus basses sont celles de BHP bien optimisés (paragraphe 5.3), alors que les valeurs les plus élevées proviennent des bétons surdosés en eau, dont le ressuage a été empêché par la présence d'agents de viscosité. A résistance égale, la nature du ciment n'a que peu d'influence sur le retrait du béton. L'optimisation du squelette granulaire et la limitation de la quantité de pâte constituent la manière la plus efficace

[72] Charonnat Y, communication privée. LCPC. 1997.
[73] à l'exception d'un possible retrait de carbonatation [Neville 1995].

pour limiter le retrait total, bien que certains adjuvants apparus récemment risquent de changer prochainement cette situation.

Pour une H.R. supérieure à 50%, le retrait total probable est globalement proportionnel à la différence entre l'humidité interne initiale et finale [Granger *et al.* 1997ab]. Les prévisions du modèle développé dans la section 2.5.6 doivent donc être multipliées par un terme égal à $100 - HR/100 - 50 = 2 - HR/50$ (où HR est l'humidité relative externe, en %).

### Fluage

La déformation de fluage dépend de divers facteurs, comme l'âge du béton au chargement et les conditions environnantes (température et humidité). Son développement est très lent. Certains auteurs prétendent même qu'il ne s'arrête jamais [Bazant *et al.* 1991-92]. En suivant la démarche adoptée au paragraphe 2.5, nous traiterons conventionnellement de la déformation de fluage qui se développe entre le chargement (à 28 jours) et 1000 jours. Dans le tableau 4.1.7, des ordres de grandeur de fluage sont donnés, calculés d'après le code français BPEL 97 [Le Roy *et al.* 1996].

*Tableau 4.1.7. Ordres de grandeur typiques des déformations de fluage après 1000 jours, pour un cylindre de 150/160 mm de diamètre.*

| **Résistance (MPa)** | **Déformation de fluage propre** ($10^{-6}$/MPa) | **Coefficient de fluage propre** | **Déformation de fluage total** (à 50% H.R. $10^{-6}$ /MPa) | **Coefficient de fluage total** (à 50% H.R.) |
|---|---|---|---|---|
| B20-B40 | 20-50 | 0,8-1,3 | 50-170 | 2,3-4,5 |
| BHP sans FS | 15-40 | 0,8-1,3 | 40-80 | 2-3 |
| BHP avec FS | 8-20 | 0,4-0,8 | 13-35 | 0,7-1,4 |

Les déformations de fluage peuvent être contrôlées selon les mêmes techniques préconisées pour le module d'élasticité. Cependant, à la différence du module d'élastcité, le fluage est sensible à la nature du liant employé pour atteindre la résistance désirée. Les fumées de silice réduisent nettement le fluage total, quelles que soient les conditions d'humidité.

### Durabilité spécifiée par des critères de performance

En plus des propriétés de gel-dégel, la durabilité du béton peut être spécifiée par une série d'essais. Une liste non exhaustive des propriétés qui peuvent être mesurées est donnée ci-après :

— perméabilité à l'eau ou au gaz ;

— absorption d'eau ;

— coefficients de diffusion de divers ions, y compris les chlorures ;

— résistivité électrique du béton durci ;

— profondeur de carbonatation après exposition au dioxyde de carbone ;

— décompte des microfissures internes après divers régimes de cure ;

— essais de réactivité alcalis – silice ;

— essais d'abrasion, etc.

Idéalement, les résultats de ces essais et la connaissance des conditions environnantes permettraient d'évaluer la durée de vie d'une structure [Schiessl *et al.* 1997]. La durée de vie spécifiée serait alors déduite des valeurs critiques fournies par ces essais de durabilité. Au stade actuel, devant le manque de recul dans ce domaine, et compte tenu de l'état incomplet des connaissances des mécanismes de dégradation du béton, la plupart des spécifications présentent les limites suivantes ;

— elles sont souvent arbitraires, et dépendantes des règlements et du pays ;

— la propriété spécifiée, qui est rarement une propriété intrinsèque du matériau, ne peut pas être prédite à partir de la formulation. Par conséquent, l'approche empirique classique par approximations successives prévaut toujours.

### Durabilité spécifiée par les proportions du mélange

Certains textes, comme la norme européenne ENV 206 ou la norme française NFP 18 305, spécifient la durabilité par une approche globale qui consiste à imposer certaines proportions du mélange. Elles définissent tout d'abord un dosage en liant équivalent, égal à la quantité de ciment Portland et d'ajouts réactifs, pondérés par un coefficient "k". Un rapport maximum "additions à prendre en compte/ciment Portland" est fixé. Les spécifications imposent généralement un dosage minimum en liant (ciment équivalent), et un rapport eau/ciment maximum. Les seuils de ces rapports sont fixés par référence à l'environnement dans lequel la structure sera placée.

Une teneur minimale en fines (d < 75-80 μm) est physiquement nécessaire pour empêcher un ressuage excessif et/ou une ségrégation importante (paragraphe 2.1.5). Mais, selon l'opinion de l'auteur, imposer qu'une majorité de ces fines soient du ciment résulte plus du lobby des cimentiers que d'une volonté d'obtenir un meilleur béton. Day a montré comment, en imposant un dosage minimum en *ciment*, le producteur renonce naturellement à rechercher un béton économique plus optimisé, d'écart type plus réduit [Day 1995].

Le rapport eau/*ciment* (Portland) pourrait être un bon indicateur de la vitesse de carbonatation [Rollet *et al.* 1992], surtout pour les mélanges contenant des pouzzolanes. Mais les rapports eau/liant ou eau/ciment équivalent sont plus fréquents dans les cahiers des charges. Prescrire un rapport maximum eau/liant revient plus ou moins à imposer une résistance à la compression minimale. La résistance à la compression est cependant sensible aux variations des paramètres secondaires, comme la résistance du ciment, la réactivité des pouzzolanes ou la liaison pâte/granulat (qui est fonction de la propreté des granulats). Ces paramètres influent aussi sur la durabilité, mais ils ne sont pas pris en compte dans le rapport eau/liant. De plus, le rapport eau/liant nécessite de connaître la quantité exacte d'eau dans le béton frais ; or il n'existe aujourd'hui aucune méthode réellement fiable pour la déterminer.

Le rapport maximum addition/ciment à prendre en compte est souvent justifié scientifiquement par le fait qu'une trop forte proportion de pouzzolanes risque de laisser une trop faible quantité de portlandite dans le béton durci, pour prévenir la corrosion des aciers. Cette crainte semble cependant être plus une chimère qu'un risque réel, sauf pour les mélanges de résistance normale contenant plus de 20-25% de fumées de silice exprimées en proportion du poids de ciment [Wiens *et al.* 1995].

Enfin, la suggestion de Day [Day 1995], qui propose que la résistance minimale à la compression dépende des conditions environnementales, semble une voie intéressante pour assurer un niveau optimum de qualité et de durabilité. Cette approche créerait un lien entre résistance et durabilité (paragraphe 2.6). Elle pourrait être complétée par une exigence de résistance minimale à la fin de la période de cure (au décoffrage le plus souvent) pour éviter une carbonatation trop rapide. Cette approche tendrait finalement à promouvoir un comportement responsable de tous les partenaires, et permettrait l'emploi rationnel des ressources disponibles.

#### Durabilité spécifiée par la sélection de constituants

Si le béton doit être placé dans un environnement agressif, il est nécessaire de définir la qualité des constituants utilisés. Dans un climat froid, des granulats résistant au gel-dégel sont imposés. Dans un environnement marin, seuls quelques ciments Portland peuvent être utilisés, car ils respectent certaines spécifications relatives à leur composition chimique (taux de $C_3A$, alcalis, etc.). Ces spécifications sont incluses dans les normes nationales ; elles ne seront donc pas plus détaillées dans ce livre.

### 4.1.5 Quelques règles pour fixer une liste de spécifications

Il est utile maintenant d'énoncer une série de sept règles à toujours prendre en compte au moment de la formulation pratique des mélanges.

**Règle N°1 : se référer aux règlements et aux normes pertinentes**
Les règlements qui s'appliquent dans une étude de formulation peuvent concerner soit les bétons à fabriquer, soit les matériaux utilisés. Pour ces derniers, les normes s'appliquent souvent implicitement mais, dans certains pays ou contextes spécifiques, elles peuvent parfois être d'application obligatoire.

**Règle N°2 : consulter chaque partenaire impliqué dans la construction**
Ils peuvent être :

— les fournisseurs de matériaux (les constituants choisis sont-ils les plus appropriés pour cet usage ? Seront-ils disponibles pour la durée entière du chantier ?)

— le producteur de béton (est-il capable de produire le mélange désiré, avec une organisation et un contrôle de qualité pertinents ?)

— le transporteur (la durée accordée après la mesure de l'affaissement est-elle suffisante ? Le béton doit-il être pompé ? Si oui, avec quelle installation ?)

— l'entrepreneur (les exigences traitant du béton frais et de ses propriétés au jeune âge correspondent-elles à ses propres moyens et à son organisation ?)

— le Maître d'Œuvre (le plan d'assurance qualité est-il approprié pour le mélange qui doit être utilisé ?)

— le bureau d'études (les propriétés mécaniques sont-elles bien spécifiées vis-à-vis du calcul de la structure, à toutes les étapes de construction ?)

— le Maître de l'Ouvrage (les exigences de durabilité sont-elles assez strictes pour assurer une durée de vie suffisante ? L'environnement de la structure a-t-il été pris en compte dans les prévisions de durabilité?)

— l'architecte (les bétons produits auront-ils réellement des parements satisfaisants, avec la couleur et l'homogénéité requises ?). etc.

**Règle N°3 : vérifier attentivement chaque étape de l'utilisation du béton ou de la** structure, à la lumière des expériences passées**.**
Ce point correspond aux recommandations données aux paragraphes 4.1.1 à 4.1.4.

**Règle N°4 : ne pas établir des spécifications non réalistes**
Si un temps suffisamment long (six mois ou plus) est accordé pour l'étude, des spécifications alternatives peuvent être étudiées pour être proposées en cas de problème. On peut même tenter d'atteindre des performances exceptionnelles. Mais, dans le cas contraire, il faut tirer parti de l'expérience locale pour préciser les propriétés qu'il est possible d'atteindre. A contrario, il est encore courant de voir des prescripteurs ne pas oser demander des bétons à hautes performances à cause d'une carence présumée en granulats locaux. Pourtant, avec les adjuvants et les ciments modernes, il est maintenant exceptionnel de ne pas pouvoir disposer d'une formule de BHP de résistance dépassant 60 MPa à 28 jours, du moins dans les pays industrialisés.

**Règle N°5 : ne pas établir un conflit de spécifications**
Les entrepreneurs demandent généralement une résistance précoce, pour pouvoir décoffrer rapidement. Mais cette exigence est incompatible avec la nécessité d'une période dormante prolongée, qui offre au demeurant plus de liberté dans l'organisation des travaux, et allège la pression sur les équipes de travail en cas de bétonnage par temps chaud. De même, une résistance précoce signifie souvent un dosage supérieur en ciment ou un ciment à durcissement plus rapide, qui sont autant des facteurs aggravants pour la fissuration.

**Règle N°6 : ne pas changer les spécifications durant l'étude de formulation**
Un tel problème peut se produire quand l'étude de la structure et l'étude de la formule sont exécutées en parallèle (il est évidemment préférable d'exécuter la première avant la seconde). Les essais doivent alors être retardés ; les résultats seront plus longs à obtenir et ils seront plus coûteux. Cependant, grâce à l'approche proposée dans ce livre, une large variété de bétons peut être formulée rapidement, sitôt que les caractéristiques des matériaux ont été dûment déterminées (première étape de l'étude).

**Règle N°7 : commencer suffisamment tôt l'étude de la formulation**
En l'absence d'essai accéléré de résistance à la compression, toute étude de formulation demande une durée incompressible de 5 à 6 semaines. Si des essais de durabilité sont demandés, la durée d'étude augmente de plusieurs mois. Si des essais de fluage sont demandés, l'étude devrait durer au moins six mois pour qu'une extrapolation fiable soit possible.

## 4.2 Solution au problème de la formulation

Dans ce paragraphe, nous allons montrer comment les modèles développés au chapitre 2 peuvent être utilisés pour formuler un béton. Plutôt que d'énoncer certains principes arbitraires qui permettent de trouver une composition théorique, nous démontrerons qu'une optimisation strictement mathématique conduit au mélange optimum, la seule erreur venant de la précision des modèles employés pour prédire les propriétés du béton.

Nous utiliserons tout d'abord quelques modèles simples pour résoudre de façon analytique le problème fondamental. Cela permettra de proposer une série de règles de formulation, dont la plupart sont bien connues des praticiens compétents, mais rarement démontrées de façon rationnelle. Certaines de ces règles seront discutées en détail en utilisant des modèles plus raffinés, intégrés dans un logiciel spécifique. Enfin, nous montrerons comment il est possible de tirer un avantage maximum des connaissances fournies par les modèles, au fur et à mesure de la prise en compte des données générées par la fabrication des gâchées expérimentales.

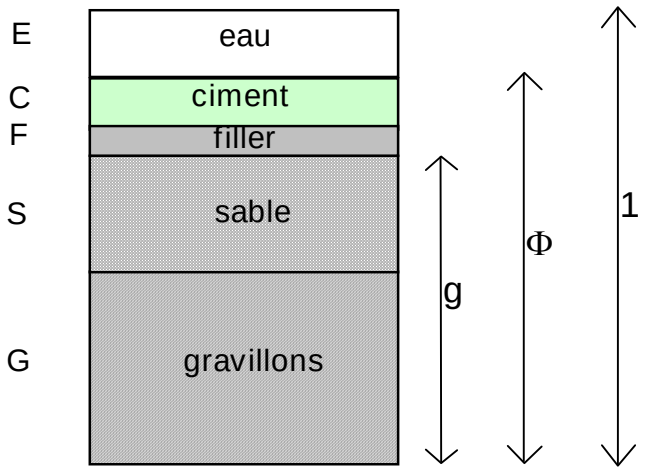



*Fig. 4.2.1. Symboles pour la composition d'un volume unité de béton.*

### 4.2.1 Solution analytique et relations générales

Les mélanges considérés dans cette section sont fabriqués avec au maximum six matériaux :

— un gravillon (de volume G, dans l'unité de volume de béton)

— un sable (S)

— un ciment (C)

— un filler inerte[74] ayant la même taille que le ciment (F)

— de l'eau (E)

— un plastifiant (de volume P, par unité de volume de ciment).

[74] par inerte, on entend que le filler n'a pas d'effet sur la résistance à la compression du béton, même si l'on a vu au paragraphe 2.3 que ce n'est jamais le cas.

Aucune hypothèse n'est faite sur la nature du plastifiant, qui peut être un *superplastifiant*. Les volumes d'air et d'adjuvant seront négligés dans les formules (figure 4.2.1).

Les développements qui suivent sont supposés valides quel que soit le type de mélange hydraulique, de consistance courante, réalisé avec cet ensemble de constituants (en excluant les mélanges trop secs ou trop fluides).

### Modèles simplifiés décrivant les propriétés des bétons

Tous les modèles de résistance présentés au paragraphe 2.3.2 montrent que le premier paramètre qui contrôle la résistance à la compression du béton est la concentration en ciment dans la matrice, communément exprimée par le rapport eau/ciment (en masse). Comme ce terme est proportionnel au rapport Eau/Ciment en volume, nous pouvons adopter le modèle suivant pour la résistance en compression :

$$f_c = \varphi(E/C) \tag{4.2.1}$$

où $\varphi$ est une fonction décroissante du rapport E/C. $f_c$ est la résistance en compression à un âge donné.

Pour la maniabilité, nous utiliserons l'un ou l'autre des deux modèles suivants. Dans le *modèle pâte/granulat*, la viscosité apparente est donnée par :

$$\eta_a = \Psi_1(P, E/C).\Psi_2(g/g^*) \tag{4.2.2}$$

qui est une forme généralisée de l'équation 2.1.29. $\eta_a$ est la viscosité apparente, $\Psi_1$ est une fonction décroissant des deux variables, et $\Psi_2$ une fonction croissante du rapport g/g*, avec $\Psi_2(0)=1$. g est le volume de granulat par unité de volume de béton. g* est la compacité du granulat (empilé séparément).

Le modèle de concentration solide est de la forme suivante (selon les équations 2.1.27 et 2.1.28) :

$$\eta_a = \Psi_3(P).\Psi_4(\Phi/\Phi^*) \tag{4.2.3}$$

$\Psi_3$ est une fonction décroissant du contenu en plastifiant. $\Psi_4$ est une fonction croissante de $\Phi/\Phi^*$, où $\Phi$ est le volume solide total dans l'unité de volume de béton, et $\Phi^*$ la compacité des matériaux secs (ciment et filler compris).

### Solution au problème de base de la formulation

Dans ce paragraphe, nous supposerons que ni filler, ni plastifiant ne sont utilisés. Les spécifications sont réduites à une viscosité apparente $\eta_a$ et à une résistance à la compression $f_c$. Nous utiliserons, dans le cas général, le modèle de résistance (équation 4.2.1) et, pour la viscosité, le modèle pâte/granulat (équation 4.2.2). Comme critère d'optimisation, nous supposerons que le mélange le plus économique est celui qui contient le moins de ciment. Comme le coût d'une masse unité de ciment est d'environ dix fois supérieur à une masse équivalente de granulat, cette approche paraît acceptable.

En inversant l'équation 4.2.1, nous avons :

$$E/C = \varphi^{-1}(f_c) \tag{4.2.4}$$

où $\varphi^{-1}$ est la fonction inverse de $\varphi$, laquelle est une fonction décroissante de la résistance.

En inversant l'équation 4.2.2, et en remplaçant le rapport E/C par sa valeur tirée de l'équation 4.2.4, nous avons :

$$g = g^* . \Psi_2^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_1\left(0, \varphi^{-1}\left[f_c\right]\right)}\right] \tag{4.2.5}$$

L'équation en volume signifie que le volume total de la gâchée est égal à l'unité, c'est-à-dire :

$$E + C + S + G = E + C + g = 1 \tag{4.2.6}$$

De cette équation, la teneur en ciment est calculée de la façon suivante :

$$C\left(1 + E/C\right) + g = 1 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1 - g}{1 + E/C} \tag{4.2.7}$$

En remplaçant respectivement le volume de granulat et le rapport E/C par leur expression tirée des équations 4.2.4 et 4.2.5, nous obtenons :

$$C = \frac{1 - g^* . \Psi_2^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_1\left(0, \varphi^{-1}\left[f_c\right]\right)}\right]}{1 + \varphi^{-1}\left(f_c\right)} \tag{4.2.8}$$

La compacité granulaire g* est contrôlée par les proportions respectives de sable et de gravillon (paragraphe 1.4.2). La forme générale de la courbe est présentée sur la figure 4.2.2. $g^*_{max}$ est la valeur maximale de g*. *x* est le rapport optimum entre gravillon et sable. Ces deux paramètres dépendent des granulats, et ils peuvent être déterminés chacun par des tests ou en utilisant des modèles comme le MEC (décrit au chapitre 1).

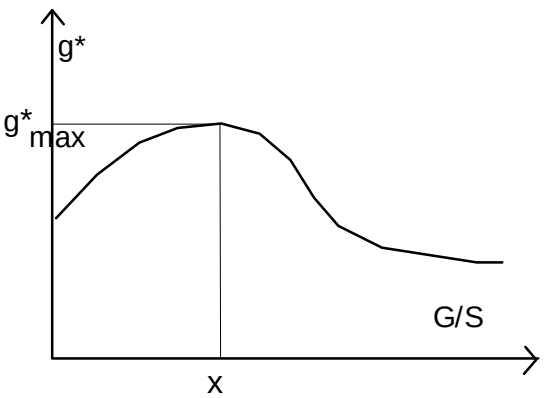



*Fig. 4.2.2. Relation entre compacité granulaire et rapport gravillon / sable.*

Achevons maintenant la résolution du problème. Puisque nous voulons minimiser la teneur en ciment, il est clair, d'après l'équation 4.2.8, que nous devons maximiser la compacité granulaire, ce qui revient à fixer la valeur *x* du rapport gravillon/sable. L'optimum de la formule est donné par les équations qui suivent. Pour la quantité de ciment, il suffit de remplacer, dans l'équation 4.2.8, g* par sa valeur maximale, ce qui donne :

$$C = \frac{1 - g_{max}^{*} . \Psi_2^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_1\left(0, \varphi^{-1}\left[f_c\right]\right)}\right]}{1 + \varphi^{-1}\left(f_c\right)} \tag{4.2.9}$$

Pour obtenir la quantité d'eau, le dosage en ciment est multiplié par le rapport E/C, tiré de l'équation 4.2.4 :

$$E = \frac{\varphi^{-1}\left(f_c\right)}{\left[1 + \varphi^{-1}\left(f_c\right)\right]} . \left(1 - g_{max}^{*} . \Psi_2^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_1\left(0, \varphi^{-1}\left[f_c\right]\right)}\right]\right) \tag{4.2.10}$$

Le volume g de granulat est trouvé en remplaçant g* par $g^*_{max}$ dans l'équation 4.2.5. Comme la somme "sable + gravillon" est égal à g, nous avons alors, pour le volume de sable :

$$S = \frac{g_{max}^{*}}{\left(1 + x\right)} . \Psi_2^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_1\left(0, \varphi^{-1}\left[f_c\right]\right)}\right] \tag{4.2.11}$$

et, pour le volume de gravillon, en multipliant simplement cette relation par *x* (le rapport optimum gravillon/sable) :

$$G = \frac{x . g_{max}^{*}}{\left(1 + x\right)} . \Psi_2^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_1\left(0, \varphi^{-1}\left[f_c\right]\right)}\right] \tag{4.2.12}$$

Toutes les propriétés spécifiées sont ainsi atteintes au coût minimum.

### Quelques règles pour les bétons non adjuvantés

Donnons maintenant quelques règles utiles à la compréhension du comportement du "système béton". Les 10 premières règles sont démontrées grâce à la théorie développée précédemment, pour des bétons réalisés à partir d'une même source granulaire (deux granulats), de ciment et d'eau.

**Règle N°1**. *Les proportions respectives de granulats dans un béton optimisé maximisent la compacité du squelette granulaire. Elles ne dépendent ni de l'ouvrabilité, ni de la résistance spécifiée.*

C'est une conséquence directe des calculs précédents. Cette règle est encore valide quel que soit le nombre de granulats (qui peut atteindre quatre ou cinq dans certaines applications).

**Règle N°2**. *Le coût d'un béton optimisé est une fonction croissante de l'ouvrabilité et de la résistance.*

Pour démontrer cette règle, référons-nous à l'équation 4.2.9, qui est :

$$C = \frac{1 - g_{max}^{*} . \Psi_2^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_1\left(0, \varphi^{-1}\left[f_c\right]\right)}\right]}{1 + \varphi^{-1}\left(f_c\right)}$$

Quand la maniabilité spécifiée augmente, la viscosité apparentes diminue. Ainsi, le terme $\Psi_2^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_1\left(0, \varphi^{-1}\left[f_c\right]\right)}\right]$ diminue (puisque $\Psi_2^{-1}$ est une fonction décroissante, étant l'inverse d'une fonction croissante), et le volume de ciment augmente.

De même, quand la résistance augment, $\varphi^{-1}[f_c]$ diminue (puisque $\varphi^{-1}$ est une fonction décroissante, étant l'inverse d'une fonction croissante). Le dénominateur dans l'équation du ciment diminue alors. Par contre, le terme $\Psi_2^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_1\left(0,\varphi^{-1}[f_c]\right)}\right]$ diminue si le numérateur dans l'équation du ciment augmente. Finalement, le volume de ciment C ne peut qu'augmenter. Comme nous avons supposé que le coût unitaire du béton est fonction du dosage en ciment, la règle est démontrée.

**Règle N°3**. *L'optimum des proportions granulaires peut être trouvé expérimentalement ; il correspond au maximum d'ouvrabilité pour des dosages constants en ciment et en eau.*

Rappelons l'équation 4.2.2, qui exprime la viscosité apparente du mélange :

$$\eta_a = \Psi_1(P, E/C).\Psi_2(g/g^*)$$

A partir de toute composition initiale, si les dosages en ciment et en eau sont gardés constants et si les proportions respectives des granulats sont modifiées, seul le terme g* peut varier (car g=1-E-C). La plus faible viscosité apparente, qui correspond à la maniabilité optimale, sera alors obtenue pour la valeur maximale de g*. Cette règle constitue le fondement de la méthode "Baron-Lesage" [Baron et Lesage 1976] (paragraphe 4.6.4).

**Règle N°4**. *Pour une maniabilité et une résistance en compression spécifiées, le béton le moins cher aura la plus faible quantité d'eau possible à l'état frais.*

Le béton le moins cher est supposé contenir le moins de ciment. Comme le rapport E/C est déterminée par la résistance spécifiée, la quantité d'eau sera aussi minimale.

**Règle N°5**. *Pour une maniabilité et une résistance en compression spécifiées, le béton le moins cher sera le moins ségrégeable (dans un volume infini).*

Si l'on suppose que la séparation entre les classes granulaires est le mode de ségrégation le plus courant, on a vu, au paragraphe 1.5.1 (cas N°2), que les proportions granulaires qui donnent la compacité maximale minimisent aussi le risque de ségrégation, soit du granulat fin, soit du gros granulat.

**Règle N°6**. *Pour une maniabilité et une résistance en compression spécifiées, le béton le moins cher présentera la plus faible déformabilité et une moindre chaleur d'hydratation.*

Par "la plus faible déformabilité", on entend que le béton aura le plus haut module d'élasticité, le minimum de fluage et un moindre retrait.

Référons-nous, pour la maniabilité, au modèle pâte/granulat de l'équation 4.2.2 :

$$\eta_a = \Psi_1(P, E/C).\Psi_2(g/g^*)$$

et rappelons encore que la résistance spécifiée fixe la rapport E/C. Alors, pour des bétons ayant même résistance et même maniabilité, les seuls paramètres libres sont g et g*, leur rapport étant fixé par l'équation précédente. D'après le modèle trisphère, qui permet d'évaluer les propriétés de déformabilité, le volume *total* des deux phases intérieures est figé et égal à g/g* (figure 4.2.3).

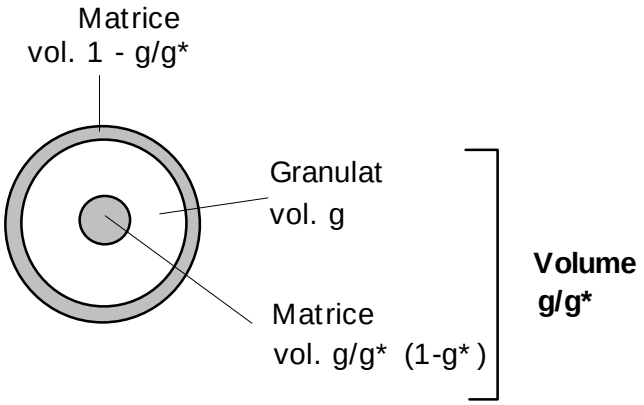



*Fig. 4.2.3. Modèle trisphère pour le calcul des propriétés de déformabilité.*

De plus, le rapport du volume interne de la matrice par le volume du granulat est égal à $\frac{1-g*}{g*}$ qui est une fonction décroissante de la compacité granulaire g*. Donc, si l'on veut minimiser le coût du béton, on doit maximiser g*, ce qui revient à minimiser le volume de la matrice interne à la sphère, le reste de la géométrie étant constant. Ce procédé minimise alors la déformabilité de la triple sphère[75], ce qui démontre la première partie de cette règle.

En ce qui concerne la chaleur d'hydratation, on a vu que la chaleur totale produite durant l'hydratation est proportionnelle à la quantité de ciment, à rapport E/C constant. Alors, en minimisant la quantité de ciment, on diminue la chaleur d'hydratation.

**Règle N°7**. *Pour une source donnée de granulat, plus la taille maximale du granulat ($D_{max}$) sera élevée, plus les mélanges optimisés seront économiques et indéformables, à spécifications égales*.

D'après l'équation 4.2.9, le volume de ciment dans le mélange optimisé apparaît comme une fonction décroissante de la compacité granulaire optimale $g_{max}$*. Nous avons vu au chapitre 1 (paragraphe 1.4.4) que l'accroissement de l'étendue d'un mélange granulaire optimisé tend à augmenter sa compacité optimale. Comme l'augmentation de $D_{max}$ accroît l'étendue granulaire, on voit que le dosage en ciment et le coût tendront à baisser quand $D_{max}$ augmente. Pour la dernière partie de la règle, nous avons vu dans la démonstration de la règle précédente que l'accroissement de $g_{max}$*, à résistance et maniabilité égales, tend à diminuer le volume de la phase centrale dans le modèle trisphère, réduisant alors la déformabilité générale du composite. Donc, la présente règle est encore démontrée.

Une conséquence de cette règle est qu'un mortier sera toujours plus coûteux et "déformable" qu'un béton ayant la même maniabilité et la même résistance.

**Règle N°8**. *A maniabilité constante, un accroissement de la résistance spécifiée conduit à un accroissement du volume de pâte*.

En effet, d'après l'équation 4.2.5, le volume de granulat dans un béton optimisé est

[75] si l'on admet que la matrice est plus déformable que le granulat.

$$g = g_{max}^{*} . \Psi_2^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_1\left(0, \varphi^{-1}\left[f_c\right]\right)}\right] \tag{4.2.13}$$

Dans la démonstration de la règle 2, nous avons vu que quand la résistance augmente, le terme $\Psi_2^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_1\left(0, \varphi^{-1}\left[f_c\right]\right)}\right]$ diminue, tandis que $g_{max}^{*}$ reste constante (car elle est caractéristique du granulat). Donc, le volume de granulat diminue, et le volume de pâte augmente.

**Règle N°9**. *A maniabilité constante, la résistance maximale est atteinte avec une pâte pure de ciment*.

Rappelons tout d'abord que toutes les équations fondamentales s'appliquent à la pâte pure de ciment, pour laquelle g=0. Alors, si un béton, pour lequel g > 0, avait une résistance supérieure à celle de la pâte de ciment, cela contredirait la règle précédente. Donc, la résistance maximale ne peut être atteinte qu'avec la pâte pure.

Pour le lecteur qui voudrait vérifier cette règle par l'expérience, il faut rappeler que la détermination précise de la résistance à la compression de la pâte de ciment demande un certain nombre de précautions expérimentales (énumérées au paragraphe 2.3.1).

**Règle N°10**. *A maniabilité constante, un accroissement de la résistance spécifiée conduit à une variation non monotone de la demande en eau : elle diminue tout d'abord, passe par un minimum et augmente ensuite.*

Pour démontrer cette règle, nous devons utiliser le second modèle de maniabilité (*modèle de concentration solide*). En inversant l'équation 4.2.3, nous obtenons :

$$\Phi = \Phi^{*} . \Psi_4^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_3\left(P\right)}\right] \tag{4.2.14}$$

Par ailleurs, l'équilibre des volumes donne l'équation suivante (figure 4.2.1) :

$$E + \Phi = 1 \tag{4.2.15}$$

De ces deux équations, nous pouvons calculer la quantité d'eau :

$$E = 1 - \Phi^{*} . \Psi_4^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_3\left(P\right)}\right] \tag{4.2.16}$$

D'après le chapitre 1, nous savons que si le granulat a été optimisé, le volume solide des matériaux $\Phi^{*}$ est contrôlé par le rapport granulat/ciment. La relation entre ces deux paramètres est analogue à celle existant entre la compacité granulaire et le rapport gravillon/sable (figure 4.2.4).

D'après les règles 1 et 8, nous savons maintenant que lorsque la résistance spécifiée augmente, le dosage en ciment C augmente et le volume granulaire g diminue. Donc, le rapport granulat/ciment diminue, et la courbe de la figure 4.2.4 est parcourue de droite à gauche. Le volume solide augmente alors jusqu'à un maximum $\Phi^{*}_{max}$, puis diminue ensuite jusqu'à la valeur du ciment. L'évolution du volume d'eau est exactement inverse à celle de $\Phi^{*}$, à cause du signe négatif dans l'équation 4.2.16.

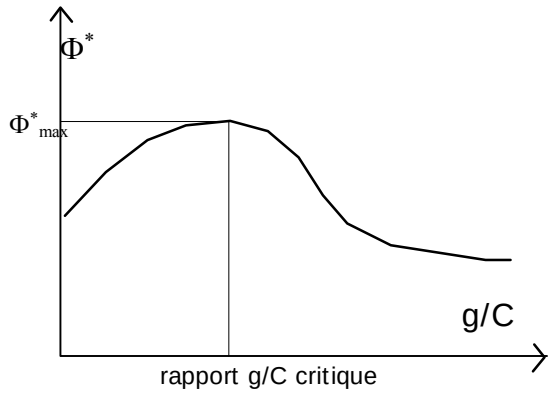



*Fig. 4.2.4. Relation entre le volume solide et le rapport granulat/ciment*

**Règle N°11**. *A maniabilité constante, la demande en eau est minimale pour un dosage donné en ciment, correspondant à un rapport critique granulat/ciment. Ce rapport ne dépend pas de la valeur de maniabilité*.

La validité de cette assertion apparaît sur la figure 4.2.4.

**Règle N°12**. *A maniabilité constante spécifiée, si la résistance spécifiée est inférieure à un seuil donné, il est bénéfique d'ajouter un filler inerte au mélange*.

Introduisons ce nouveau composant dans le système, et réécrivons les équations fondamentales. Nous avons deux équations d'équilibre du volume plus deux autres traitant des propriétés spécifiées. L'équation de résistance reste inchangée, étant donné que le filler est supposé inerte. Comme dans le cas de la règle précédente, on retiendra le modèle de concentration solide pour décrire la maniabilité.

$$1 = E + \Phi \tag{4.2.17}$$

$$\Phi = C + F + g \tag{4.2.18}$$

$$f_c = \varphi(E/C) \tag{4.2.19}$$

$$\eta_a = \Psi_3(P).\Psi_4(\Phi / \Phi^*) \tag{4.2.20}$$

En combinant ces équations, le dosage de ciment devient :

$$C = \frac{1 - \Phi^*.\Psi_4^{-1}\left[\dfrac{\eta_a}{\Psi_3(P)}\right]}{\varphi^{-1}(f_c)} \tag{4.2.21}$$

Si les mêmes spécifications sont gardées, le dosage en ciment n'évolue que si le volume solide $\Phi^*$ évolue. Ce paramètre est contrôlé maintenant par le rapport granulat/fines, et le volume de fines comprend à la fois le ciment et le filler (figure 4.2.5).

Alors, si le béton initial (sans filler) a un rapport granulat/ciment supérieur à X, le fait d'ajouter un filler dans la formule permet au volume solide de matière $\Phi^*$ d'augmenter jusqu'à sa valeur maximale possible $\Phi_{max}^*$ (figure 4.2.5). D'après les équations 4.2.21 et 4.2.17, il est clair que ce procédé tend à diminuer à la fois le volume d'eau et le volume de ciment. Le béton final est donc plus économique que le béton initial (si le coût unitaire du filler est négligeable). De plus, comme le volume solide est le plus élevé possible, le risque de ségrégation est minimisé.

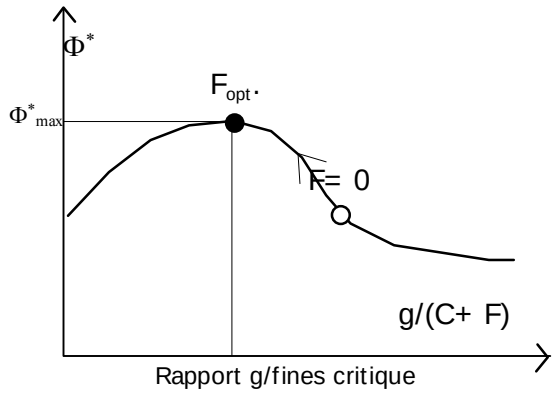



*Fig. 4.2.5. Relation entre le volume solide et le rapport granulat/fines*

### Règles additionnelles s'appliquant lorsqu'un plastifiant est ajouté

**Règle N°13**. *Toutes les règles démontrées pour les mélanges non plastifiés s'appliquent aussi quand un plastifiant est ajouté à un pourcentage donné de la quantité de ciment. En particulier, les proportions granulaires optimales restent inchangées.*

Pour cela, il suffit de remarquer que toutes les démonstrations des règles 1 à 12 restent valides avec une valeur non nulle pour P. De plus, comme le rapport plastifiant/ciment reste constant, il est toujours licite de minimiser la quantité de ciment pour avoir le mélange plus économique.

**Règle N°14**. *L'addition de plastifiant réduit à la fois la demande en ciment et en eau, à maniabilité et résistance spécifiées constantes.*

D'après les développements précédents (utilisant le modèle pâte/granulat pour la maniabilité), nous avons :

$$C = \frac{1 - g_{max}^{*}.\Psi_2^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_1\left(P, \varphi^{-1}[f_c]\right)}\right]}{1 + \varphi^{-1}(f_c)} \tag{4.2.22}$$

$$E = \frac{\varphi^{-1}(f_c)}{\left[1 + \varphi^{-1}(f_c)\right]}.\left(1 - g_{max}^{*}.\Psi_2^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_1\left(P, \varphi^{-1}[f_c]\right)}\right]\right) \tag{4.2.23}$$

$\Psi_1$ est une fonction décroissant de P. Rappelons que $\Psi_2$ et $\Psi_2^{-1}$ sont par contre des fonctions croissantes. Enfin, quand un plastifiant est ajouté dans le système, l'effet sur les différents termes est le suivant :

$$P \uparrow$$

$$\Rightarrow \Psi_1\left(P, \varphi^{-1}[f_c]\right) \downarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\eta_a}{\Psi_1\left(P, \varphi^{-1}[f_c]\right)} \uparrow$$

$$\Rightarrow \Psi_2^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_1\left(P, \varphi^{-1}[f_c]\right)}\right] \uparrow$$

$$\Rightarrow -g_{max}^{*}.\Psi_2^{-1}\left[\frac{\eta_a}{\Psi_1\left(P,\varphi^{-1}\left[f_c\right]\right)}\right]\downarrow$$

$$\Rightarrow C\downarrow, E\downarrow$$

Notons que le coût du béton ne diminue que si la réduction en ciment n'est pas grevée par le coût supplémentaire du plastifiant.

**Règle N°15**. *L'addition de plastifiant réduit la chaleur d'hydratation et la déformabilité, à maniabilité et résistance constantes.*

L'effet sur la chaleur d'hydratation est plutôt évident, puisque la quantité de ciment est réduite, à rapport E/C constant. En ce qui concerne la déformabilité du béton, nous nous référerons à la figure 4.2.3. Le fait d'ajouter un plastifiant tend à accroître le volume g de granulat, à g* constant. La couche externe diminue alors, la phase granulaire augmente et la phase matricielle interne augmente proportionnellement à la phase granulaire. La déformabilité des deux sphères intérieures combinées restent donc constante. Par conséquent, si le système est analysé comme l'association d'une phase composite (les 2 couches internes) et d'une phase matrice (la couche externe), la proportion de la phase matrice est réduite, alors que la déformabilité spécifique des deux phases reste constante. Il est alors clair que le déformabilité du système entier diminue.

**Règle N°16**. *L'addition de plastifiant conduit à un rapport critique granulat/ciment plus bas*.

Le rapport critique granulat/ciment correspond à la quantité de ciment qui remplit le mieux la porosité entre les grains. Comme montré au paragraphe 2.1, le plastifiant accroît le volume solide du ciment, permettant ainsi d'insérer plus de ciment entre les grains du granulat. Donc, le rapport granulat/ciment est plus faible.

**Règle N°17**. *La résistance en dessous de laquelle il est bénéfique d'ajouter un filler inerte est plus élevée en présence d'un plastifiant*.

Ce seuil est atteint quand le volume solide est égal à sa valeur maximale $\Phi_{max}$*, pour le rapport critique granulat/ciment. Il est alors facile de calculer le rapport E/C :

$$E = 1 - \Phi_{max}^{*}$$

$$C + g = \Phi_{max}^{*}$$

$$\Rightarrow C = \frac{\Phi_{max}^{*}}{1 + g/C}$$

alors,

$$E/C = \frac{\left(1 - \Phi_{max}^{*}\right)}{\Phi_{max}^{*}}\left(1 + g/C\right) \qquad (4.2.24)$$

Nous avons vu, en démontrant la règle précédente, qu'une addition de plastifiant tend à accroître $\Phi_{max}$* et à diminuer g/C. Il est alors clair, d'après l'équation 4.2.4, que le rapport E/C ne peut que diminuer, et la résistance augmenter, pour le rapport critique granulat/ciment.

Une conséquence pratique de cette règle est la suivante. Si l'on utilise un plastifiant, à un dosage significatif, pour des bétons de faible résistance, il est intéressant de combiner aussi le plastifiant avec une addition (paragraphe 4.4).

### 4.2.2 Solution numérique - discussion des relations précédentes

Dans cette section, certaines règles démontrées au paragraphe 4.2.1 vont être discutées plus en détail, grâce aux modèles spécifiques développés au chapitre 2. Les autres règles, non reprises ici, restes valides, comme le confirme l'expérience pratique de l'auteur ou les nombreux résultats de simulations numériques.

Toutes les simulations présentées dans cette section ont été réalisées avec les constituants de référence suivants :

— un gravillon calcaire concassé (deux tranches de tailles 5/12,5 et 12,5/20 mm) ;

— un sable de rivière (0/4 mm) ;

— un sable correcteur (0/0,4mm). Le coût unitaire de ces granulats a été pris égal à 50 FF/t ;

— un ciment CEM I 52,5 ayant une résistance en compression à 28 jours de 64 MPa et un taux modéré en aluminate tricalcique de 5% (coût unitaire : 500 FF/t) ;

— de l'eau (coût unitaire : 5 FF/t).

Dans certains mélanges, les constituants supplémentaires ci-dessous ont été utilisés :

— un filler calcaire de surface spécifique 400 $m^2$/kg (coût unitaire : 100 FF/t) ;

— un superplastifiant de type mélamine (coût unitaire par kg d'extrait sec : 20 FF) ;

— une fumée de silice livrée sous forme densifiée (coût unitaire : 1.500 FF/t).

Un coût de fabrication de 200 FF/$m^3$ a été retenu pour le calcul du prix d'un volume unité de béton, quel que soit le type de mélange. Notons encore, dans la plage de résistance des bétons ordinaires, que le gravillon a des caractéristiques mécaniques (en termes de coefficients p et q, paragraphe 2.3.4) meilleures que celles du sable de Seine. Ce n'est pas une caractéristique générale, mais seulement une singularité des matériaux utilisés dans les simulations.

Rappelons maintenant la première règle.

**Règle N°18**. *Les proportions respectives de granulats dans un béton optimisé maximisent la compacité du squelette minéral. Elles ne dépendent ni de l'ouvrabilité, ni de la résistance spécifiée.*

La question est de savoir s'il existe un optimum granulaire unique avec un ensemble de granulats donnés, comme cela est apparu avec les modèles simplifiés pour la maniabilité et la résistance. Ce problème a été analysé en réalisant une série de simulations avec les modèles plus raffinés. Le ciment et l'eau efficace ont été gardé constants et le rapport gravillon/sable a varié de 1,0 à 3,5. L'affaissement calculé a évolué de 0 à 16 cm. Les résultats des simulations sont donnés dans la figure 4.2.6.

Ces résultats s'opposent à la règle de Lyse, car des valeurs très différentes d'affaissement sont obtenues avec la même quantité d'eau (paragraphe 2.1.8). Cette règle n'est donc valide que dans une plage limitée de rapports granulaires.

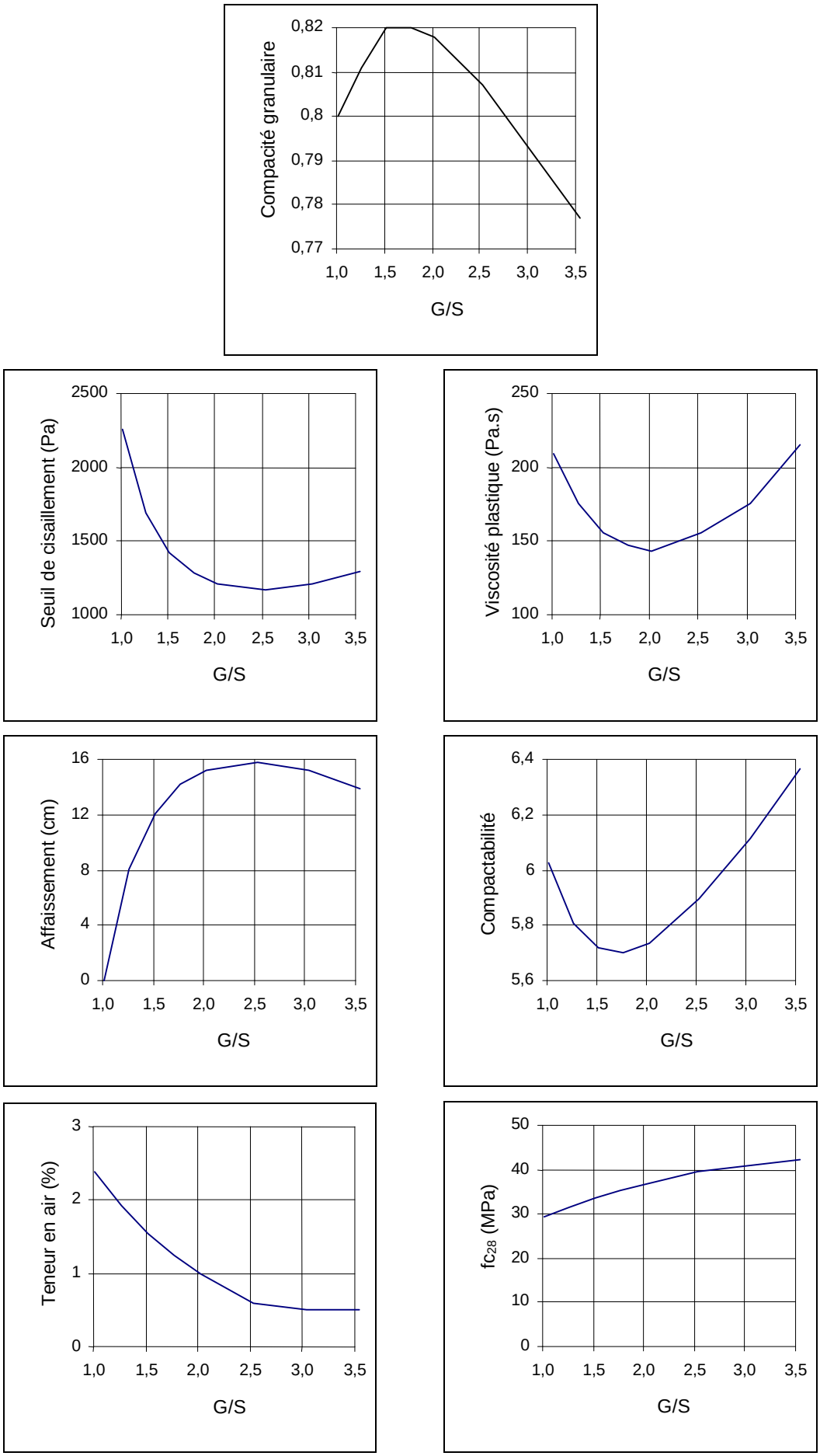



*Fig. 4.2.6. Effet du rapport gravillon/sable dans un béton ayant une quantité de ciment de 350 kg/m$^3$ et un rapport eau/ciment de 0,56 (simulations).*

Le rapport G/S donnant la meilleure compacité granulaire est d'environ 1,75. C'est aussi celui qui correspond à la compactabilité maximale du béton. Toutefois, la viscosité plastique minimale est atteinte pour un rapport de 2, et le seuil de cisaillement minimum pour un rapport supérieur (2,5). Le déplacement du rapport G/S optimum est lié ici au fait que c'est le "béton essoré" qui est considéré dans les calculs de compacité ($\Phi^*$ dans l'équation 2.1.7). Alors, comme ce type de béton est plus compact que le béton désaéré, il faut un plus faible volume de "fines" pour remplir les vides entre les plus gros grains (paragraphe 1.4.2). Ceci explique pourquoi il faut moins de sable pour optimiser la viscosité plastique, contrairement à la compactabilité. Concernant le seuil de cisaillement, on sait, d'après l'équation 2.1.13, que lorsque la taille des grains diminue, leur contribution augmente. Alors, si l'on cherche un seuil de cisaillement bas (ou un affaissement élevé), il faudra moins de sable que si l'on optimise les autres propriétés du béton frais.

La teneur en air ne présente aucun minimum dans la plage des rapports G/S explorés. Enfin, bien que le rapport E/C soit constant, la résistance à la compression augmente sensiblement avec la proportion de gravillon. Dans le cas présent, cela provient principalement de la diminution de la teneur en air et de la meilleure qualité intrinsèque du calcaire concassé[76], comparé à celle des roches mères d'où proviennent les alluvions. Suite à ces simulations, on peut conclure qu'*il n'y a pas d'optimum granulaire unique si aucune propriété du béton frais n'est imposée*. Un minimum de compactabilité conduira à des mélanges plus "sableux", et un affaissement maximum demandera plus de gravillons. Si seuls une résistance à la compression et un affaissement sont demandés, le mélange présentera un très fort rapport G/S. Mais ce mélange aura une mauvaise compactabilité [Johnston 1990], et, dans certains cas[77], une forte prédisposition à la ségrégation. Par contre, un mélange ayant une compactabilité optimale, pour une résistance et un affaissement donné, peut se révéler plus cher que le mélange précédent, qui correspond au meilleur optimum économique en terme d'affaissement et de résistance.

**Règle N°19**. *L'optimum granulaire peut être trouvé expérimentalement ; il correspond à la maniabilité maximale pour des dosages en eau et en ciment constants.*

La méthode "Baron-Lesage" est basée sur cette stratégie (paragraphe 4.6.4). D'après les simulations précédentes, on peut cependant prévoir que le résultat ne sera satisfaisant que si le test de maniabilité combine correctement rhéologie et compactabilité. Par contre, si un essai brut d'affaissement est utilisé, on risque d'obtenir un béton trop "caillouteux".

**Règle N°20**. *Pour une maniabilité spécifiée et une résistance en compression spécifiée, le béton le plus économique aura la plus faible tendance à ségréger (dans un volume infini).*

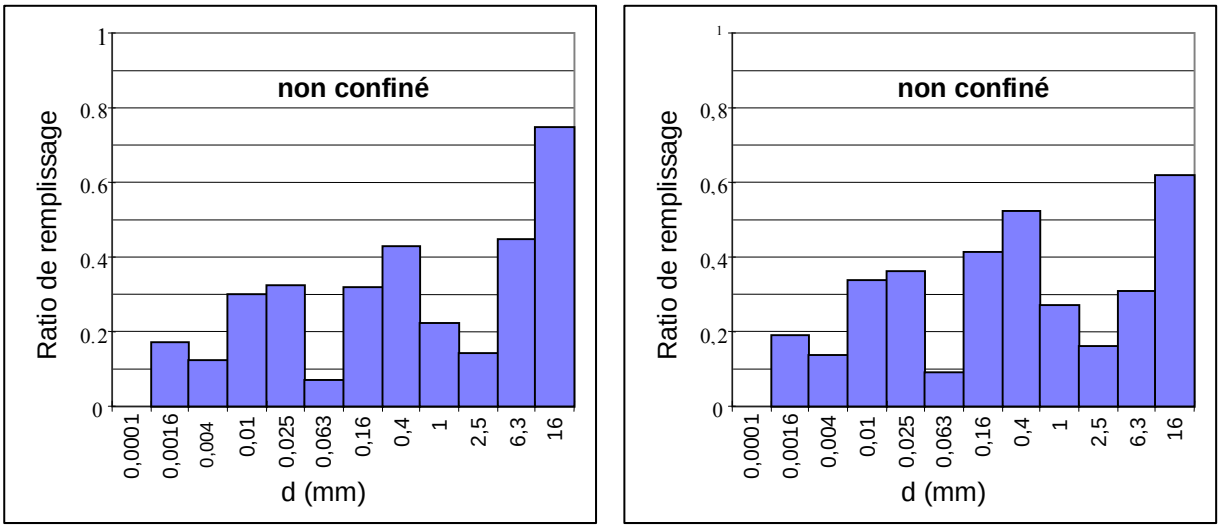
Ici encore, cette règle peut être erronée, surtout si l'essai d'affaissement est considéré pour la maniabilité. Pour illustrer ce propos, des simulations complémentaires ont été faites. Les spécifications de départ étaient un affaissement de 100 mm et une résistance à la compression de 30 MPa. Les mélanges A et B ont

[76] grâce à la liaison avec la pâte de ciment
[77] c'est-à-dire si un affaissement élevé est demandé ou une granularité discontinue est utilisée.

été formulés en cherchant une quantité minimale de ciment. De plus, une contrainte de compactabilité minimale était imposée au mélange B (K' ≤ 6). Les proportions obtenues sont données dans le tableau 4.2.1, et les diagrammes correspondants apparaissent sur la figure 4.2.7.

*Tab. 4 2 1. Proportions et propriétés des mélanges A et B (simulations)*

| **Mélanges** | **A** | **B** |
|---|---|---|
| Ciment (kg/m$^3$) | 279 | 319 |
| Eau (l/m$^3$) | 186 | 189 |
| e/c | 0,66 | 0,60 |
| G/S | 2,73 | 1,59 |
| Air (%) | 0,50 | 1,49 |
| Densité | 2,40 | 2,36 |
| Seuil de cisaillement (Pa) | 1569 | 1566 |
| Viscosité pastique (Pa.s) | 302 | 255 |
| Affaissement (mm) | 100 | 100 |
| Compactabilité (=K') | 6,75 | 6,00 |
| Résistance en compression (MPa) | 30 | 30 |
| Module E (GPa) | 36 | 33 |
| Température Adiabatique (°C) | 44 | 49 |
| Retrait total ($10^{-6}$) | 511 | 638 |




Mélange A Mélange B

*Fig. 4.2.7 : Diagrammes de remplissage des mélanges A et B. Pour le mélange A, les pics du ciment sont peu importants (risque de ressuage) et les pics du gravillon sont très élevés (risque de ségrégation et parements de moindre qualité).*

La contrainte de compactabilité minimale entraîne un accroissement significatif de la quantité de ciment. Parallèlement, le module d'élasticité E du béton est moindre, et sa stabilité dimensionnelle (exprimée par la hausse de température en conditions adiabatiques et par le retrait) est plus médiocre. Mais les propriétés du béton frais sont meilleures : la compactabilité est améliorée, la viscosité plastique est abaissée et, vraisemblablement, le ressuage et la ségrégation sont minimisés (figure 4.2.7).

C'est un exemple du conflit qui existe souvent entre les propriétés du béton frais et celles du béton durci, au stade de la formulation. Cependant, le formulateur ne doit pas oublier que si le béton frais n'est pas optimisé, les performances mécaniques et de durabilité du béton en place ne seront pas celles mesurées en laboratoire.

Finalement, on constate qu'une optimisation basée sur l'affaissement donne des bétons trop riches en gravillon. Il est alors essentiel d'analyser le diagramme de remplissage et de corriger la granularité en spécifiant une compactabilité minimale.

**Règle N°21**. *Pour une source de granulat donnée, plus la taille maximale du granulat ($D_{max}$) est élevée, plus le mélange optimum sera économique et indéformable, à spécifications constantes.*

Pour vérifier cette règle, trois types de bétons ont été simulés. Le premier est un béton de résistance normale (B30), le second un BHP (B60) et le troisième un béton compacté au rouleau (BCR). Les spécifications retenues sont portées dans le tableau 4.2.2.

*Tab. 4.2.2. Spécifications appliquées aux mélanges simulés pour étudier l'effet de $D_{max}$.*

| Mélanges | B30 | B60 | BCR |
|---|---|---|---|
| Affaissement | ≥ 100 mm | ≥ 200 mm | - |
| Compactabilité | K' ≤ 6 | K' ≤ 7 | K' ≤ 8 |
| Résistance à la compression | $f_{c28}$ ≥ 30 MPa | $f_{c28}$ ≥ 60 MPa | $f_{c28}$ ≥ 30 MPa |

Dans ces exemples, tous les granulats sont supposés venir de la même carrière (granulat calcaire concassé), afin d'éviter des dérives liées à des différences de propriétés mécaniques. Pour chaque type de mélange, plusieurs simulations ont été réalisées avec comme taille maximale de granulat ($D_{max}$) 4, 12,5 et 20 mm. Un granulat de $D_{max}$ 40 mm a été ajouté pour le BCR. Les formules comprenaient les granulats, un ciment Portland et de l'eau. Le mélange B60 contenait un superplastifiant et le BCR une cendre volante, en plus du ciment. Les optimisations ont été conduites en imposant les spécifications demandées et en recherchant le coût minimum.

On découvre, sur la figure 4.2.8, l'influence de $D_{max}$ sur les diverses propriétés. D'une manière générale, on constate que l'effet le plus important apparaît quand $D_{max}$ passe de 4 à 12,5 mm. Au-delà, les améliorations ne sont que marginales. La principale explication est la suivante : selon l'approche simplifiée développée au paragraphe 4.1, la résistance à la compression n'est contrôlée que par le rapport eau/ciment. Alors, toute augmentation de l'étendue granulaire provoque une diminution de la quantité d'eau et, donc, une diminution de la quantité de ciment, à résistance constante. Mais, en réalité, deux facteurs supplémentaires influent sur la résistance à la compression : la teneur en air, qui est élevée pour les mortiers (à cause de leur fort dosage en sable), et l'épaisseur maximale de pâte (EMP, § 2.3.3), qui est en partie contrôlée par $D_{max}$. Par conséquent, entre 4 et 12,5 mm, l'augmentation (néfaste) de l'EMP est largement contrecarrée par la diminution (bénéfique) de l'air entraîné, et l'intérêt est évident pour le dosage en ciment. Mais, pour les $D_{max}$ supérieurs, la diminution de demande en eau est annihilée par l'accroissement de l'EMP, et la consommation en ciment est quasi constante.

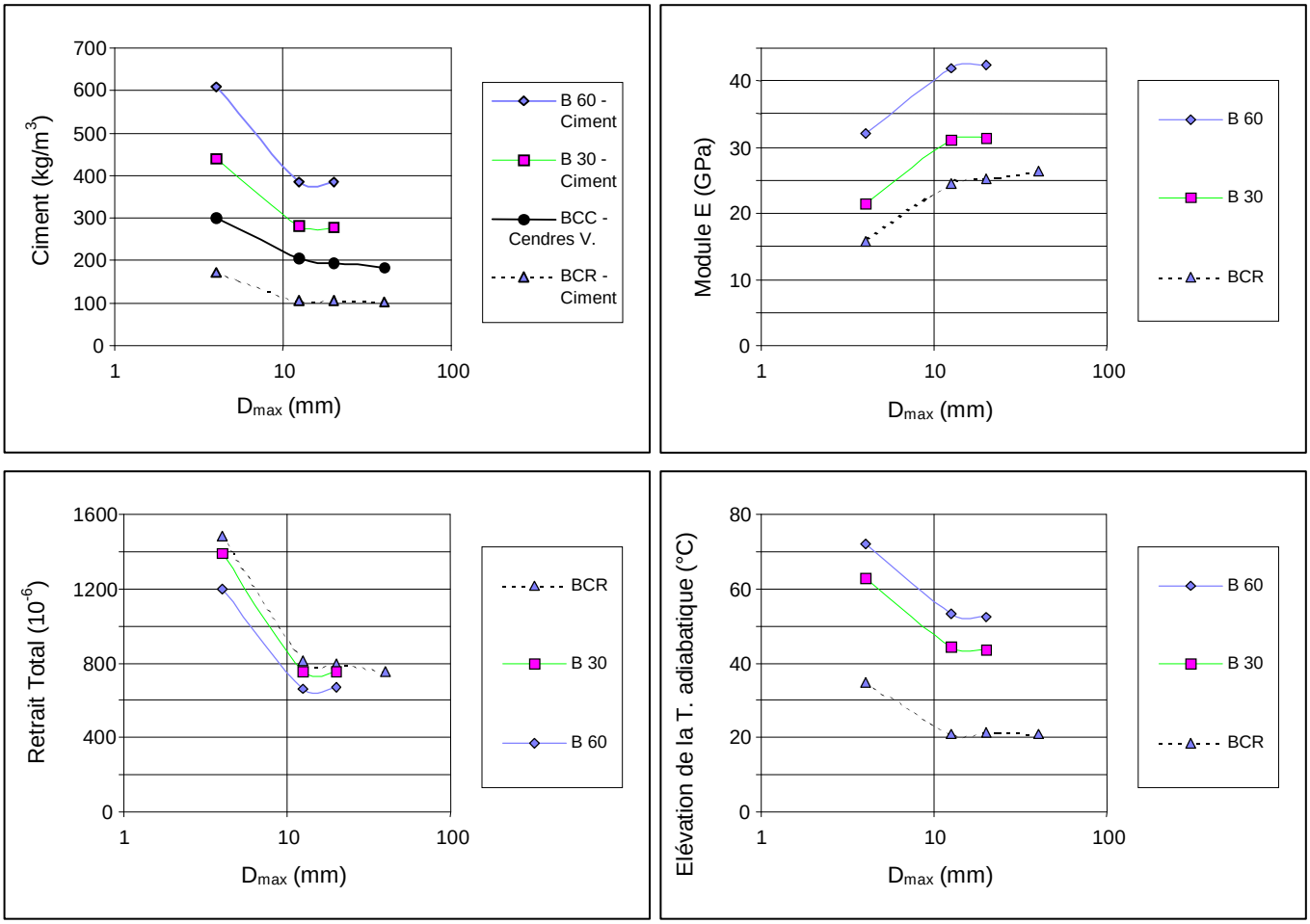



*Fig. 4.2.8. Effet de la taille maximale du granulat sur les propriétés des mélanges optimisés (simulations).*

Donc, d'un point de vue pratique, pour beaucoup de bétons, accroître $D_{max}$ au-delà de 10-15 mm n'a d'intérêt que si la fraction la plus grossière du granulat a de meilleures propriétés[78]. Toutefois, les considérations économiques conduisent souvent à utiliser toutes les coupures disponibles, ce qui explique la présence de $D_{max}$ allant jusqu'à 20-25 mm. De même, pour les granulats concassés, la production de classes plus grossières demande moins d'énergie. Enfin, quand la contrainte principale de formulation n'est pas la résistance en compression, mais le rapport eau/ciment (paragraphe 4.1), l'approche simplifiée est suffisante, et un $D_{max}$ plus grand conduit à une diminution de la phase liante. Parallèlement, si le seul critère considéré pour la maniabilité du béton frais est l'affaissement, la règle 7 est encore valide. Mais la compactabilité du mélange optimisé diminuera quand $D_{max}$ augmentera.

**Règle N°22**. *A maniabilité constante spécifiée, si la résistance demandée est inférieure à un seuil donné, il est bénéfique d'ajouter un filler inerte au mélange*.

Deux séries de simulations ont été faites pour valider cette dernière règle. Les spécifications sont portées dans le tableau 4.2.3. Chaque béton est optimisé pour avoir un coût moindre, en respectant les spécifications. Les matériaux sont les

[78] en termes de compacité, d'adhérence à la pâte de ciment et à la résistance intrinsèque

mêmes que ceux utilisés au début de ce paragraphe. Dans la première série, aucun superplastifiant n'a été utilisé, et le rapport de prix entre filler et ciment est fixé à 0,30. Un superplastifiant a été ajouté dans la deuxième série (à un taux constant de 0,3% du poids de ciment en extrait sec), et le rapport de prix est de 0,12.

*Tab. 4.2.3. Spécifications appliquées aux mélanges simulés pour étudier l'effet de $D_{max}$*

| Mélanges | Séries 1 | Séries 2 |
|---|---|---|
| Affaissement | ≥ 100 mm | ≥ 200 mm |
| Compactabilité | K' ≤ 6 | K' ≤ 6.5 |
| Résistance en compression | de 20 à 50 MPa | de 20 à 60 MPa |

On découvre, sur la figure 4.2.9, que le taux de filler diminue quand la résistance augmente. Il n'y a cependant aucun seuil au-delà duquel il n'est plus intéressant d'ajouter un filler. Cela provient du fait que l'effet marginal du filler est surtout significatif à faible dosage (paragraphe 2.3.7). Par ailleurs, non seulement le filler n'est pas inerte ; il est aussi rarement gratuit. C'est pourquoi le dosage optimum dépend du coût unitaire, par comparaison à celui du ciment. Le sable utilisé dans ces calculs était supposé avoir un taux négligeable en fines. D'après les simulations, la présence de quelque 10% de particules fines calcaires dans un sable peut être bénéfique dans beaucoup d'applications courantes du béton.

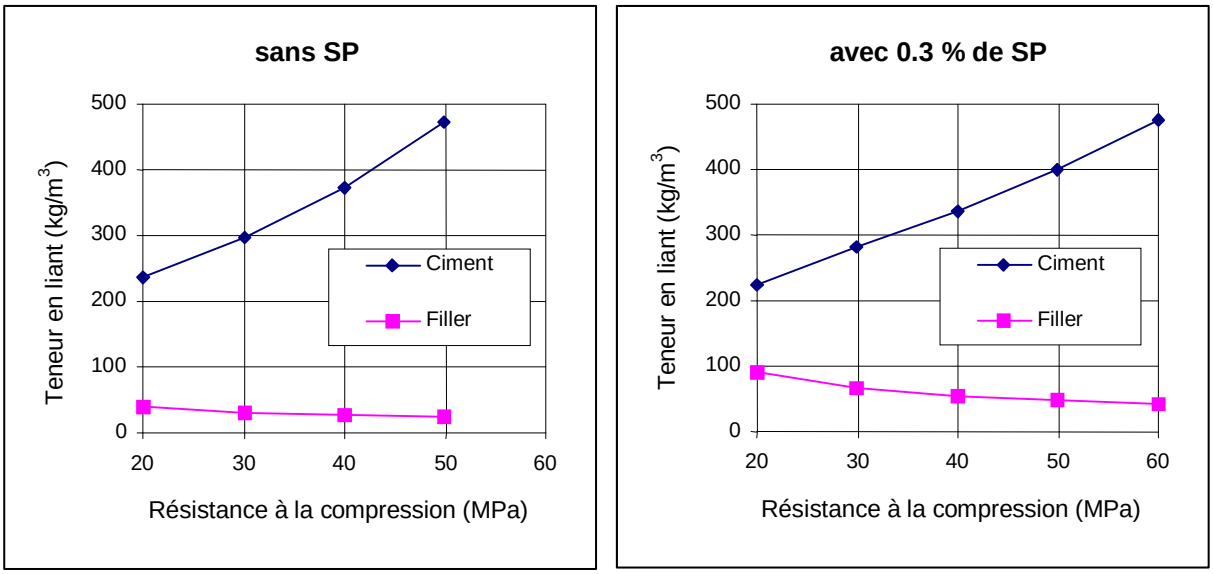



*Fig. 4.2.9. Relation entre la résistance en compression demandée et la teneur en liant, pour les deux séries (simulations).*

### 4.2.3 Procédé pratique de formulation des mélanges

Après ces investigations analytiques et numériques visant à se familiariser avec le système béton, nous allons présenter l'approche générale qui découle logiquement des modèles développés au chapitre 2. Le procédé de formulation, qui nécessite l'usage d'un ordinateur, consiste à combiner les essais en laboratoire et les simulations afin de permettre l'optimisation la meilleure et la plus rapide.

### Choix des composants

Après avoir défini une série de spécifications, le formulateur doit choisir les constituants. Ce choix est fait en tenant compte des aspects suivants :

- *la disponibilité locale*. Ce critère est primordial pour les granulats et l'eau. Il s'applique à une échelle moindre aux liants, alors que les adjuvants organiques peuvent être normalement expédiés de (presque) partout dans le monde sans supplément de prix particulier ;

- *le caractère techniquement adapté*. Par exemple, s'il faut concevoir un béton à hautes performances (BHP), il faut obligatoirement disposer d'un superplastifiant (et non pas d'un plastifiant d'ancienne génération). De même, si une résistance à la compression supérieure à 80 MPa est requise, une addition minérale de qualité (une fumée de silice généralement) sera nécessaire. Si la durabilité de bétons exposés à un environnement marin est concernée, un ciment résistant aux sulfates doit être sélectionné ;

- *la compatibilité technique*. Ce critère concerne surtout le couple ciment/superplastifiant. Dans une formule de BHP, il est recommandé de réaliser des essais préliminaires pour sélectionner la bonne combinaison des produits (paragraphes 3.4.2 et 5.5). Un autre exemple où la compatibilité entre constituants est critique est la prévention de la réaction alcali-silice. Un granulat potentiellement réactif peut être utilisé si la quantité d'alcalins amenés par le liant[79] reste faible. Inversement, un ciment ayant une teneur élevée en alcalins ne devrait être utilisé qu'avec un granulat non réactif ;

- *la conformité aux normes*. Si les normes sont pertinentes, elles doivent normalement assurer la conformité de compatibilité et de convenance technique. Cependant, certains risques concernant la durabilité peuvent avoir été oubliés durant l'examen technique. Certaines normes peuvent aussi ne pas tenir compte de progrès récents. Il s'ensuit que la prise en compte des normes peut conduire à rejeter certains constituants techniquement attrayants ;

- *l'économie*. Cet aspect devrait être examiné à la fin, mais il est évidemment très important, puisque, par définition, le béton est un matériau économique utilisé en grandes quantités.

Ajoutons que l'un des principaux avantages de l'approche présentée dans ce livre est la liberté d'étudier des choix alternatifs de matériaux. Diverses natures et origines de constituants peuvent être envisagées parallèlement, la sélection étant faite grâce aux simulations - si des différences significatives apparaissent - ou par un nombre limité d'essais en laboratoire.

### Introduction dans le logiciel des données relatives aux constituants

Les modèles développés au chapitre 2, résumés dans l'appendice, doivent être implantés dans un logiciel. Une bonne solution consiste à utiliser un logiciel de type "tableur" disposant de fonctions d'optimisation.

Le chapitre 3 détaille les techniques expérimentales pour obtenir les données nécessaires au fonctionnement du logiciel. Selon les types de spécifications choisies,

[79] et par le reste des constituants, y compris le granulat lui même.

seule la mesure de certains paramètres est utile. Mais, dans tous les cas, il faut mesurer la granularité et les compacités granulaires, ainsi que la résistance du ciment.

### Réalisation des simulations pour trouver la solution théorique

Dès que l'ensemble des paramètres relatifs aux constituants a été dûment renseigné, une solution conforme aux spécifications peut être recherchée, pour le coût minimum. Une première possibilité consiste à réaliser une série de simulations, en changeant "manuellement" les diverses proportions de la formule, jusqu'à vérifier toutes les spécifications. Ce procédé prend un certain temps, mais permet à l'utilisateur d'avoir une bonne connaissance du comportement du système béton. Une autre solution est de laisser la machine chercher *automatiquement* un optimum numérique. Comme cet optimum est trouvé par itérations, sans aucune analyse mathématique particulière, on n'est nullement assuré qu'il coïncide avec "l'optimum" réel (théorique). En principe, il ne pourrait s'agir que d'un optimum local. Cependant, selon l'expérience de l'auteur, quand le problème est correctement posé, le solveur trouve généralement une solution qui ne peut plus être améliorée par d'autres simulations "manuelles".

Le mélange théorique obtenu, il faut examiner le diagramme de remplissage. Si un risque excessif de ressuage/ségrégation apparaît, le mélange doit être modifié pour obtenir un meilleur diagramme (paragraphe 2.1.7). L'ordinateur suggère parfois une composition ayant un excès de gravillon. Cela provient de la teneur en air qui est une fonction croissante de la quantité de sable. En effet, lorsque la courbe décrivant l'évolution de la maniabilité en fonction du rapport gravillon/sable (G/S) est assez plate dans la zone de l'optimum, l'ordinateur suggère systématiquement une forte valeur de G/S, afin de réduire la quantité d'air et de ciment, pour une résistance spécifiée donnée. Dans ce cas, le béton obtenu est trop "caillouteux". De plus, si durant la production le rapport G/S vient à changer, l'effet sur la maniabilité sera significatif.

Pour éviter ce problème, l'optimisation peut être réalisée en trois étapes :

— évaluer la quantité de ciment, par des simulations "manuelles" ;

— rechercher le maximum de compactabilité, à composition et quantité de pâte constantes ;

— optimiser la pâte (quantité de ciment, rapport eau/liant) pour respecter les spécifications.

Par cette voie, le mélange présentera un risque minimum de ségrégation (paragraphe 2.1.7) et une stabilité maximale au stade industriel (paragraphe 4.5.1).

### Fabrication de gâchées de laboratoire et nouvelle optimisation du mélange

Soulignons une importante réserve concernant l'approche proposée dans ce livre : *n'importe quelle propriété spécifiée du mélange doit être contrôlée sur une gâchée de laboratoire*, pour s'assurer que les spécifications sont atteintes. En effet, même si les modèles ont été vérifiés au maximum, leur validation est le plus souvent d'ordre statistique. Cela signifie qu'une petite proportion des mélanges peut s'écarter de

l'ajustement des modèles, qui sont de nature empirique (au moins partiellement). Il est donc essentiel de vérifier si le mélange qui va être produit à grande échelle, pour une application réelle, ne se situe pas aux "marges" des modèles. La seule propriété spécifiée qui ne peut être facilement vérifiée en laboratoire est la compactabilité. La valeur K* retenue durant le procédé d'optimisation doit être modifiée si la compactabilité *dans la structure* n'est pas satisfaisante (c'est-à-dire si les parements des bétons présentent des grosses bulles, des nids de cailloux, des alvéoles, etc.).

Les essais concernant les diverses spécifications sont réalisés sitôt qu'une gâchée de contrôle est produite en laboratoire. Deux cas peuvent arriver :

— le béton est conforme aux spécifications ; un essai[80] préliminaire grandeur nature (essai de convenance) doit alors suivre, avant de commencer la production ;

— au moins l'une des propriétés n'est pas satisfaite. Le mélange doit alors être ajusté. Dans ce cas, les paramètres d'entrée du logiciel sont modifiés, de façon à retrouver la propriété mesurée, et les proportions du mélange sont changées jusqu'à ce que les nouvelles prévisions soient conformes aux spécifications. Tout changement dans les données d'entrée doit être réalisé sur les paramètres des matériaux qui sont vraisemblablement responsables de l'erreur du système.

### Ajustement final de la formule

Si seule une propriété n'est pas satisfaite, le formulateur peut utiliser une technique directe pour ajuster la formule, sans intervenir sur les autres propriétés. Ce cas concerne les problèmes relatifs au seuil de cisaillement (ou à l'affaissement), à la viscosité plastique et à la résistance à la compression :

— si le seuil de cisaillement doit être changé, la quantité de superplastifiant peut être modifiée à quantité d'eau constante. L'effet sera quasi imperceptible sur les deux autres propriétés ;

— si la viscosité plastique n'est pas bonne, le volume de pâte doit être ajusté (à rapport eau/ciment constant), et le superplastifiant dosé une nouvelle fois pour garder un affaissement constant (ou le seuil de cisaillement) ;

— enfin, si la résistance est mauvaise, mais les propriétés rhéologiques correctes, la quantité de liant doit être changée à quantité d'eau constante. Selon la règle de Lyse, l'effet sur des propriétés du béton frais sera mineur.

### Vérification du "rendement"

Dans tous les cas, la densité du mélange doit être mesurée pour avoir la composition réelle d'un volume unité de béton. Si la valeur théorique $\gamma$ n'est pas égale à la valeur mesurée $\gamma'$, alors que la densité de tous les constituants et l'absorption d'eau des granulats sont connues, c'est alors la teneur en air qui est responsable de l'écart. Dans ce cas, la composition effective sera obtenue en multipliant toutes les masses individuelles par le rapport $\gamma'/\gamma$. A ce stade, les proportions respectives des constituants sont inchangées, mais les quantités exactes par unité de volume sont calculées ; elles formeront une base correcte pour l'évaluation économique.

[80] pour les bétons coulés en place

### 4.2.4 Exemple

Cette section présente de façon détaillée un exemple réel d'utilisation de la méthode[81]. Les spécifications et les mesures relatives aux constituants sont tout d'abord rappelées. L'optimisation numérique a conduit à deux formules qui ont été ajustées à l'aide d'essais sur béton frais. A 28 jours, la résistance à la compression a permis de déterminer la formule qui respecte exactement les spécifications. L'accent sera mis sur l'efficacité de l'approche, en terme de nombre d'essais et de temps passé pour obtenir une composition optimale.

#### Cahier des charges

Il s'agit de formuler un béton de structure présentant les spécifications suivantes : affaissement compris entre 100 et 150 mm (consistance "*très plastique*"), bonne compactabilité (K' ≤ 7) et une résistance *spécifiée* à la compression à 28 jours de 45 MPa. Les exigences relatives à la durabilité, selon la norme française NFP 18 305, sont portées dans le tableau 4.2.4. Ces exigences sont très voisines de celles de la norme européenne ENV 206.

*Tab. 4.2.4. Exigence de durabilité pour un béton précontraint placé dans un environnement humide, avec un risque modéré de gel/dégel, selon NF P 18 305.*

| **Classe d'environnement** | **$2b_2$** |
|---|---|
| Dosage minimum en ciment | 300 kg/m$^3$ |
| Rapport E/C maximum | 0,55 |
| Résistance minimale à la compression | 30 MPa |

On peut montrer que devant l'incertitude sur les propriétés des matériaux et la précision des dosages au stade industriel, la résistance *visée* dans l'étude doit être de 54 MPa. Compte tenu du délai entre la fabrication des gâchées et la mesure de la résistance, il a été décidé de concevoir deux bétons avec une fourchette de résistance de plus ou moins 5%, par rapport à l'objectif. Cette stratégie permet de trouver le mélange optimal par interpolation des résultats des deux gâchées. L'objectif est donc de formuler deux bétons B1 et B2 ayant respectivement une résistance à la compression à 28 jours de 51,3 et 56,7 MPa.

Notons que, dans cet exemple, le but est de concevoir une formule qui est supposé rester constante durant toute la période de construction. C'est la raison pour laquelle la marge de résistance est si large. On pourrait cependant imaginer d'utiliser le système d'équations pour ajuster continûment la formule sur la base d'essais au jeune âge. Cela conduirait à un béton plus économique et régulier (en termes de propriétés) [Day l995]. Mais beaucoup de prescripteurs n'autorisent pas encore cette approche.

[81] ce mélange a été étudié au LCPC, en décembre 1997/janvier 1998

### Paramètres des matériaux

Le ciment est un Portland CEM I 52,5. Ses caractéristiques sont données dans le tableau 4.2.5 et sur la figure 4.2.10. Un superplastifiant du type mélamine a été retenu, car il a montré par le passé une bonne compatibilité avec ce ciment.

Les granulats sont des gravillons roulés disponibles en trois coupures, complétés par un sable fin correcteur. Les caractéristiques des différents granulats apparaissent dans le tableau 4.2.6 et sur la figure 4.2.11. Les paramètres de résistance à la compression et à la traction (p, q, et $k_t$) ont été pris égaux à ceux d'un autre granulat similaire (un gravier de rivière). Dans une étude antérieure réalisée avec les mêmes matériaux [Sedran 1997], ces valeurs avaient permis des prévisions de résistance à la compression conformes à l'expérimentation.

*Tab. 4.2.5. Caractéristiques du couple ciment Portland/superplastifiant.*

| | |
|---|---|
| Densité du ciment (cf. paragraphe 3.2.1) | 3,168 |
| Résistance à la compression à 28 jours[82] (cf. paragraphe 3.5.5) | 66 MPa |
| Résistance minimale en production (annoncée par l'usine) | 60 MPa |
| Densité du superplastifiant (paragraphe 3.4.1) | 1,2 |
| Extrait sec en masse (paragraphe 3.4.1) | 30 % |
| Dose de saturation avec le ciment (paragraphe 3.4.2) | 0,8% (extrait sec) |
| Demande en eau du ciment sans SP (paragraphe 3.2.3) | e/c=0,228 |
| Compacité du ciment sans SP (paragraphe 3.2.3) | 0,4869 |
| Demande en eau du ciment avec SP[83] (paragraphe 3.2.3) | e/c=0,199 |
| Compacité du ciment avec SP[81] (paragraphe 3.2.3) | 0,5188 |

*Tab. 4.2.6. Caractéristiques des granulats.*

| **Granulat** | **8/16** | **3/8** | **0/3** | **0/1** |
|---|---|---|---|---|
| Densité sèche (paragraphe 3.1.1) | 2,540 | 2,546 | 2,561 | 2,536 |
| Absorption d'eau (paragraphe 3.1.2) | 1,1% | 1,1% | 0,8% | 0,1% |
| Compacité (K=9) (paragraphe 3.1.4) | 0,6304 | 0,6547 | 0,08/0,315 : 0,6700<br>0,315/1,25 : 0,6582<br>1,25/4 : 0,6490 | 0,08/0,315 : 0,6216<br>0,315/1,25 : 0,6685 |
| Compacité virtuelle[84] $\beta i$ (paragraphe 3.1.4) | 0,6737 | 0,6696 | 0,08/0,315 : 0,6668<br>0,315/1,25 : 0,6622<br>1,25/4 : 0,6728 | 0,08/0,315 : 0,6108<br>0,315/1,25 : 0,6803 |
| Coefficient p (adhérence) (paragraphe 2.3.4) | 1,08 | | | |
| Coefficient q (effet plafond) (paragraphe 2.3.4) | 0,0058 $MPa^{-1}$ | | | |
| Coefficient $k_t$ (paragraphe 2.4) | 0,44 | | | |

[82] pour une livraison précédente du même ciment.
[83] au point de saturation.
[84] calculée avec prise en compte de l'effet de paroi du moule.

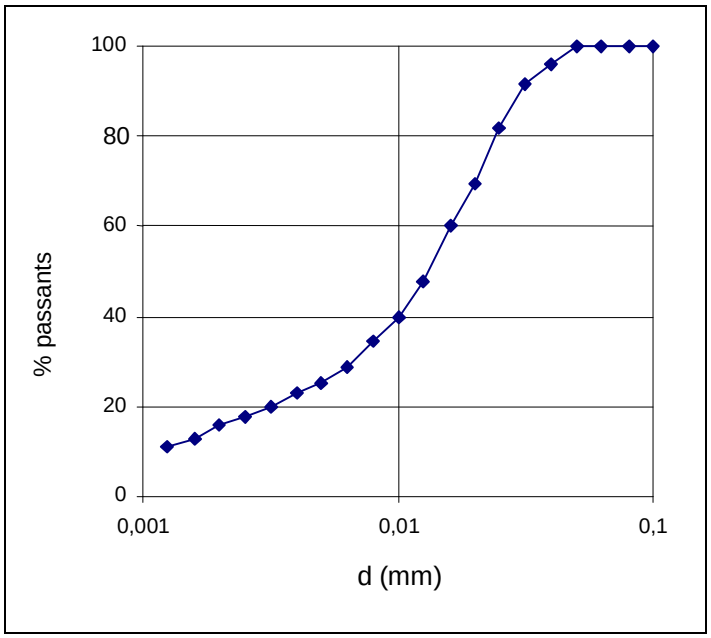



*Fig. 4.2.10. Courbe granulométrique du ciment, déterminée par granulométrie LASER.*

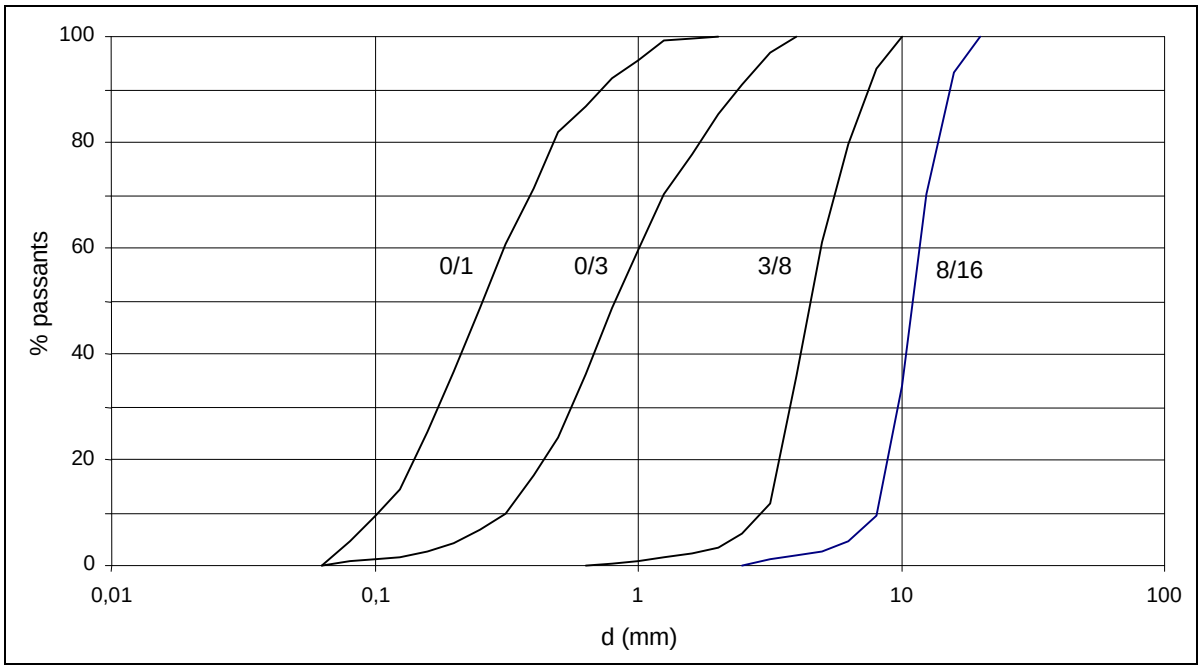



*Fig. 4.2.11 Courbes granulométriques des granulats.*

### Optimisation numérique

Après avoir entré dans l'ordinateur les données relatives aux matériaux, une première optimisation est réalisée pour connaître la formule qui donne le coût minimum, en respectant les spécifications (résistance à la compression de 54 MPa). L'affaissement minimum caractéristique d'un béton plastique est recherché, car les grandes gâchées de béton présentent généralement une consistance plus fluide que les petites gâchées de laboratoire. La composition "visée" trouvée par l'ordinateur apparaît dans le tableau 4.2.7. Notons que l'ordinateur propose un mélange

incorporant une faible quantité de superplastifiant. L'effet rhéologique marginal de cette dose est si grand qu'il est très souvent intéressant de l'utiliser, sauf quand la contrainte de quantité minimale de ciment est déjà atteinte en absence de superplastifiant. Par contre, la dose de saturation est rarement retenue, pour des raisons économiques. Toutefois, la prévention d'une perte rapide d'affaissement est souvent un problème plus important que le strict aspect économique. A ce stade, la dose de superplastifiant est gardée, mais il faudra vérifier la stabilité rhéologique.

Afin de vérifier la stabilité de cette composition théorique, une simulation a été réalisée en considérant les variations possibles durant la production (présentée dans le tableau 4.5.2). Cela correspond au cas pessimiste où toutes les erreurs possibles de pesée sont cumulées. De plus, la résistance du ciment a été supposée égale à la valeur minimale garantie par le fabricant. Toutes ces variations préjudiciables donnent un béton de résistance égale à 45,1 MPa (colonne "dérive" du tableau 4.2.7). Cela justifie la marge de sécurité de 9 MPa prise sur la résistance à 28 jours[85].

Alors, comme annoncé précédemment, deux bétons ont été conçus, correspondant chacun à une résistance à la compression supérieure et inférieure à la résistance visée (B1 et B2). Notons que les deux mélanges respectent toutes les spécifications, dont la quantité minimale en ciment et le rapport maximum eau/ciment.

*Tab. 4.2.7. Mélanges théoriques générés par optimisation numérique.*

| Gâchée | Objectif | Dérivée | B1 | B2 |
|---|---|---|---|---|
| 8/16 (kg/m$^3$) | 584 | 578 | 589 | 577 |
| 3/8 (kg/m$^3$) | 372 | 369 | 375 | 368 |
| 0/3 (kg/m$^3$) | 623 | 617 | 628 | 616 |
| 0/1 (kg/m$^3$) | 173 | 172 | 175 | 172 |
| Ciment (kg/m$^3$) | 403 | 391 | 384 | 424 |
| Superplastifiant (kg/m$^3$) | 1,90 | 1,76 | 1,84 | 1.97 |
| Eau (kg/m$^3$) | 179,2 | 189,5 | 178,9 | 180,0 |
| e/c | 0,409 | 0,448 | 0,427 | 0,391 |
| G/S | 1,20 | 1,20 | 1,20 | 1,20 |
| Densité | 2,335 | 2,317 | 2,331 | 2,337 |
| Affaissement (cm) | 10,0 | 16,5 | 10,0 | 10,0 |
| $fc_{28}$ (MPa) | 54,0 | 45,1 | 51,3 | 56,7 |
| $ft_{28}$ (MPa) | 4,3 | 3,9 | 4,2 | 4,4 |
| Coût (FF/m$^3$) | 417,42 | 410,38 | 407,63 | 428,44 |
| K' | 7,00 | 6,46 | 7,00 | 7,00 |

### Gâchées d'essai

Dix litres de béton Bl ont été fabriqués dans un petit malaxeur. L'affaissement obtenu était de 150 mm (au lieu de 100 mm). La différence entre affaissement expérimental et théorique est comparable à la précision du modèle (paragraphe 2.1.4). Un ajustement expérimental direct a été exécuté par conséquent. Comme l'objectif était

[85] cette approche est plutôt conservatrice, puisque la probabilité d'avoir toutes les variations négatives cumulées est très faible. On peut calculer une marge de sécurité à la compression selon l'approche probabiliste. Le choix de la méthode dépend de la réglementation en vigueur.

de réduire l'affaissement en gardant la même résistance à la compression, il a été décidé de réduire le superplastifiant. En diminuant de moitié la dose initiale, un affaissement de 95 mm, considéré satisfaisant, a été obtenu. L'expérience du mélange Bl a servi à réaliser la même quantité de béton B2, avec une dose réduite d'adjuvant. L'affaissement mesuré était de 90 mm. Trois petites gâchées ont donc été suffisantes pour ajuster deux mélanges ayant les propriétés requises pour le béton frais.

Des gâchées plus grandes ont alors été préparées (70 litres) afin de réaliser toute la série d'essais (donnés dans le tableau 4.2.8). En raison de l'effet d'échelle, les affaissements sont plus importants que dans les gâchées précédentes, mais toujours en accord avec les spécifications.

La stabilité rhéologique des mélanges a été vérifiée avec le rhéomètre BTRHEOM (paragraphe 2.1.1), sur le même échantillon conservé dans l'appareil pendant 40 minutes (figure 4.2.12). En l'absence de rhéomètre, cette stabilité aurait pu être vérifiée par des essais d'affaissement successifs exécutés sur des échantillons de la même gâchée. Il a été vérifié qu'aucune incompatibilité ciment/superplastifiant n'apparaissait. Enfin, la densité a été mesurée sur chaque béton. Comme les valeurs $\gamma'$ obtenues étaient différentes des valeurs théoriques $\gamma$, le "rendement" du mélange a été assuré en multipliant toutes les quantités par le rapport $\gamma'/\gamma$. Les compositions finales sont indiquées dans le tableau 4.2.8.

*Tab. 4.2.8. Résultats des essais réalisés sur les gâchées de 70 litres. Le mélange a été corrigé en tenant compte de la densité expérimentale. Les nombres en italiques sont les prévisions de l'ordinateur.*

| **Gâchées** | **B1** | **B2** | **Mélange final** |
|---|---|---|---|
| 8/16 (kg/m$^3$) | 610 | 596 | 595 |
| 3/8 (kg/m$^3$) | 389 | 380 | 379 |
| 0/3 (kg/m$^3$) | 651 | 636 | 635 |
| 0/1 (kg/m3) | 181 | 177 | 177 |
| Ciment (kg/m$^3$) | 398 | 438 | 443 |
| Superplastifiant (kg/m$^3$) | 0,95 | 1,01 | 1,02 |
| Eau (kg/m$^3$) | 185,3 | 186,0 | 186 |
| e/c | 0,426 | 0,390 | 0,386 |
| G/S | 1,20 | 1,20 | 1,20 |
| Air (%) | 1,5 | 1,6 | *1,6* |
| Densité | 2,415 | 2,414 | *2,414* |
| Affaissement (cm) | 140 | 100 | *100-150* |
| Résistance à la compression estimée (MPa) | *51,3* | *56,7* | |
| Résistance à la compression mesurée (MPa) | 48,9 | 52,4 | |
| Résistance à la compression recalculée (MPa) | 48 | 53,4 | *54* |
| Résistance à la traction estimée (MPa) | 4,2 | 4,4 | |
| Résistance à la traction mesurée (MPa) | 4,0 | 4,3 | |
| Résistance à la traction recalculée (MPa) | 4,0 | 4,2 | *4,1* |

L'aspect de béton frais était satisfaisant, sans ségrégation visible ni ressuage excessif. Pour vérifier la compactabilité, *l'essai CES*[86] a été réalisé sur les deux mélanges. Cet essai consiste à remplir avec le béton frais un moule cubique dont une face verticale transparente et équipée d'un treillis d'acier (figure 4.2.13). Le béton frais est placé dans l'appareil en deux couches piquées 25 fois, et une vibration de 10 secondes est appliquée à la boîte. L'aspect du béton est alors observé sur la face transparente. Comme on peut le voir sur les figures 4.2.14 et 4.2.15, la compactabilité obtenue est satisfaisante : après vibration, l'acier est correctement enrobé par le béton frais, et il n'apparaît ni bulles, ni de nid d'abeilles[87].

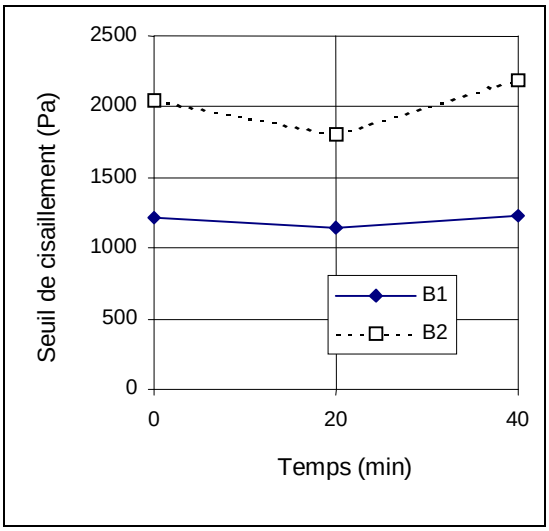



*Fig. 4.2.12. Seuil de cisaillement, en fonction du temps pour les bétons B1 et B2. Aucune évolution significative n'est apparue durant la période d'essai.*

### Essais à 28 jours - Formule finale

Les résistances à la compression obtenue à 28 jours sont données dans le tableau 4.2.8. Les résultats sont un peu plus faibles que ceux espérés, à cause probablement d'un changement dans la résistance du ciment, comparée à la fourniture précédente. Le logiciel a donc été recalé (en changeant la résistance du ciment) pour le calcul de la formule finale, de façon à avoir une résistance à la compression proche de celle mesurée. Le dosage définitif en ciment est alors atteint en cherchant la résistance visée de 54 MPa. La formule finale est très voisine de celle du béton B2.

En conclusion, une composition convenable a été obtenue dans une période courte et avec un minimum d'expériences en laboratoire. Selon les usages locaux, soit la formule finale peut être testée en laboratoire, pour vérifier si la résistance à la compression à 28 jours correspondant aux spécifications, soit le formulateur peut passer à l'étape suivante, c'est-à-dire l'ajustement des proportions du mélange dans les conditions réelles de production.

[86] Centre d'Essai des Structures. Ce test a été conçu et vulgarisé par Dreux [Dreux, 1970]

[87] Ici, ce test a été utilisé pour caractériser la compactabilité du mélange. L'auteur ne recommande pas d'utiliser systématiquement ce test dans chaque procédure de formulation.

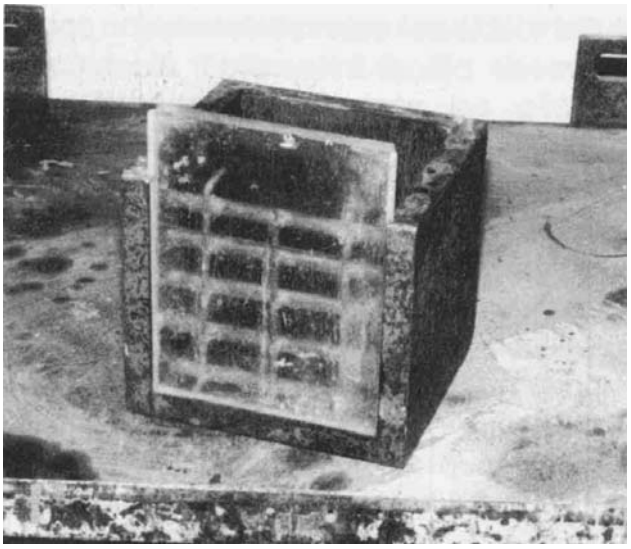
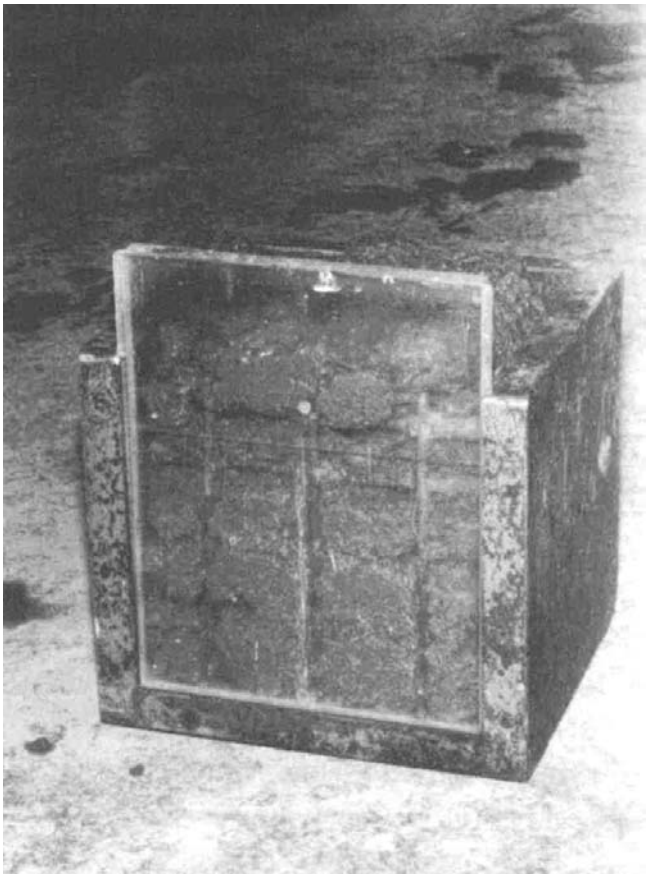


*Fig. 4.2.13. Appareil CES (vide)*



*4.2.14. Appareil CES (après remplissage avec le béton B1, avant vibration)*

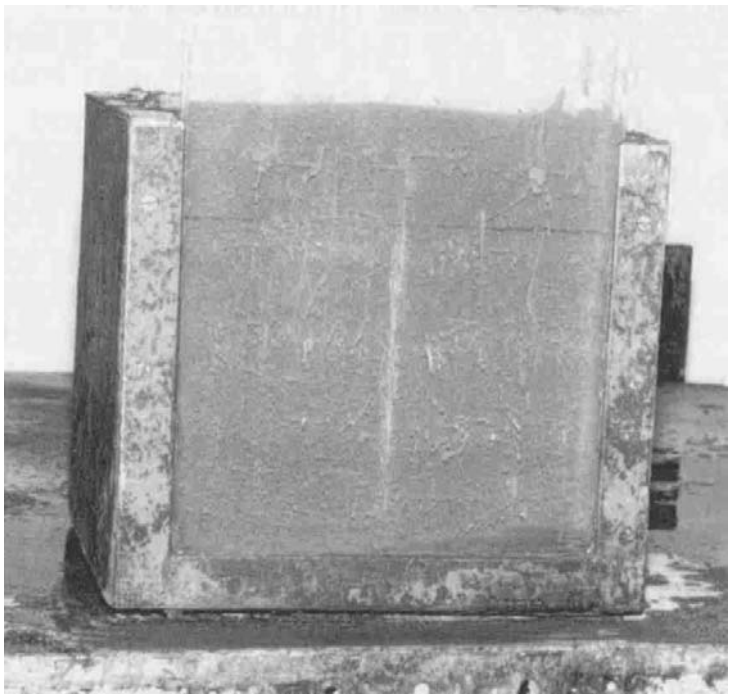


*Fig. 4.2.15. Appareil CES (après vibration)*

## 4.3 Questions relatives au squelette granulaire

Ce paragraphe aborde les questions relatives à la phase granulaire. Nous avons vu que de nombreux paramètres du granulat influencent les propriétés du béton. Les caractéristiques de la roche mère, telles l'absorption d'eau, la résistance à la compression, l'adhérence à la pâte de ciment et le module d'élasticité, sont importantes. Une autre série de paramètres dépend des procédés de production : ce sont les compacités monodimensionnelles (tributaires de la forme) et la distribution des tailles. Tous ces paramètres sont pris en compte quantitativement dans les modèles développés au chapitre 2.

Il s'agit maintenant d'étudier l'influence des proportions granulaires sur le résultat final de l'optimisation du béton. La complexité de l'optimisation de la courbe granulométrique a été étudiée dans les sections 1.4 à 1.5.3 (pour des mélanges secs) et en 4.2.2 (pour le béton). Examinons toutefois certaines questions classiques par rapport aux développements théoriques précédents.

### 4.3.1 Choix de la taille maximale du granulat ($D_{max}$)

La première limitation de $D_{max}$ est liée à la structure de l'élément devant être coulé (voir le paragraphe 4.1.1 concernant la "compactabilité"). De même, si le béton doit être pompé, il est d'usage de fixer un $D_{max}$ inférieur au cinquième ou au tiers du diamètre du tuyau. Tenant compte de ces contraintes externes, la théorie classique dit que l'on a intérêt à prendre le $D_{max}$ le plus grand possible (paragraphe 4.2.1, règle 7). L'auteur lui-même a longtemps cru à cette thèse et il a essayé d'obtenir des données expérimentales allant dans ce sens pour des bétons à hautes performances [de Larrard et Belloc 1992].

Ce principe a cependant été remis en question dès le début des années soixante [Walker et Bloem 1960]. Nous avons montré dans ce travail que l'effet négatif de l'épaisseur maximale de pâte (EMP) contrecarrait l'effet positif de la diminution de la demande d'eau, quand $D_{max}$ augmentait. Il y a alors peu d'intérêt à choisir des granulats dont la taille dépasse 10-15 mm, du moins si le béton est spécifié par des critères minimaux de compactabilité et de résistance, et si ces contraintes sont actives (paragraphe 4.2.2). Par conséquent, *d'un point de vue technique, les classes granulaires supérieures à 10 mm ne devraient être comparées entre elles qu'en termes de caractéristiques intrinsèques autres que la taille*. Mais cela ne veut pas dire qu'il faille écarter *a priori* un gravillon ayant un $D_{max}$ de 20-25 mm si l'on veut réaliser un béton à hautes performances. Un bon BHP, ayant une résistance à la compression de l'ordre de 130 MPa à 28 jours, peut être fabriqué avec un gros granulat [de Larrard et al 1996b].

### 4.3.2 Granulats roulés ou concassés

On préfère souvent les granulats roulés aux granulats concassés dans la technologie classique du béton, car ils sont supposés conférer une meilleure ouvrabilité au béton. Par contre, les granulats concassés sont réputés développer une meilleure liaison avec la pâte de ciment, en plus de leur rugosité. Quand les deux types de granulats sont comparés sur des bases identiques (spécifications pour béton), quel est le meilleur ? Bien sûr, il n'y a pas de réponse générale à cette question, puisque,

comme déjà signalé, le granulat intervient dans le système béton par le biais de plusieurs paramètres indépendants.

Nous allons présenter maintenant une comparaison entre deux sources de gravillon, ce qui, parallèlement, permettra de montrer la puissance des simulations. Rappelons cependant que les conclusions tirées ne seront valides que pour ces matériaux. Le granulat concassé est un calcaire mi-dur, utilisé par l'auteur dans un projet relatif à un BHP pour une centrale nucléaire ([de Larrard *et al.* 1990], paragraphe 5.3.2). Le granulat roulé est un silex de la Manche. Les caractéristiques des deux granulats sont résumées dans le tableau 4.3.1. Le granulat roulé a une bonne forme et une bonne résistance intrinsèque, mais développe une liaison médiocre avec la pâte de ciment. Le granulat concassé présente des caractéristiques qui sont moins satisfaisantes en termes de forme et de résistance, mais il a une excellente adhérence avec la matrice de ciment, à cause de sa nature chimique, de sa porosité et de sa rugosité.

*Tab. 4.3.1. Caractéristiques des deux types de gravillons utilisés dans les simulations.*

| **Granulat** | **Roulé (Crotoy)** | **Concassé (Arlaut)** |
|---|---|---|
| d/D | 5/25 | 5/25 |
| Absorption d'eau | 0 | 1 |
| Compacité virtuelle ($\beta_i$ paragraphe 1.2) | 0,702 – 0,714 | 0,644 – 0,656 |
| Coefficient d'adhérence (p paragraphe 2.3.4) | 0,583 | 0,960 |
| Coefficient de résistance (q paragraphe 2.3.4) | 0 | 0,004 $MPa^{-1}$ |

Des bétons de trois niveaux de résistance ont été formulés pour les deux types de mélanges : 30, 60 et 90 MPa. Les spécifications, bases des simulations, sont données dans le tableau 4.3.2. En plus du gravillon, les mélanges contiennent un sable de rivière bien gradué et un ciment Portland. Par ailleurs, les bétons B60 et B90 incorporent un superplastifiant. Enfin, des fumées de silice ont été ajoutées dans les bétons B90.

*Tab. 4.3.2. Spécifications retenues pour les trois types de mélanges*

*(SP= superplastifiant FS= fumée de silice).*

| **Résistance** | **B30** | **B60** | **B90** |
|---|---|---|---|
| Ratios des formules | minimum de ciment | minimum de ciment SP/C=0,5% | minimum de ciment SP/C=1,3% - FS/C=10% |
| Compactabilité | K' ≤ 6 | K' ≤ 6.5 | K' ≤ 7 |
| Affaissement | ≥ 100 mm | ≥ 200 mm | ≥ 200 mm |
| Résistance à la compression à 28 jours | = 30 MPa | = 60 MPa | = 90 MPa |

Les résultats des simulations sont présentés sur la figure 4.3.1. Comme prévu, la quantité d'eau est plus forte avec le granulat concassé, à cause de son absorption et de sa compacité. Mais dès que le mélange devient assez riche, il n'y a plus aucun effet de la forme du granulat sur le rapport optimal gravillon/sable. Enfin, la consommation en ciment est plus forte avec le granulat roulé, à cause de sa

mauvaise adhérence à la pâte de ciment, sauf pour le BHP où la résistance du granulat devient prépondérante. Comme déjà annoncé par Day [Day 1995], le classement entre les deux natures de granulat peut changer selon le type de béton formulé (paragraphe 2.3.4).

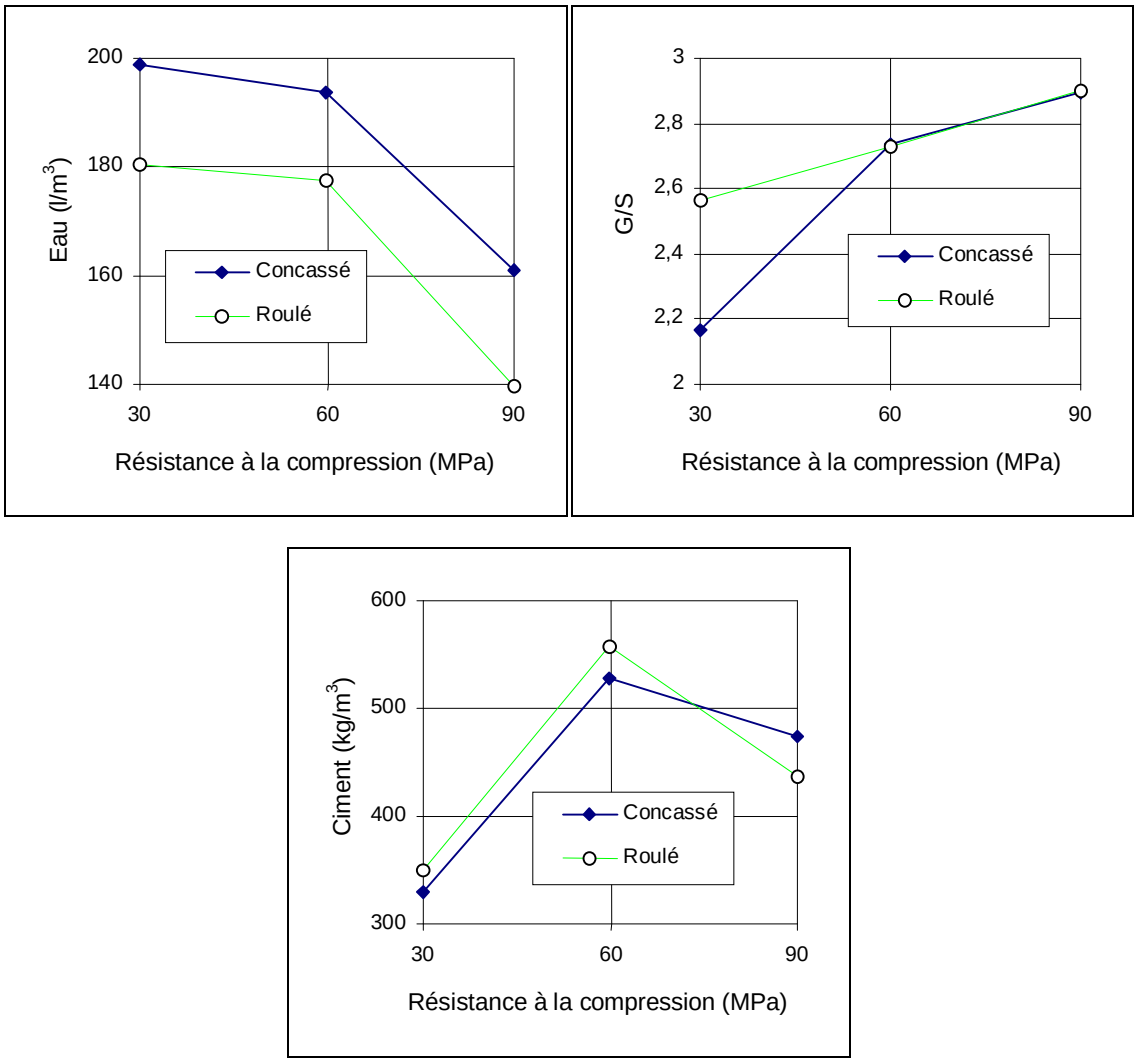



*Fig. 4.3.1. Effets de la résistance spécifiée sur divers paramètres (simulations)*

Enfin, si un béton est spécifié par des critères de compactabilité et de résistance, il n'y a aucun classement général entre granulat concassé et roulé. Par contre, si la contrainte relative au rapport eau/ciment est active, un mélange fabriqué avec un granulat roulé demandera moins de ciment.

En ce qui concerne le *sable*, précisons que les deux types de grains (roulés ou concassés) peuvent convenir pour la formulation de tout type de béton. Par exemple, tous les bétons produits dans certains départements français (au sud de Massif central) sont entièrement réalisés avec des granulats concassés, car il n'existe aucune ressource en sable alluvionnaire[88]. Les sables concassés présentent généralement une bonne distribution de tailles dans la plage [0,1, 4mm], alors que

[88] J.M. Geoffray (1995). Communication privée, LCPC

les sables de rivières manquent souvent de particules fines (prochaine section). Le défaut du sable concassé provient souvent de son pourcentage élevé en fines. Nous avons montré qu'une quantité d'environ 10% de filler calcaire dans un sable est généralement bénéfique, sous l'angle des propriétés du béton (paragraphe 4.2.2). En revanche, un sable concassé non lavé peut contenir jusqu'à 20% ou plus de particules inférieures à 80 μm, lesquelles augmentent de façon excessive le besoin en eau du béton. C'est la raison pour laquelle beaucoup de sables concassés du commerce sont lavés. Malheureusement, le lavage n'élimine pas que les particules fines, mais aussi une partie de celles dans la plage [0,1, 0,5 mm] qui sont essentielles à la stabilité du béton (prochaine section). Une bonne solution consiste à utiliser un sable concassé tel quel, en conservant sa distribution "naturelle" de taille, avec moins de ciment et d'eau, grâce à l'emploi d'un superplastifiant. Mais cette pratique est souvent proscrite par les normes qui imposent un dosage minimum en ciment. Un certain pourcentage de sable tamisé et lavé peut être alors ajouté au sable originel, comme alternative. Cette approche a permis à l'auteur de produire un excellent béton autonivelant de 100 MPa avec un granulat entièrement concassé [de Larrard *et al.* 1996a].

### 4.3.3 Bétons de granularité continue ou discontinue

#### Discontinuité entre sable et gravillon

Dès l'origine de la technologie du béton, de nombreuses controverses sont apparues sur l'intérêt des bétons discontinus par rapport aux bétons continus. En France, Valette défendit une méthode dans laquelle un mortier compact était tout d'abord fabriqué, puis mélangé avec un gravillon beaucoup plus gros que le sable. L'école adverse, conduite par Caquot, soutenait l'emploi de granulats continûment gradués. Intuitivement, les mélanges discontinus satisfont mieux l'idée naturelle de former un empilement compact de grains par imbrications successives de classes granulaires, la classe *i* étant bien plus petite que la classe *i-1*.

Dans le paragraphe 1.4.4, nous avons étudié le problème de l'optimisation de la granularité pour trouver la compacité la plus forte. La compacité *virtuelle* maximale théorique est obtenue avec une distribution discontinue. Mais l'on ne retrouve pas ce résultat dans les optimisations numériques concernant la compacité réelle. La compacité augmente toutefois si le nombre de classes élémentaires nécessaires à la formulation du mélange est progressivement augmenté. La granularité générale tend alors vers une distribution continue, excepté aux deux extrémités du spectre granulaire (tailles minimale et maximale, figure 1.4.9). Les différences entre une bonne distribution discontinue et la distribution continue deviennent alors mineures, et souvent inférieures à la précision du modèle de compacité (MEC).

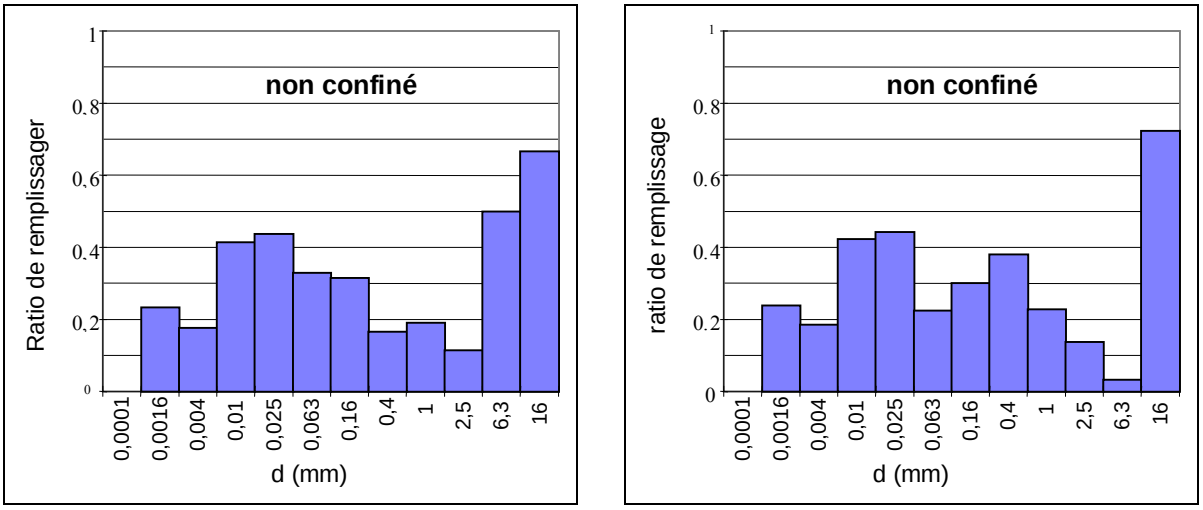
Les simulations des *bétons* ont été faites avec les constituants suivants : deux gravillons calcaires concassés (5/12,5 mm et 12,5/20 mm), un ciment Portland et de l'eau. Le béton continu (A) contenait les deux sables roulés présentés sur la figure 4.2.11. Le béton discontinu (B) contenait uniquement le gravillon 12,5/20, le sable fin et un sable intermédiaire ayant un $D_{max}$ plus faible que précédemment, de sorte qu'il n'y avait pas de grains compris entre 2,5 et 12,5 mm. Les bétons ont été optimisés sur la base des spécifications habituelles d'un béton ferme pour éléments préfabriqués, c'est-à-dire une compactabilité K' ≤ 6,5 et une résistance à la

compression à 28 jours de 50 MPa. Les proportions obtenues pour les mélanges sont données dans le tableau 4.3.3. On y voit que le béton A demande un peu moins de ciment que le béton B, et que ce dernier a une tendance beaucoup plus forte à la ségrégation (figure 4.3.2).

La diminution de la quantité de ciment provient de la différence dans la quantité de sable à l'optimum. Comme le béton B contient plus de sable, la teneur en air prédite par le modèle est légèrement plus élevée, et le rapport eau/ciment est un peu plus faible pour la même résistance théorique. Cependant, si une éprouvette est coulée avec le béton B, et fortement vibrée, sa résistance apparente sera améliorée (figure 4.3.3) car la ségrégation du gros granulat tendra à diminuer l'épaisseur maximale de pâte (EMP, paragraphe 2.3.3). Bien évidemment, les meilleures propriétés mesurées ne signifie pas que la qualité générale du béton est améliorée, car l'objectif est de produire des pièces homogènes.

*Tab. 4.3.3. Proportions des mélanges pour bétons (simulations)*

| | **A (béton continu)** | **B (béton discontinu)** |
|---|---|---|
| Concassé calcaire 12,5/20 mm (kg/m$^3$) | 688 | 1230 |
| Concassé calcaire 5/12,5 mm (kg/m$^3$) | 637 | 0 |
| Sable de rivière (kg/m$^3$) | 328 | 507 |
| Sable correcteur (kg/m$^3$) | 197 | 98 |
| Ciment Portland (kg/m$^3$) | 379 | 389 |
| Eau (kg/m$^3$) | 182 | 181 |
| e/c | 0.48 | 0.47 |
| Affaissement | 0 | 0 |
| Air (%) | 0.6 | 1.0 |
| Indice de ségrégabilité | 0.89 | 0.97 |




(A) (B)

*Fig. 4.3.2. Diagrammes de remplissage des mélanges. A (granularité continue) et B (granularité discontinue)*

Nous pouvons conclure des simulations précédentes qu'il n'y a aucun bénéfice systématique à utiliser des bétons discontinus pour ce type d'applications, bien que

de nombreuses usines de la préfabrication préfèrent ces mélanges. L'auteur pense que la supériorité apparente de ce type de béton vient de leur prédisposition à la ségrégation, dans les éprouvettes… Par contre, quand, dans une production de granulats, les classes intermédiaires sont de moindre qualité (en termes de forme ou de compacité), de meilleurs bétons peuvent être obtenus sans ces classes, du moins si le risque de ségrégation est correctement maîtrisé.

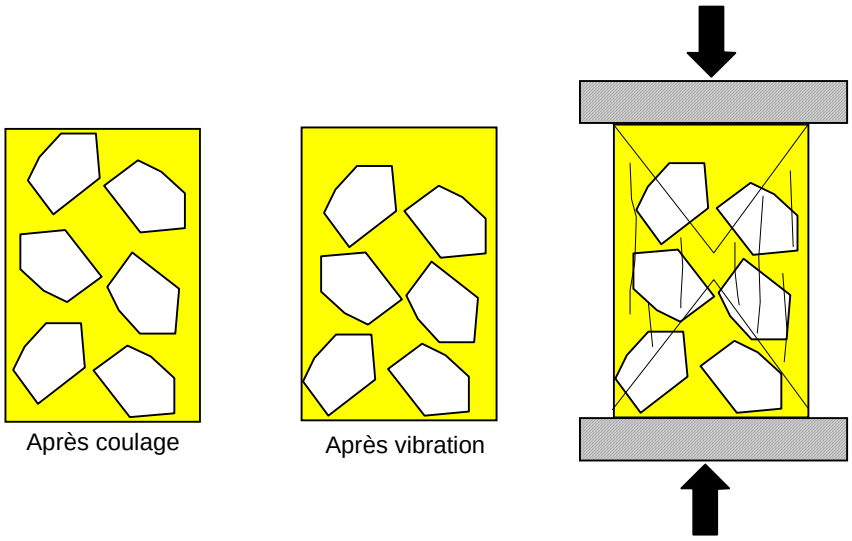



*Fig. 4.3.3. La ségrégation incidente augmente la résistance apparente. Dans la zone centrale de l'éprouvette, où se produit la rupture, l'épaisseur maximale de la pâte tend à diminuer quand les gros granulats descendent.*

### Discontinuité entre liant et sable

L'utilisation de sables de rivière dépourvus de fines est fréquente (paragraphe 4,3,2). L'origine de cette carence provient du mode de dépôts ou d'exploitation des gisements, où les particules fines sont entraînées par l'eau. Dans ce cas, le mélange est amélioré par l'apport d'un sable correcteur de granularité intermédiaire entre le ciment et le sable cru.

Pour illustrer l'intérêt de cette pratique, nous avons réalisé quelques simulations sur un béton ordinaire pour bâtiment. Le coût minimum est cherché, avec une compactabilité de 6 et une résistance à la compression à 28 jours de 25 MPa. Les constituants sont les mêmes que ceux utilisés dans les simulations précédentes. Les courbes granulométriques des matériaux fins sont données sur la figure 4.3.4.

Les résultats des simulations sont donnés dans le tableau 4.3.4. Les diagrammes de remplissage des bétons apparaissent sur la figure 4.3.5. Pour du mélange A, le manque de particules vers 0,1 mm est compensé par une importante quantité de sable qui, en retour, diminue la quantité de granulat intermédiaire (5/12,5 mm), dans la granularité optimale. Pour le mélange B, l'utilisation d'un sable correcteur conduit à une légère réduction de la demande en ciment (environ 12 kg/m$^3$), et à une augmentation de la classe 5/12,5 mm, ce qui diminue l'indice de ségrégation. Un troisième mélange a été conçu en ajoutant un filler calcaire. Un gain substantiel de ciment est obtenu, avec un indice de ségrégation plus bas. Il apparaît finalement que

l'utilisation de plusieurs coupures granulaires, pour obtenir une granularité continue et optimisée, est à la fois un facteur de qualité *et* d'économie. Mais, en pratique, la disponibilité des fractions granulaires ou des silos peut limiter ce procédé d'optimisation.

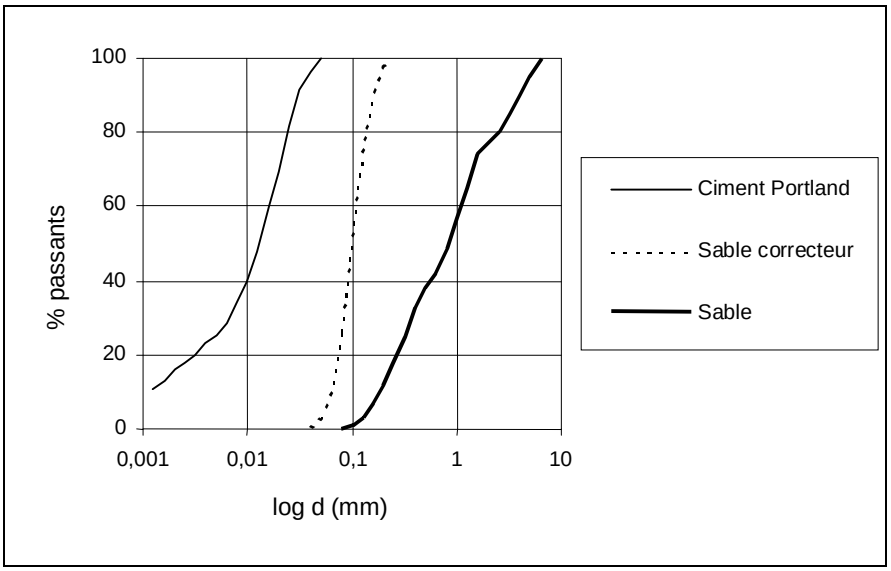
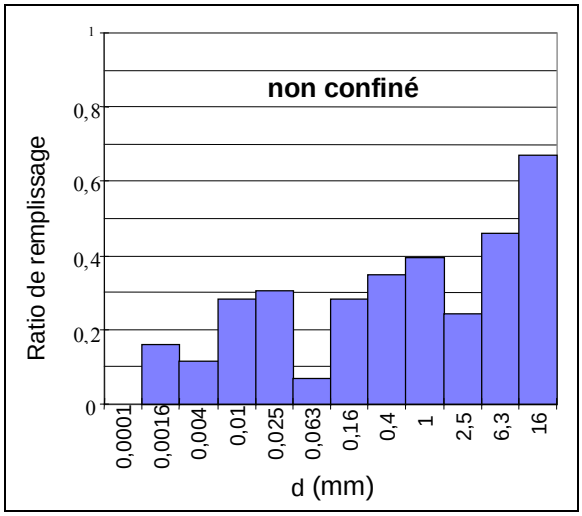


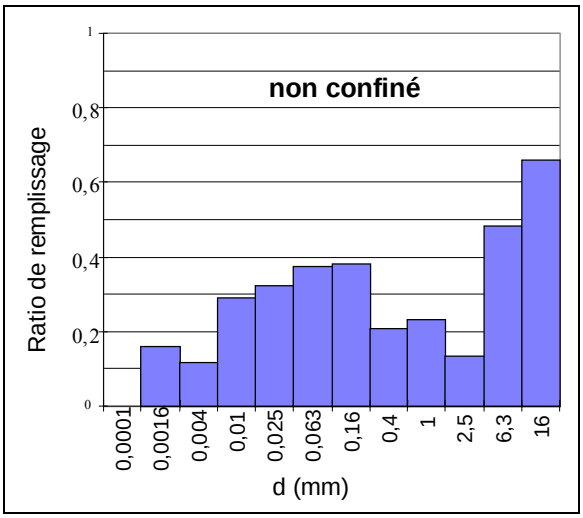

*Fig. 4.3.4. Granulométrie du ciment et des sables utilisés dans les simulations.*

*Tab. 4.3.4. Résultats des simulations.*

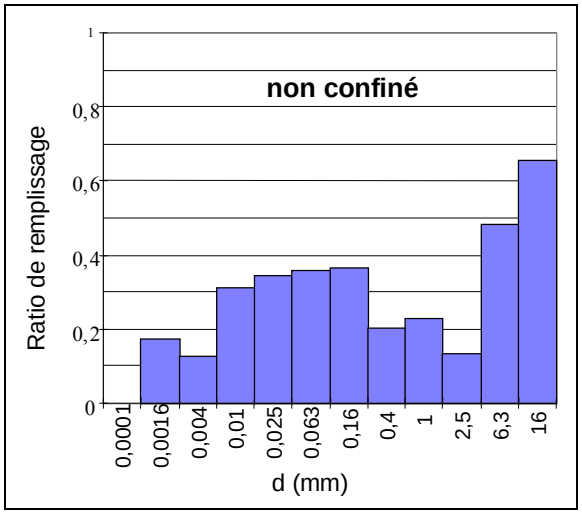
| **Mélange** | **A** | **B** | **C** |
|---|---|---|---|
| Concassé calcaire 12,5/20 mm (kg/m$^3$) | 774 | 697 | 690 |
| Concassé calcaire 5/12,5 mm (kg/m$^3$) | 436 | 585 | 591 |
| Sable (kg/m$^3$) | 670 | 390 | 387 |
| Sable correcteur (kg/m$^3$) | 0 | 246 | 230 |
| Ciment Portland (kg/m$^3$) | 276 | 264 | 245 |
| Filler calcaire (kg/m3) | 0 | 0 | 36 |
| Eau (kg/m$^3$) | 196 | 188 | 189 |
| Indice de ségrégation | 0.93 | 0.88 | 0.87 |
| Affaissement | 180 | 140 | 130 |
| Résistance en compression à 28j (MPa) | 25 | 25 | 25 |
| Compactabilité (K') | 6 | 6 | 6 |
| Prix unitaire par m$^3$ (unité arbitraire) | 233 | 229 | 222 |




(A)




(B)




(C)

*Fig. 4.3.5. Diagrammes de remplissage des mélanges*

## 4.4 Questions relatives aux liants

Etudions maintenant les différents aspects concernant les ciments et les additions.

Les principales propriétés du ciment Portland ont été décrites dans le chapitre 3.2, et leur rôle respectif dans les bétons apparaît assez clairement dans les modèles développés au chapitre 2. L'influence du liant est moins évidente quand le ciment Portland est mélangé à une addition minérale. La littérature technique regorge d'exemples où des bétons "Portland" sont comparés à des mélanges où le ciment a été partiellement remplacé par une addition. Mais ce type de comparaison n'a que peu d'intérêt pour l'ingénieur car, en général, les diverses propriétés ne sont pas comparables entre elles.

L'avantage des modèles informatiques proposés est de permettre des comparaisons pertinentes entre des mélanges ayant les mêmes spécifications fondamentales. Le coût et les propriétés secondaires peuvent alors être comparés, de façon à concevoir les mélanges où l'utilisation d'une addition minérale est réellement favorable.

Remarquons encore que des additions minérales sont déjà mélangées avec le clinker dans les ciments composés. Les développements suivants s'appliquent aussi à ce type de produits. L'un des intérêts des ciments composés est de réduire à un seul le nombre de silos nécessaires. Mais l'utilisateur ne peut plus modifier les proportions respectives de ciment et d'additions minérales, ce qui limite les possibilités d'obtenir un mélange techniquement et économiquement optimisé.

### 4.4.1 Utilisation des fillers calcaires

Nous avons vu précédemment qu'un filler inerte est théoriquement avantageux dans les bétons maigres, car il complète l'efficacité du ciment en comblant les vides intergranulaires (règle 12, paragraphe 4.2.1). On sait aussi qu'un filler calcaire n'est ni inerte, ni gratuit, et qu'une petite quantité de ce produit est toujours bénéfique sitôt que le ciment contient des aluminates. La quantité optimale de filler calcaire augmente quand la dose de superplastifiant augmente et quand la résistance visée diminue (paragraphes 2.3.7 et 4.2.2). De même, l'incorporation de filler calcaire est plus attrayante quand le taux de $C_3A$ du ciment est élevé.

Nous avons vu aussi que l'effet accélérateur est contrôlé par la surface spécifique du produit (paragraphe 2.3.7). Mais, sans superplastifiant, un filler plus fin demande plus d'eau, en terme de seuil de cisaillement et d'affaissement, puisque la contribution de la fraction granulaire au seuil de cisaillement augmente quand la taille des grains diminue (paragraphe 2.1.3). Un filler calcaire très fin (diamètre moyen $\leq$ 1 $\mu$m) n'a donc d'intérêt que si une grande quantité de superplastifiant est utilisée. De plus, pour les BHP, les fillers calcaires sont concurrencés par les produits pouzzolaniques, comme les fumées de silice qui sont beaucoup plus réactives [de Larrard 1989].

Examinons des résultats de simulations montrant l'effet de l'incorporation d'un filler calcaire dans des bétons hydrauliques. Les spécifications prises en compte sont les suivantes : une compactabilité minimale (K' $\leq$ 6), un affaissement d'au moins 100 mm, et une résistance à la compression à 28 jours évoluant entre 20 et 50 MPa. Les mélanges ont été formulés avec les constituants de référence. Le coût du filler a été pris égal à 16% de celui du ciment.

Dans la première série, le liant est un ciment Portland. Dans la seconde série, un filler calcaire est ajouté. La troisième série contient en plus un superplastifiant. Le

coût minimum est cherché pour tous les mélanges. Les résultats des simulations sont présentés sur la figure 4.4.1.

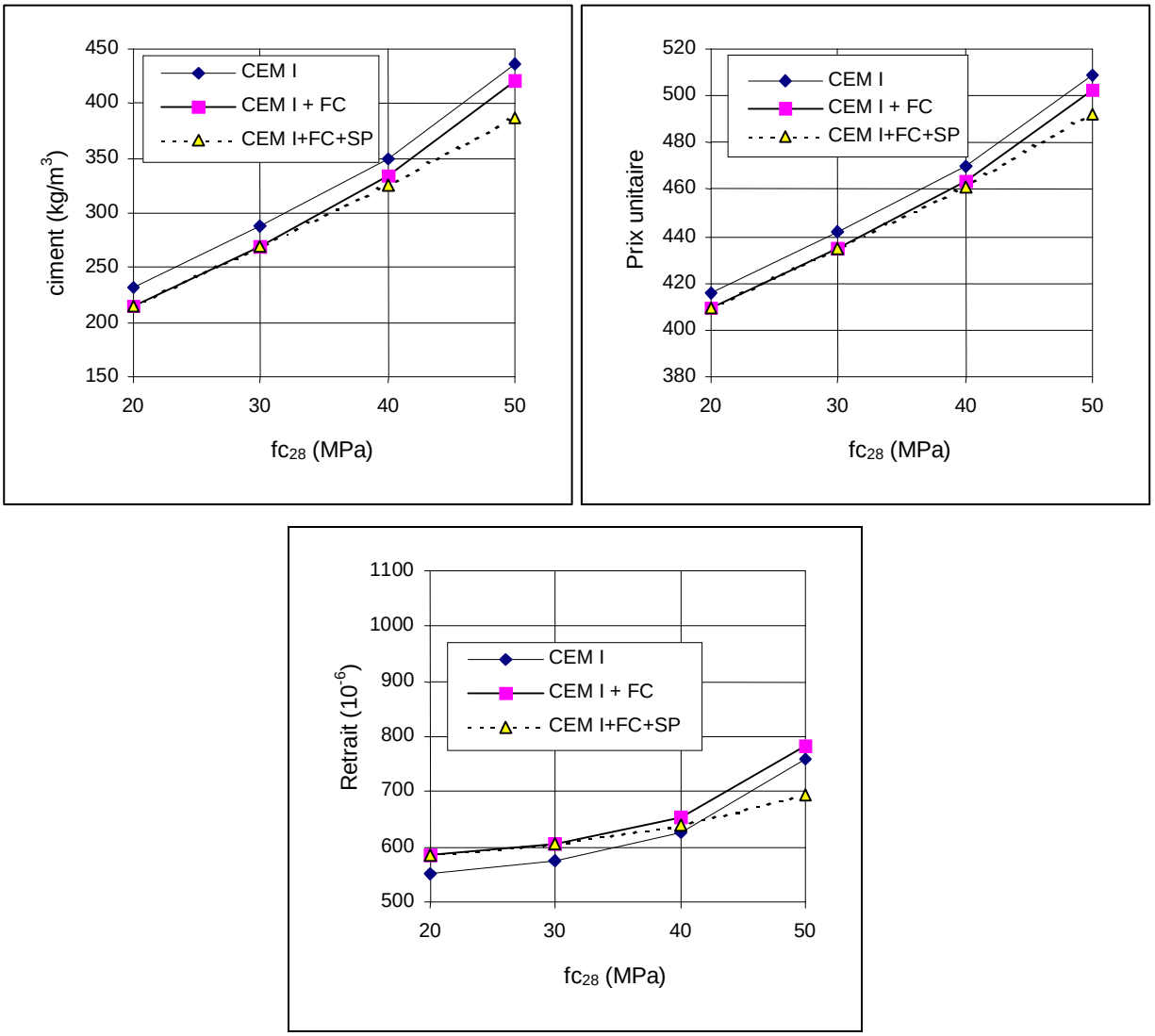



*Fig. 4.4.1. Effet de la résistance à la compression spécifiée sur diverses proportions ou propriétés du béton (simulations). CEM I = Ciment Portland ; FC = filler calcaire ; SP = superplastifiant.*

Ces simulations montrent que l'incorporation d'un filler calcaire ne permet qu'une réduction modérée de la quantité de ciment[89] et, donc, une faible économie générale. Ce n'est que dans la gamme des hautes résistances que le filler devient réellement intéressant, grâce à l'emploi du superplastifiant. L'utilisation du filler entraîne aussi une légère augmentation du retrait total (paragraphe 2.5.6), sauf dans la partie droite du diagramme. Enfin, la montée en résistance n'est guère modifiée par le filler calcaire (figure 4.4.2), car l'effet négatif provoqué par l'augmentation du rapport eau/ciment (paragraphe 2.3.5) est compensé par l'effet accélérateur positif reconnu à cette addition.

[89] rappelons que l'économie en ciment dépend aussi du taux de $C_3A$.

Excepté l'effet déjà mentionné sur le retrait, les fillers calcaires n'influent guère sur la durabilité générale du matériau (à maniabilité et résistance égales) s'ils ne sont pas surdosés, [Detwiler et Tennis 1996], sauf pour leur résistance à l'écaillage (Caré *et al.* 1998)

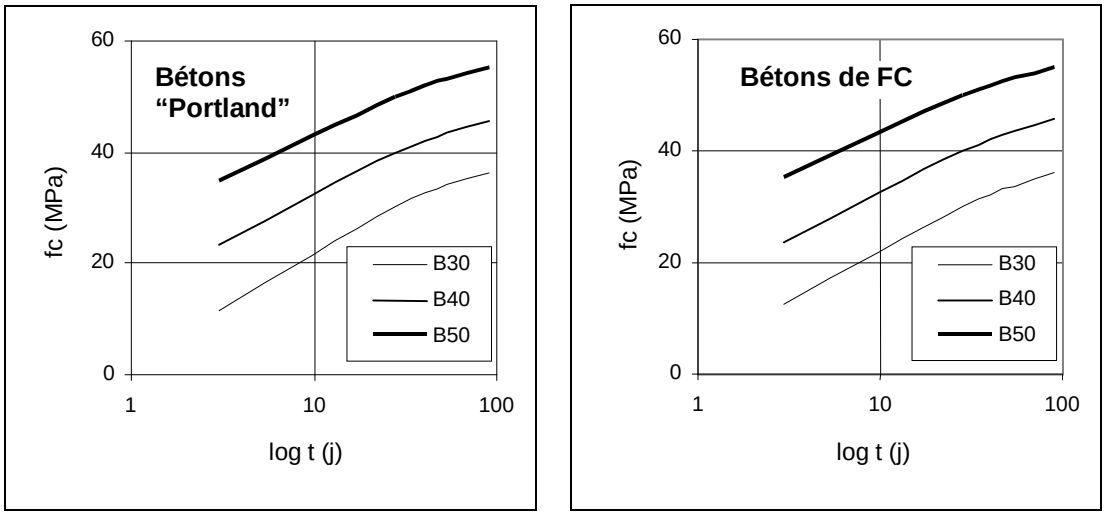



*Fig. 4.4.2. Montée en résistance de mélanges sans (première série) ou avec (deuxième série) filler calcaire.*

### 4.4.2 Utilisation des cendres volantes

Les cendres volantes silico-alumineuses sont les pouzzolanes les plus utilisées dans les bétons. C'est un devoir pour les praticiens d'utiliser au maximum ces produits, car leur mise en décharge sera de plus en plus problématique, pour des raisons écologiques.

Les cendres volantes constituent à plusieurs titres une addition bénéfique pour le béton. Mais, comme pour tout sous-produit, leurs propriétés varient parfois pour une même origine, surtout quand la nature du charbon change. Sans oublier ce problème de variabilité, qui doit être évalué dans toute application réelle, des simulations ont été réalisées pour montrer l'effet de l'incorporation de cendres volantes dans le béton. La même approche que celle développée pour le filler calcaire a été appliquée. Une cendre volante "standard" a été utilisée dans les simulations, avec un coût unitaire de 80 FF/t. Sa compacité résiduelle était de 0,50 sans superplastifiant, et de 0,54 avec superplastifiant. Les valeurs de Kp (coefficient d'activité) à 1, 2, 3, 7, 28 et 90 jours étaient respectivement 0,0, 0,1, 0,2, 0,5 et 0,7. Les résultats des simulations apparaissent sur la figure 4.4.3.

Dans la plage des faibles résistances, le bénéfice lié à l'utilisation des cendres volantes sans superplastifiant est plus important que dans le cas des fillers calcaires. Ce bénéfice disparaît vers les hautes résistances, et le ciment Portland pur devient plus concurrentiel. Une légère quantité de superplastifiant rétablit l'intérêt économique des cendres volantes dans toute la gamme.

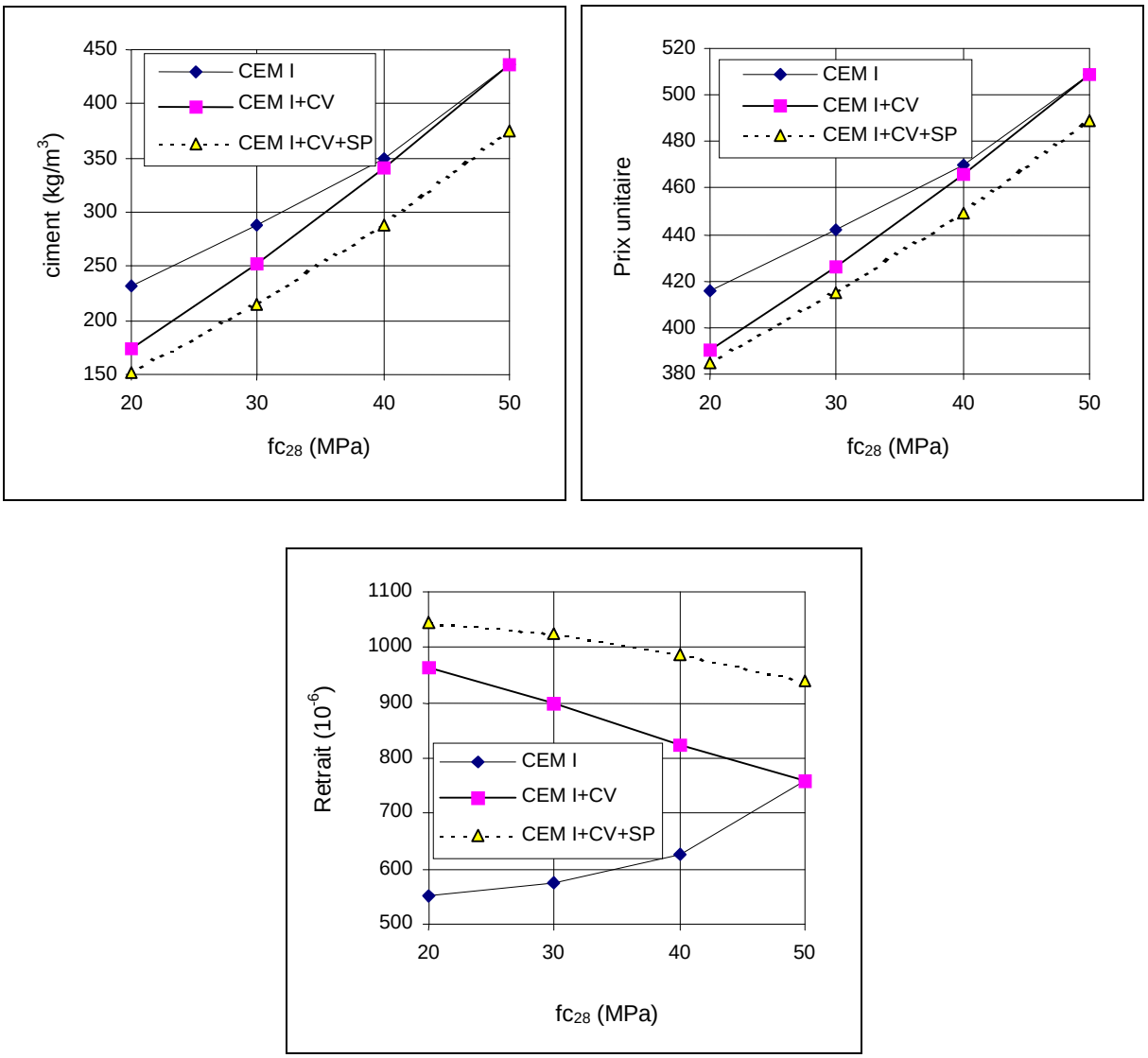



*Fig. 4.4.3. Effets de la résistance à la compression spécifiée sur diverses proportions du béton (simulations).*

Comme l'activité des cendres volantes n'arrive pas rapidement à saturation, par rapport au filler calcaire[90], l'optimisation économique peut conduire à un très fort dosage en cendres volantes, et à des bétons ayant une grande quantité de pâte. Cette voie est préjudiciable à toutes les propriétés de déformabilité, dont le retrait. Un autre effet néfaste est le ralentissement de la vitesse de durcissement, visible sur la figure 4.4.4. Alors, dans un contexte économique concurrentiel, le dosage des cendres volantes doit être défini en tenant compte de tous les paramètres de la formule, dont les déformations différées et la résistance au jeune âge. Ou bien, si une quantité maximale doit être employée (béton à volume élevé de cendres volantes), il faut prévoir une forte dose de superplastifiant (paragraphe 5.5.2).

Concernant la durabilité, si l'on compare un béton incorporant des cendres volantes à un béton de référence de même maniabilité et de même résistance, ne contenant que du ciment Portland :

[90] comme on peut le constater en comparant les figures 2.3.22 et 2.3.26

— la nécessité d'une cure rigoureuse est plus manifeste ;

— la profondeur de carbonatation peut être supérieure, puisqu'il y a moins de portlandite pour former le carbonate de calcium qui ferme le réseau poreux et ralentit la pénétration de dioxyde de carbone supplémentaire ;

— en supposant que la cure soit satisfaisante, la perméabilité du béton durci est moindre ;

— la résistivité du béton durci est meilleure ;

— la possibilité de développement d'une réaction de type "alcali-silice" est réduite ;

— la résistance à l'écaillage en présence de sels de déverglaçage est moins bonne [Neville 1995].

Enfin, comme beaucoup de cendres volantes contiennent un certain pourcentage de carbone libre, la couleur du béton est plus sombre.

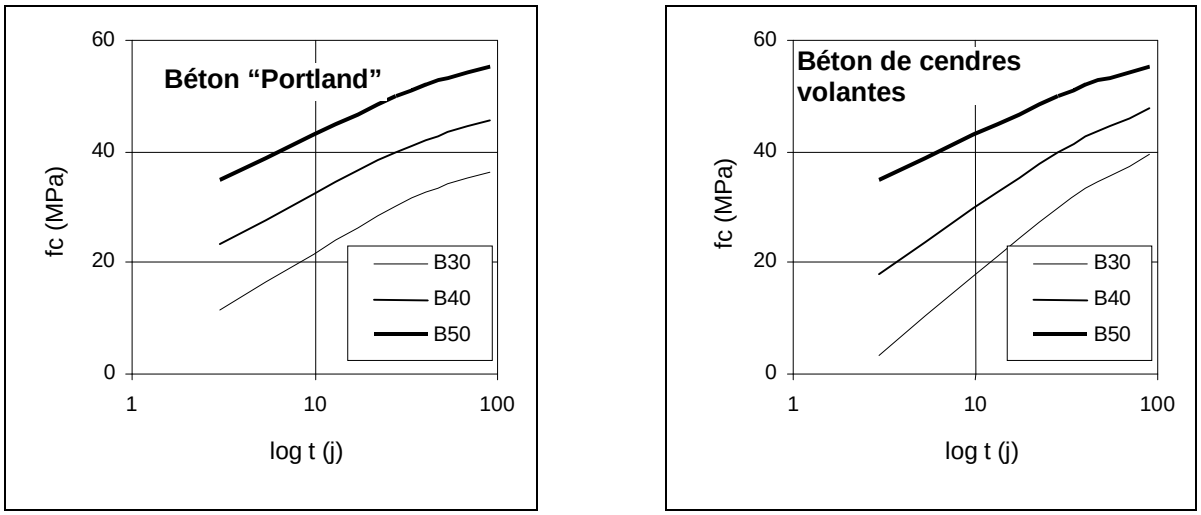



*Fig. 4.4.4. Montée en résistance de mélanges sans (première série) ou avec (deuxième série) cendres volantes silico-alumineuses.*

## 4.4.3 Utilisation des fumées de silice

Les fumées de silice présentent de nombreuses similitudes avec les cendres volantes silico-alumineuses : les grains sont sphériques et le produit possède des propriétés pouzzolaniques. Toutefois, les fumées de silice sont beaucoup plus réactives que les cendres volantes, et bien plus fines aussi. Une cendre volante sélectionnée, de taille maximale 10-15 μm, constitue un produit intermédiaire [Naproux 1994].

### Effet filler des fumées de silice

Par leur distribution de taille, les fumées de silice exercent un effet filler dans le béton, même si le dosage en ciment est élevé [Bache 1981]. Mais cet effet n'est significatif que lorsqu'une grande quantité de superplastifiant est utilisée avec l'addition minérale. En effet, l'intensité de l'effet filler dépend de l'état de défloculation des fumées de silice dans le béton frais, qui est partiellement contrôlé par le mode de conditionnement du produit (qui peut se présenter sous forme brute, en barbotine,

densifiée, cobroyée avec le ciment, etc.). Il n'y a actuellement aucune méthode expérimentale pour évaluer la granularité réelle des fumées de silice en présence de ciment et d'adjuvant.

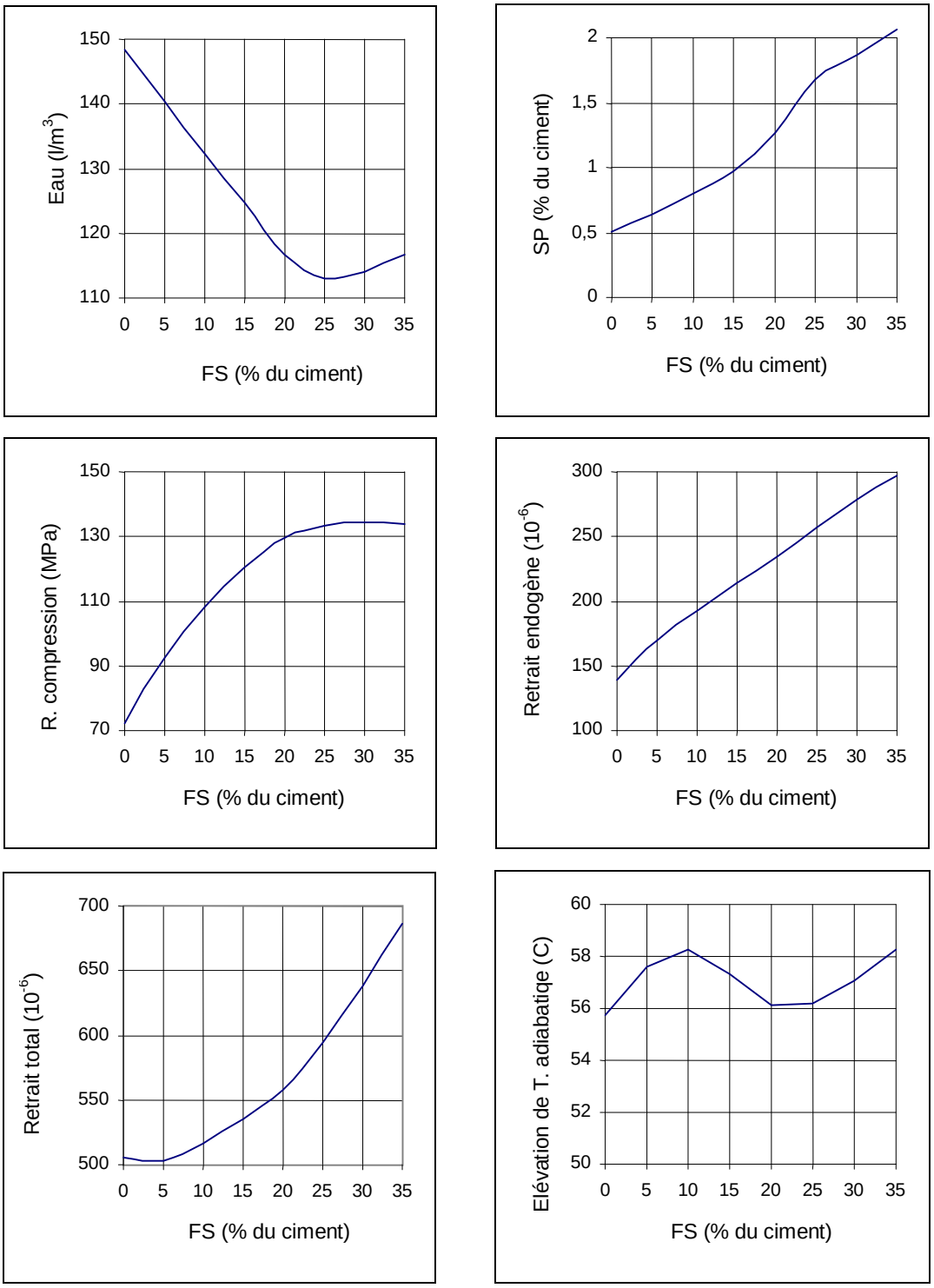



*Fig. 4.4.5. Effet de l'incorporation de fumées de silice sur les proportions et les propriétés de BHP ayant la même quantité de ciment.*

Des simulations ont été réalisées pour évaluer l'effet filler des fumées de silice dans un béton à hautes performances (BHP). Les constituants sont les mêmes que ceux des simulations précédentes, sauf pour les fumées de silice (supposées utilisées en coulis) qui ont une taille moyenne de 0,1 μm et une compacité[91] (en présence de superplastifiant) de 0,65. Les valeurs de Kp prisent en compte sont respectivement 1,6 et 4 à 3 et 28 jours. Tous les mélanges ont la même quantité de ciment (430 kg/m$^3$), une compactabilité minimale (K' ≤ 8), un affaissement minimum (200 mm), et un pourcentage croissant de fumées de silice. La quantité d'eau et le dosage en superplastifiant ont été ajustés pour donner la résistance à la compression à 28 jours la plus élevée, en respectant les contraintes précédentes. Les résultats des simulations apparaissent sur la figure 4.4.5.

L'effet filler est marqué par la diminution de la quantité d'eau quand le dosage en fumées de silice augmente. Le dosage en superplastifiant doit cependant être continûment augmenté afin de prendre en compte la plus grande surface spécifique du mélange[92]. L'effet filler se poursuit jusqu'à un dosage en fumée de silice d'environ 25%, qui est aussi le dosage optimum pour la résistance à la compression. Au-delà, l'avantage de l'effet pouzzolanique est annihilé par l'accroissement du dosage d'eau. On remarquera que grâce à la fumée de silice, la résistance à la compression à 28 jours est presque doublée.

Comme prévu, le retrait endogène augmente dans les mêmes proportions. C'est un facteur favorisant les premières fissures dans les structures dont les déformations sont gênées. Par contre, l'élévation de la température en conditions adiabatiques n'évolue guère. Même si le dosage en liant total augmente, ce qui augmente la chaleur *potentielle*, la baisse du rapport eau/liant diminue le degré final de transformation des fumées de silice et du ciment (paragraphe 2.2) et, finalement, le retrait total n'augmente que d'une valeur modérée. On prend ainsi conscience du rôle unique des fumées de silice : fournir au formulateur un moyen d'atteindre le domaine des très hautes résistances sans beaucoup altérer les propriétés secondaires du béton.

### Comparaison de bétons avec ou sans fumées de silice

Une autre façon d'étudier l'intérêt des fumées de silice est de comparer des bétons avec ou sans FS sur la base des mêmes spécifications. Pour les simulations, les exigences précédentes de compactabilité et d'affaissement ont été gardées. Les dosages en liant, en eau et en superplastifiant ont été optimisés, plutôt que de chercher la résistance maximale, afin de minimiser la montée de la température en conditions adiabatiques. La résistance à la compression à 28 jours a évolué entre 60 et 100 MPa, pour des bétons sans fumées de silice et des bétons avec 10% de FS, respectivement. Les résultats des simulations sont présentés sur la figure 4.4.6.

Le mélange de ciment Portland avec 10% de FS constitue un liant aux propriétés remarquables, ayant une bonne résistance et une demande en eau réduite. C'est pourquoi, pour atteindre une résistance donnée, il faut toujours une quantité moindre de ce mélange, par rapport au ciment Portland pur. Le coût d'un béton à base de FS est plus élevé dans la plage des résistances modérées (60-75 MPa), et plus faible dans le domaine des très hautes résistances. Cela explique pourquoi les bétons

[91] compacité générale dans l'essai de demande en eau (paragraphe 3.3.3)
[92] la demande en superplastifiant des fumées de silice est d'environ 4 fois celle du ciment [de Larrard 1988]

sans FS sont souvent retenus pour les BHP de type B 60, alors que les bétons de plus haute résistance sont toujours formulés avec une addition minérale (fumées de silice le plus souvent - paragraphe 5.3.1). Dans les calculs de coût, les fumées de silice ont été estimées à trois fois le prix du ciment.

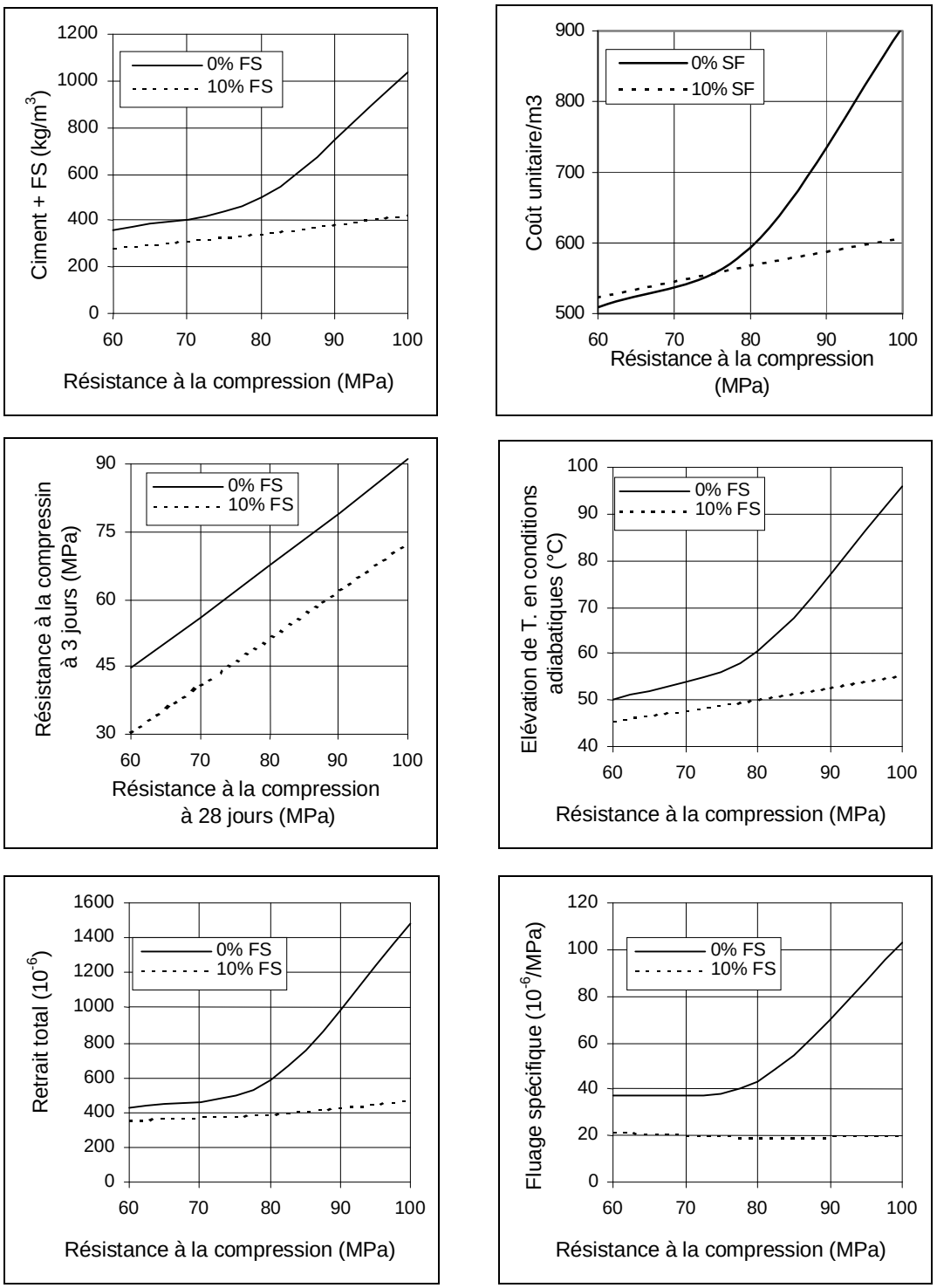



*Fig. 4.4.6. Comparaison de mélanges avec ou sans FS, à spécifications égales.*

Les fumées de silice ont cependant le défaut de pénaliser les résistances au jeune âge. En revanche, la fissuration est minimisée, car la hausse de la température en conditions adiabatiques et le retrait total sont atténués. De même, la déformation de fluage est moindre. D'ailleurs, dans le code français BPEL s'appliquant aux BHP, le coefficient de fluage, avec ou sans FS, est respectivement de 0,8 et de 1,5 [Le Roy *et al.* 1996].

On retiendra finalement que les fumées de silice sont les meilleures additions minérales pour les BHP. La plupart des propriétés de durabilité sont améliorées par une incorporation de fumées de silice : la perméabilité est réduite (quel que soit le fluide), la résistivité du béton durci été augmentée, la résistance aux sulfates et aux acides est améliorée, le risque de développement d'une réaction alcali-silice est largement atténué, etc. [Neville 1995]. Les fumées de silice n'ont cependant pas toutes les mêmes qualités (paragraphe 3.3). En particulier, la qualité de la défloculation, importance de l'effet filler, peut constituer un paramètre critique.

## 4.5 Stabilité du béton dans un contexte de production industrielle

Une fois le béton formulé, il faut prévoir la variabilité de ses propriétés dans le contexte de la production industrielle. La qualité et le dosage des divers constituants peuvent en effet changer au cours du temps. Face à ce problème, deux approches sont possibles :

— l'approche "classique" où la formule théorique est gardée constante. Une marge suffisante doit alors être prise entre la résistance spécifiée et la résistance visée. Dans beaucoup de pays, des règlements rigides imposent cette approche au formulateur. La composition réelle fluctuera toutefois, en raison notamment de la précision limitée des instruments de pesée. La philosophie du contrôle tient plus alors d'une obligation de moyen que d'une obligation de résultats ;

— l'approche "moderne" où l'on tente de réduire la variabilité des propriétés par un ajustement continu de la formule. Dans ce cas, on peut tendre vers plus faible différence entre résistance visée et résistance spécifiée. Cette approche est plus rationnelle, car il est évidemment préférable d'avoir un mélange ayant ses (principales) propriétés constantes, mais sa composition variable, que d'avoir une composition constante avec des propriétés variables. Cette démarche est défendue par Day, qui propose d'appliquer le principe "cusum" (*cumulative sums* ou sommes cumulées) pour contrôler les différentes pesées réalisées à la centrale à béton [Day 1995].

Bien que la modélisation du système béton proposée au chapitre 2 s'inscrive dans cette seconde approche, les contrôles de qualité et de variabilité qui accompagnent la production ne sont pas traités dans cet ouvrage. On veillera cependant, lors de l'établissement de la formule théorique d'un béton pour une production spécifique, à ne pas concevoir un mélange qui soit trop "pointu"[93]. De plus, lorsque la composition est fixée, il faut estimer sa variabilité probable, par expérimentation ou par simulation. Ces questions sont traitées dans les sections suivantes.

### 4.5.1 Stratégie pour concevoir un mélange de variabilité minimum

Examinons les diverses causes de variabilité d'une formule de béton qui peuvent apparaître en centrale.

#### Variabilité des constituants

Les changements relatifs aux caractéristiques des constituants sont énumérés dans le tableau 4.5.1. Dans les prochains développements, seules les propriétés de maniabilité et de résistance des bétons seront considérées.

A partir de ce tableau, le formulateur peut sélectionner les constituants qui présentent la plus faible variabilité, de façon à produire le béton le plus constant possible. De même, un plan d'assurance qualité contraignant peut déterminer le choix d'une carrière où la probabilité d'importantes variations dans la production des granulats sera minime. L'effet majeur de la variation de teneur en eau peut aussi conduire à écarter un granulat présentant une forte absorption d'eau. Par ailleurs, au moment de choisir un fournisseur de ciment, l'examen des données statistiques de sa production des années passée peut être intéressant. Concernant les additions minérales, remarquons qu'un critère de faible variabilité peut conduire le formulateur

[93] c'est-à-dire qui ne doit être pas trop sensible aux variations marginales des proportions de constituants.

à préférer un filler calcaire, qui est un produit, plutôt qu'une cendre volante, qui est un sous-produit (à moins qu'un contrôle de qualité rigoureux n'existe pour la production de la cendre volante).

*Tab. 4.5.1. Variations des propriétés des bétons liés aux caractéristiques des constituants.*

| Constituants | Paramètres | Effets sur la maniabilité | Effets sur la résistance |
|---|---|---|---|
| Granulats | Granulométrie | * * | - |
| | Forme[94] | * * | - |
| | Propreté | * | * * |
| | Teneur en eau | * * * | * * * |
| Ciment Portland | Résistance | - | * * * |
| | Finesse | * * | * * (au jeune âge) |
| | $C_3A$ et sulfates | * * * (en présence de SP) | * * (au jeune âge) |
| | $C_3S/C_2S$ | - | * (au jeune âge) |
| Additions minérales liantes | Finesse | * | * (au jeune âge) |
| | Indice d'activité | - | * * |

### Variabilité des proportions

Dans la plupart des procédés industriels, les constituants sont soit pesés (granulats, poudres), soit mesurés en volume (adjuvants, eau). Les granulats sont souvent pesés en cumulé, et les erreurs sur une pesée peuvent être corrigées à la pesée suivante, d'où l'intérêt d'un contrôle de la quantité *totale* de granulat plutôt que pour chaque fraction. Il peut y avoir par conséquent un intérêt à choisir une formule qui minimise l'effet du rapport G/S vis-à-vis de la maniabilité, rapport qui fixe le choix des proportions optimales (paragraphes 4.2.1 et 4.2.2). Il n'est pas rare de voir des mélanges qui présentent un excès de sable, soit parce qu'il donne des bétons plus faciles à travailler, soit parce que le sable est localement moins cher que le gravillon. Dans ce cas, on doit s'attendre à ce que la maniabilité des mélanges varie plus car, étant donné que la teneur en eau du sable est généralement beaucoup plus élevé que celle du gravillon, il est probable que les variations de quantité d'eau seront plus fortes. Enfin, plus le mélange sera sableux, plus sa résistance sera sensible aux changements de maniabilité. En effet, si l'on se réfère au modèle de l'air occlus présenté paragraphe 2.1.6, il est clair que l'effet sur la teneur en air de l'affaissement croît beaucoup lorsque la quantité de sable augmente dans le mélange. En retour, cet air affectera la résistance à la compression (§ 2.3).

Un autre facteur important concerne la variabilité du dosage en adjuvant. Si un béton à hautes performances (BHP), de maniabilité et de résistance données, doit être formulé, il existe une certaine marge de liberté entre, d'une part, un mélange avec une quantité de liant faible et un dosage de superplastifiant à saturation (paragraphes 3.4.2 et 5.5) et, d'autre part, un mélange avec plus de liant et moins de superplastifiant. Comme nous verrons plus loin, ce dernier aura une viscosité plastique plus faible. Le choix d'un dosage en superplastifiant inférieur à la dose de saturation peut cependant provoquer deux types de problèmes :

[94] au travers des mesures de compacité : paragraphe 3.1.4.

— des variations dans la quantité de superplastifiant (voire un malaxage insuffisant) auront de plus grands effets sur la maniabilité (car la courbe de la maniabilité en fonction de la quantité de superplastifiant est plus escarpée dans la région des faibles dosages - paragraphe 3.4.2) ;

— des changements dans la nature de ciment (teneur en $C_3A$, forme du gypse, etc.) produiront aussi des effets sensibles sur les propriétés rhéologiques. Il est démontré en effet qu'une partie du superplastifiant est rapidement consommée par les premières réactions d'hydratation. Il est donc primordial de conserver une part significative de la dose initiale en solution dans l'eau. Sinon, si presque tout le superplastifiant est adsorbé sur les grains de ciment, une légère accélération de l'hydratation initiale aura un effet trop important sur la maniabilité. Des pertes rapides d'affaissement seront alors à craindre.

En conclusion, une plus faible variabilité de la maniabilité sera obtenue si les proportions de granulats satisfont les optima (des propriétés spécifiées du béton frais), et si la dose de superplastifiant est proche de la dose de saturation (quand un tel produit est intéressant).

### 4.5.2 Estimation par les essais

Si l'incertitude se rapportant aux diverses caractéristiques des constituants et aux dosages est estimée, il devient possible d'évaluer la variabilité des propriétés d'un béton dans un procédé spécifique de production. Une approche probabiliste raffinée peut même être utilisée.

Mais l'approche la plus simple consiste à mesurer l'effet de chaque paramètre critique, en faisant varier ce paramètre et en gardant les autres constants. Dans la réglementation française, cette démarche est obligatoire si le béton est destiné à un ouvrage d'art [Fascicule 65 A]. Une combinaison linéaire des divers effets donne alors la variation générale des propriétés, quand tous les paramètres sont supposés changer simultanément. Réalisons ce genre d'étude pour comparer la fiabilité de trois mélanges : un béton de résistance normale (BO), un béton à hautes performances (BHP) et un béton à très hautes performances (BTHP) [de Larrard 1988, de Larrard et Acker 1990]. Les propriétés étudiées étaient l'affaissement et la résistance à la compression à 28 jours.

Partant du fait que les squelettes granulaires de ces bétons étaient optimisés, les paramètres critiques pour l'affaissement et la résistance sont les dosages en eau, en ciment, en fumées de silice et en superplastifiant. Les variations attendues de ces dosages dans une production industrielle sont données dans le tableau 4.5.2. Des gâchées expérimentales ont été réalisées en faisant varier un seul paramètre à la fois, les autres étant gardés constants. Dans ces essais, la variation du paramètre choisi était amplifiée, afin de réduire l'incertitude sur l'effet obtenu (compte tenu de l'erreur intrinsèque de l'essai).

Les effets des divers changements sur l'affaissement et sur la résistance sont présentés sur les figures 4.5.1 et 4.5.2. Concernant l'affaissement, on voit que la quantité d'eau est le principal facteur influant, étant donné que le dosage de saturation en superplastifiant avait été adopté pour le BHP. Concernant la résistance à la compression, l'eau est encore le facteur principal, suivi par la quantité de ciment. Par rapport au BO, les BHP et BTHP ont une plus grande sensibilité au dosage en eau. Par contre, un changement dans la quantité de ciment n'a pour ces mélanges

que des effets mineurs. Enfin, l'effet cumulé des erreurs de pesées a été calculé sur la base des changements acceptables dans les proportions du mélange. En termes relatifs, la chute de résistance était respectivement de 12,2%, 10% et 13,8%, pour le BO, le BHP et le BTHP. Contrairement aux idées reçues, les BHP et BTHP ne sont pas beaucoup "plus pointus" que le BO. Ce propos est confirmé par le bilan obtenu sur certains chantiers d'ouvrage d'art. Par exemple, l'écart type[95] dans le contrôle de qualité du pont Chateaubriand, où un BHP de 80 MPa avec fumées de silice a été coulé, n'était que de 2,6 MPa [de Champs et Monachon 1992].

*Tab. 4.5.2. Variations typiques des proportions dans une production de béton [de Larrard 1988]. Le signe des variations est pris au désavantage de la résistance.*

| Paramètres | Variation acceptée dans une production de béton | Variations adoptées dans les gâchées expérimentales |
|---|---|---|
| Excès d'eau | + 3% +5 l/m$^3$ | 15 l/m$^3$ |
| Manque de ciment | - 3% | - 6% |
| Manque de fumées de silice | - 5% | - 10% |
| Manque de superplastifiant | - 5% | - 10% |

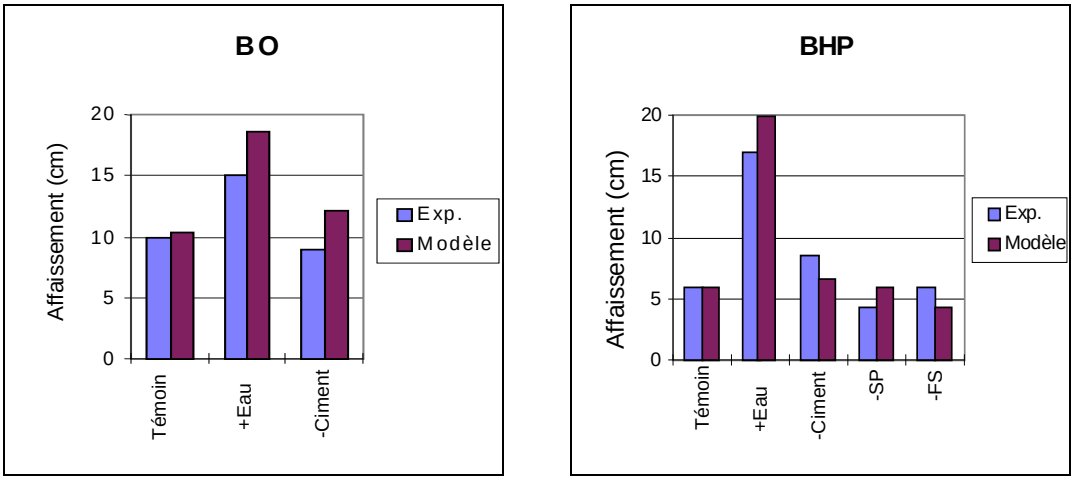



*Fig. 4.5.1. Effet du changement des proportions du mélange sur l'affaissement. Données expérimentales de [de Larrard et Acker 1990]. SP= superplastifiant ; FS= fumées de silice.*

### 4.5.3 Estimation par simulation

En plus des mesures expérimentales de la sensibilité des mélanges, des simulations peuvent être réalisées. Quand les modèles sont bien calibrés, une approche numérique est même préférable à l'approche expérimentale, car on peut envisager un plus grand nombre de scénarios. De même, l'estimation de l'effet cumulé des changements dans les proportions du mélange est meilleure, puisque l'erreur de linéarisation n'est pas faite dans la démarche numérique. Pour valider une telle approche, les expériences rapportées dans la section précédente ont été simulées avec les modèles développés au chapitre 2. La plupart des paramètres des constituants ont été mesurés, les autres ont été estimés ou calibrés jusqu'à vérifier les propriétés des mélanges témoins. L'effet du changement des paramètres des

[95] calculé sur une population de *résultats*, un résultat étant la moyenne de la résistance de 3 cylindres.

formules, comme indiqué dans le tableau 4.5.2, a alors été simulé. Les résultats sont donnés sur les figures 4.5.1 et 4.5.2.

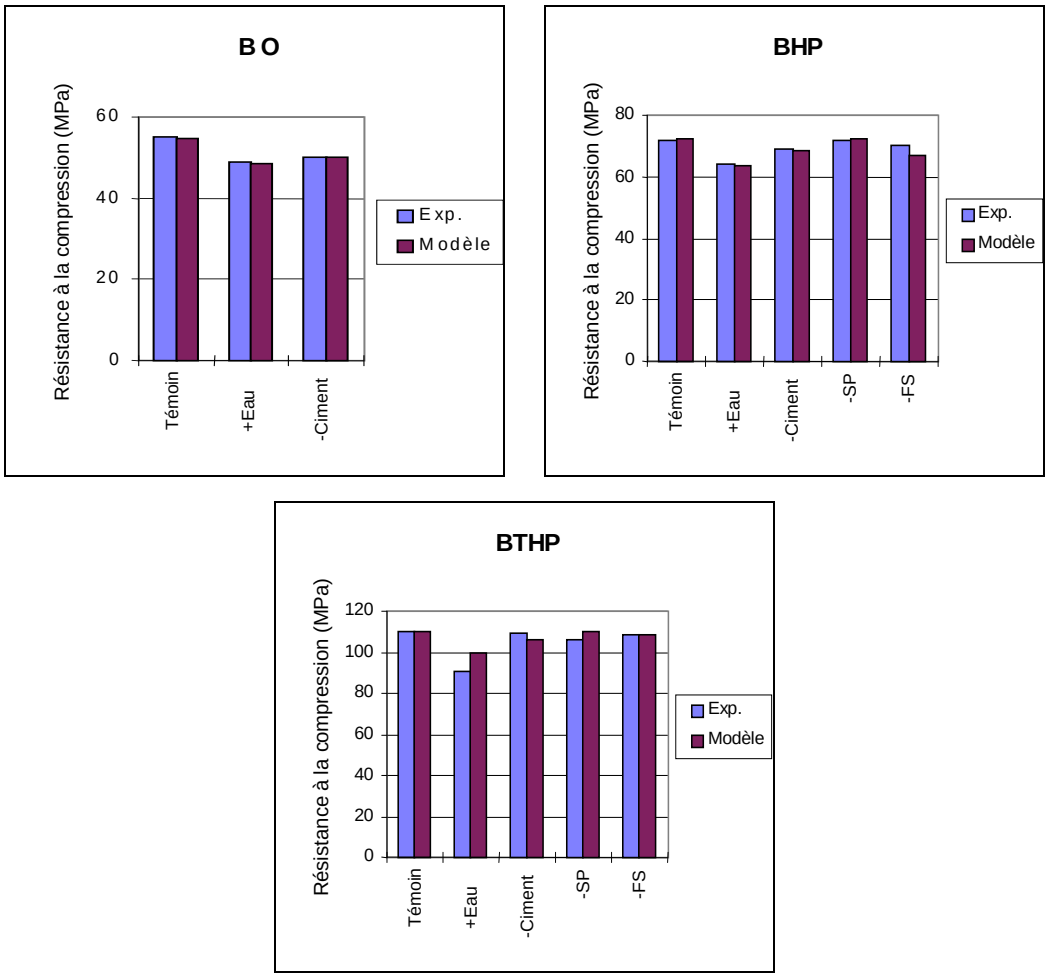



*Fig. 4.5.2. Effet du changement des proportions du mélange sur la résistance en compression des bétons. Données expérimentales de [de Larrard 1988] et [de Larrard et Acker 1990]. SP= superplastifiant ; FS= fumées de silice.*

La simulation des variations est meilleure pour la résistance, comparé à l'affaissement, en raison des différences dans la précision des modèles. Mais les prévisions paraissent toutefois assez bonnes. Finalement, l'opinion de l'auteur est que, pour les mélanges habituels, les simulations peuvent remplacer les gâchées de contrôle pour estimer la variabilité d'un béton dans un procédé spécifique de production. Par contre, les essais pratiques doivent être exécutés dans les cas suivants :

— quand des constituants inhabituels, non couverts par les modèles, sont utilisés ;

— si des spécifications strictes sont données (avec valeurs maximales et minimales), la marge étant du même ordre ou inférieure à celle des erreurs typiques des modèles ;

— plus généralement, si une attention particulière est portée aux propriétés mal prédites par les modèles (comme la résistance à la compression au très jeune âge).

## 4.6 Examen de quelques méthodes usuelles de formulation à la lumière de la présente approche

La diversité des méthodes existant dans le monde montre bien que la formulation des mélanges a été longtemps plus "un art qu'une science" [Neville 1995]. Il existe non seulement des différences profondes dans la stratégie adoptée par les différents auteurs pour résoudre le problème, mais une comparaison quantitative entre méthodes révèle, pour les mêmes spécifications, des écarts impressionnants en termes de formule, de coût et de quantité de ciment, comme a pu le montrer le groupe international de travail RILEM TC 70-OMD. Cela est dû à la nature empirique des modèles utilisés qui, de plus, sont calibrés sur des données locales.

Examinons maintenant certaines de ces méthodes, en notant leurs aspects positifs et négatifs. Nous verrons que les développements théoriques et les modèles contenus dans ce livre permettent au lecteur de comprendre et d'analyser les hypothèses et les simplifications adoptées par ces méthodes. L'auteur espère évidemment que le lecteur sera convaincu de la supériorité de l'approche scientifique, résultat des avancées théoriques et informatiques.

### 4.6.1 Méthode américaine (ACI 211)

Cette méthode [ACI 211] est probablement l'une des plus populaire au monde. Elle est basée essentiellement sur les travaux de chercheurs américains (Abrams et Powers).

#### Etapes successives de la méthode

Etape 1 : choix de l'affaissement.

Etape 2 : choix de taille maximale des granulats ($D_{max}$).

Etape 3 : estimation de la quantité d'eau et d'air. L'eau est déterminée par $D_{max}$ et par l'affaissement requis, alors que l'air dépend de $D_{max}$.

Etape 4 : sélection du rapport eau/ciment. Ce rapport est choisi en tenant compte de la durabilité (valeur maximale spécifiée) et de la résistance à la compression. Pour cette dernière, une table est donnée pour trouver le rapport eau/ciment en fonction de la résistance requise.

Etape 5 : calcul de la quantité de ciment. Ce calcul est simplement fait à partir de la quantité d'eau et du rapport eau/ciment déterminé précédemment.

Etape 6 : estimation de la quantité de gravillon. La masse volumique en vrac du gravillon, mesurée selon une méthode normalisée (piquage à sec), est déterminée en premier. Elle est alors multipliée par un coefficient tabulé, qui dépend de la taille maximale du granulat et du module de finesse du sable.

Etape 7 : calcul de la quantité de sable. Cette quantité est calculée par différence entre le volume unité de la gâchée et les autres volumes calculés précédemment.

Etape 8 : ajustements finaux.

### Examen critique

ACI 211 a été développé à une époque où le béton était fabriqué pour l'essentiel avec des granulats, du ciment et de l'eau. De ce fait, elle n'est pas directement applicable quand des adjuvants organiques ou des additions minérales sont utilisés. Par contre, elle convient pour les bétons à air entraîné. Dans le domaine limité des bétons non adjuvantés, la méthode est basée sur certaines hypothèses sous-jacentes qu'il est intéressant de discuter.

A l'étape 3, la quantité d'eau est déduite de $D_{max}$ et de l'affaissement. $D_{max}$ est reliée à la granularité du béton frais, car les grains les plus fins sont ceux du ciment. Cette simplification se réfère implicitement à la loi de Caquot (paragraphe 1.4.4, équation 1.4.12), selon laquelle la porosité d'un mélange granulaire est essentiellement contrôlée par son étendue granulaire, et à la règle de Lyse, qui suppose que la maniabilité d'un béton, fabriqué avec un ensemble donné de constituants, est contrôlée par la quantité d'eau. Nous avons vu précédemment que ces deux "lois" ne sont valides qu'au voisinage des combinaisons optimales. Des écarts sont donc prévisibles avec les mélanges riches ou pauvres. De plus, l'effet de la forme des grains n'est pas pris compte dans la prévision de demande en eau.

La relation entre le rapport eau/ciment et la résistance à la compression (étape 4) est supposée unique. Pourtant, si l'on tient compte des diverses natures de granulats (paragraphe 2.3.4) et des écarts de résistance des ciments, la résistance à la compression, pour un rapport eau/ciment donné, peut passer du simple au double. Les prévisions qui ne sont basées que sur le rapport eau/ciment paraissent donc très approximatives. Ceci est particulièrement dommageable, puisque qu'une erreur importante dans la détermination du rapport eau/ciment peut demander 28 jours pour être détectée, alors qu'une mauvaise prévision de la quantité d'eau peut être corrigée en quelques minutes.

A l'étape 6, il est supposé que la quantité de gravillon est indépendante de la quantité de ciment et d'eau. Pour évaluer cette hypothèse, examinons quelques simulations basées sur les constituants de référence. Dans une première série, les proportions entre les coupures 12,5/20 et 5/12,5 d'une part, et entre le sable et le sable correcteur d'autre part, ont été gardées constantes. Les spécifications sont données dans le tableau 4.6.1.

*Tab. 4.6.1. Spécifications pour les mélanges avec un dosage en ciment croissant.*

| **Mélanges** | **Sans superplastifiant** | **Avec superplastifiant** |
|---|---|---|
| Ciment | De 200 à 550 kg/m$^3$ | De 350 à 550 kg/m$^3$ |
| Superplastifiant | - | 1% de la masse du ciment |
| Compactabilité | K' ≤ 6 | K' ≤ 7 |
| Affaissement | ≥ 100 mm | ≥ 200 mm |
| e/c | Minimum | Minimum |

On voit tout d'abord, sur la figure 4.6.1, que la règle de Lyse s'applique assez bien aux bétons sans superplastifiant. Ainsi, le choix de garder constant la quantité de gravillon, plutôt que la quantité de sable, paraît plutôt justifié.

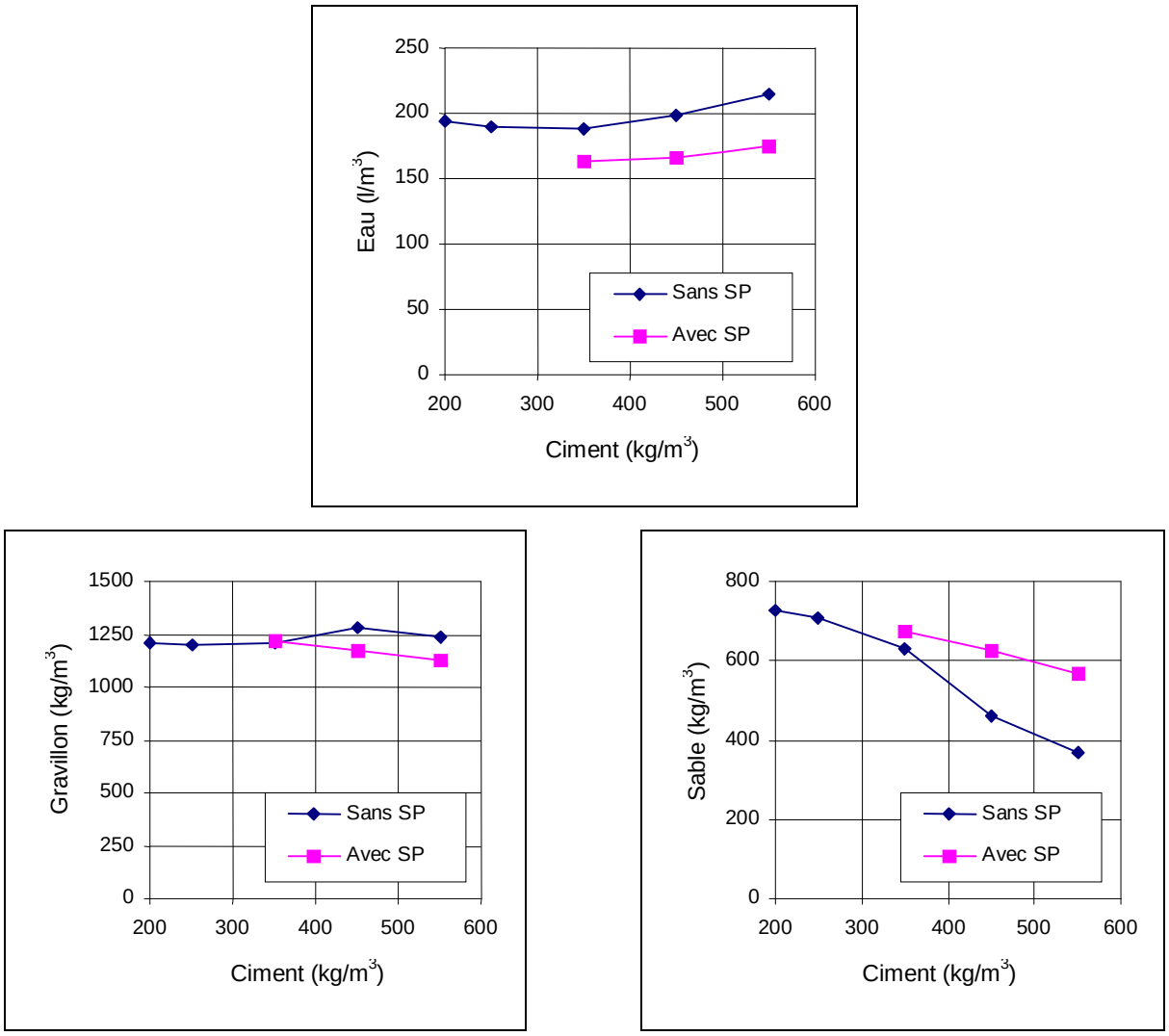



*Fig. 4.6.1. Résultats des simulations réalisées avec des mélanges à dosage en ciment croissant*

Cependant, le fait de supposer que le volume de gravillon est indépendant de la maniabilité induit l'effet pervers suivant : si, avec les mêmes matériaux, la maniabilité spécifiée augmente, les quantités d'eau et de ciment augmentent aussi (puisque le rapport eau/ciment est gardé constant). Comme le sable est calculé par différence entre le volume total de la gâchée et le volume du reste des constituants, son volume ne pourra que diminuer. Le rapport gravillon/sable augmente alors. Or, on a vu qu'un mélange moins compact demande une proportion de sable plus élevée (paragraphe 1.4.4 et figure 1.4.11)… Ce point faible de la méthode ACI 211 est reconnu dans un post-scriptum où il est signalé que la proportion de gravillon peut (doit) être augmentée pour un béton sec ou diminuée pour un "béton plus ouvrable".

Dans une seconde série de simulations, l'effet du module de finesse du sable sur le volume de gravillon a été étudié. Gardant les mêmes constituants et une quantité constante de 350 kg/m$^3$ de ciment, le module de finesse a été contrôlé en changeant les proportions mutuelles des deux granulats fins. Comme prévu par ACI 211, le volume de gravillon diminue quand la module de finesse augmente. Ce fait est

conforme aux concepts d'empilement, car un module de finesse élevé correspond à un sable plus grossier, qui exerce un effet de desserrement plus important sur l'arrangement des gros grains (paragraphe 1.1.3). Mais les valeurs trouvées dans les simulations sont bien plus élevées que celles proposées par ACI 211 (figure 4.6.2).

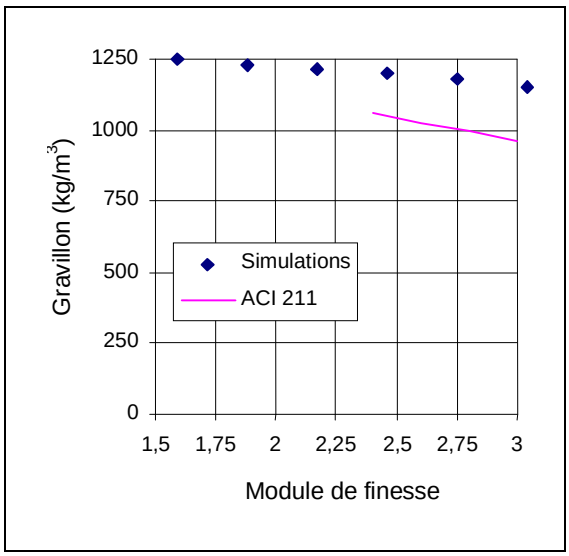



*Fig. 4.6.2. Effet du module de finesse sur la teneur en gravillons.*

Globalement, les prévisions du rapport gravillon/sable fourni par les tables de ACI 211 sont bonnes, quoique perfectibles. Cette méthode est actuellement l'une des rares à faire référence à la compacité du gravillon. Il est simplement regrettable que cette approche ne soit pas étendue au sable.

Il n'est toutefois pas possible de considérer plus de deux fractions granulaires, ni de détecter une carence dans certaines zones de la courbe granulométrique. Certains auteurs prétendent même que cette restriction est l'une des causes des problèmes de durabilité rencontrés aux Etats-Unis [Shilstone 1993]. Enfin, la prévision du rapport eau/ciment est trop approximative.

## 4.6.2 Méthode britannique (BRE 1988)

### Etapes successives de la méthode

La méthode du Département de l'Environnement, révisée en 1988 ([BRE 1988, citée par [Neville 1995]), comporte les étapes suivantes :

Etape 1 : détermination du rapport eau/ciment. Une première contrainte concerne la durabilité (valeur maximale du rapport e/c). Le rapport eau/ciment est ensuite déduit de la résistance à la compression requise, pour des âges compris entre 3 et 91 jours. Le type de ciment (durcissement lent ou durcissement rapide) et de granulats (concassé ou roulé) est aussi pris en compte dans une table et un abaque.

Etape 2 : détermination de la quantité d'eau. Le principe est très similaire à celui adopté dans la méthode ACI 211 (paragraphe 4.6.1). Un raffinement supplémentaire

consiste à considérer la forme des grains (anguleux ou non), qui est supposée contrôler la demande en eau, en plus de $D_{max}$ et de l'affaissement requit.

Etape 3 : calcul de la quantité de ciment, en divisant la quantité d'eau par le rapport eau/ciment. A ce stade, une limite inférieure concernant la durabilité est prise en compte.

Etape 4 : détermination de la masse totale de granulat. L'utilisateur peut lire dans un tableau la "densité du béton à l'état frais" en fonction de la quantité d'eau et de la densité des granulats. De cette densité, les masses (pour un volume unité) de ciment et d'eau sont soustraites.

Etape 5 : détermination du rapport sable/sable + gravillon. Dans une série de tables, on trouve ce rapport en fonction de la maniabilité requise (exprimée par l'affaissement ou par le temps d'écoulement Vebe), de $D_{max}$, du rapport eau/ciment et de la quantité de passants du sable au tamis de 0,6 mm. Quand le gravillon est livré en plusieurs coupures, les pourcentages de chaque coupure par rapport à la masse totale de gravillon sont proposés dans une autre table.

### Examen critique

Des quatre méthodes étudiées dans ce paragraphe, la prise en compte du rapport eau/ciment vis-à-vis de la résistance à la compression est de loin la plus avancée. Elle a l'avantage de considérer des âges différents de 28 jours, et elle reconnaît l'influence de la nature des constituants. Nous avons montré cependant, dans la section 2.3, que tous les ciments n'ont pas la même montée en résistance, y compris dans la même catégorie (figure 2.3.23). Par ailleurs, tous les granulats concassés n'apportent pas la même contribution à la résistance à la compression. La méthode britannique permet cependant une bonne approximation du rapport eau/ciment à partir d'une appréciation visuelle des constituants.

Concernant le squelette granulaire, le niveau de sophistication est aussi plus élevé, par rapport à la méthode ACI 211, puisque plus de deux fractions peuvent être gérées. La proportion de sable dans le granulat total augmente :

— quand le dosage en ciment diminue (comme dans l'ACI 211) ;

— quand l'affaissement augmente. C'est un avantage par rapport à la méthode américaine ;

— quand $D_{max}$ diminue ;

— quand la quantité de grains inférieurs à 0,6 mm diminue. Dans ce cas, le sable devient plus grossier, et l'effet de desserrement exercé sur le gravillon augmente, ce qui, réciproquement, fait augmenter la quantité de sable. Cela correspond à l'influence du module de finesse dans ACI 211.

Donc, toutes les tendances relatives à l'évolution du volume de sable sont cohérentes avec les théories sur la compacité développées dans le chapitre 1. Le point faible de la méthode britannique est cependant l'absence de mesure directe de compacité des fractions granulaires, qui ne sont donc pas intégrées dans la détermination des proportions granulaires. La différence entre granulats arrondis et concassés est toutefois prise en compte dans la prévision du rapport eau/ciment et de la quantité d'eau.

### 4.6.3 Méthode française (Dreux 1970)

Cette méthode est de nature fondamentalement empirique, à la différence de la méthode Faury qui lui est antérieure [Faury l944] et qui est basée sur la théorie de l'optimum granulaire de Caquot [Caquot 1937]. Dreux a mené une large enquête pour recueillir des données sur des bétons satisfaisants. En combinant les courbes granulaires obtenues, il a pu fonder une approche empirique pour déterminer une courbe granulaire de référence ayant la forme de deux lignes droites dans un diagramme semi-logarithmique (figure 4.6.3).

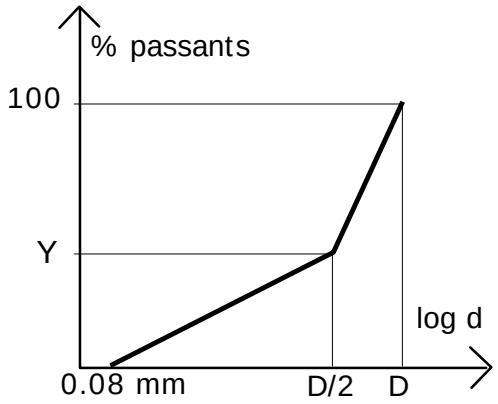



*Fig. 4.6.3. Courbe granulaire de référence selon Dreux [Dreux 1970].*

**Etapes successives de la méthode**

Etape 1 : Examen de la structure (dimensions, espacement entre armatures, enrobage, etc.).

Etape 2 : Détermination de la résistance à la compression. Elle est déduite de la résistance désirée et d'un coefficient probable de variation.

Etape 3 : Sélection de la consistance du béton frais. Cette spécification est définie par rapport à l'affaissement ou au test CES (paragraphe 4.2.4)

Etape 4 : Sélection de $D_{max}$. Elle est faite à l'aide d'une table fixant des valeurs maximales fonction des dimensions de la structure analysées à l'étape 1.

Etape 5 : Calcul du dosage en ciment. Le rapport ciment/eau est déduit tout d'abord de la résistance souhaitée, en utilisant la loi de Bolomey (paragraphe 2.3.2). Cette loi tient compte de la résistance du ciment et d'un facteur ajusté aux granulats. Un dosage minimum en ciment est alors calculé, pour la durabilité. Ce dosage est supposé être inversement proportionnel à la racine cinquième de $D_{max}$. Enfin, le dosage réel en ciment est déduit d'un abaque, en fonction du rapport ciment/eau et de l'affaissement.

Etape 6 : Calcul de la quantité (totale) d'eau. Elle est calculée à partir de la quantité de ciment déterminée précédemment et du rapport ciment/eau. A ce stade, une correction peut être faite pour tenir compte de $D_{max}$ (augmentation de la quantité d'eau quand $D_{max}$ diminue). La quantité d'eau à mettre dans le malaxeur est alors égale à cette valeur, corrigée par l'eau libre contenue dans les matériaux bruts (granulats).

Etape 7 : Examen du sable. Le sable est soit accepté, soit rejeté sur la base de sa propreté. Sa courbe granulométrique est reportée sur un diagramme standard. Si le module de finesse est trop élevé (sable trop grossier), un sable fin correcteur est ajouté.

Etape 8 : Tracé de la courbe granulaire de référence. L'ordonnée Y (figure 4.6.3) est déterminée par les facteurs suivants : $D_{max}$, dosage en ciment, intensité de la vibration, forme des grains et module de finesse du sable. Le tableau 4.6.2 résume les déplacements de Y en fonction d'une augmentation ces paramètres.

*Tab. 4.6.2. Paramètres pris en compte dans la détermination de Y (ordonnée du point de brisure dans la figure 4.6.3).*

| **Paramètres** | **Evolution de Y** |
|---|---|
| $D_{max}$ | ↓ |
| Dosage en ciment | ↓ |
| Vibration | ↓ |
| Forme des particules | Roulées ou concassées |
| Module de finesse | ↑ |

Etape 9 : Détermination du volume solide du mélange frais. Cette quantité est tabulée en fonction de $D_{max}$ et de la consistance.

Etape 10 : Détermination des fractions granulaires. Les proportions respectives (en volume) sont déterminées graphiquement, à l'aide de la courbe de référence (étape 8). Alors, pour chaque granulat, le volume dans le volume unité de béton est calculé en multipliant le volume solide par la proportion trouvée. Enfin, en multipliant le volume de chaque granulat par sa masse volumique, on obtient la masse du granulat considéré.

A ce stade, la composition théorique est connue ; elle doit être testée sur des mélanges de laboratoire, et ajustée (si nécessaire).

### Examen critique

A la différence de la méthode britannique, la méthode de Dreux ne permet pas de prendre en compte les exigences de résistance à la compression à un âge autre que 28 jours. Il existe toutefois une règle approximative donnant une relation entre résistance à 7 jours et résistance à 28 jours. La prévision de cette dernière est cependant assez bonne, bien qu'elle ne prenne pas en compte la présence d'additions minérales (comme les autres méthodes d'ailleurs).

La détermination de la quantité de *ciment* à partir de la consistance est assez surprenante. En effet, comme le rapport ciment/eau est déjà connu à l'étape 5, le dosage en eau pourrait être déterminé tout aussi bien par un abaque.

Selon l'opinion de l'auteur, le point la plus intéressant de la méthode réside dans la détermination des masses de granulats. On a vu, dans la section 1.4, qu'il n'existe aucune courbe granulométrique optimale indépendante de la forme des grains. De plus, dans la section 1.5, même si tous les granulats ont la même compacité résiduelle, la distribution selon Dreux n'apparaît pas comme la courbe optimale, du point de vue de la compacité et de l'indice de ségrégation. Par contre, se référer à

une courbe granulaire de référence a l'avantage de faciliter la gestion de plusieurs coupures granulaires (>2). Elle permet d'ailleurs, de détecter un risque de ségrégation provenant d'une classe manquante dans la courbe granulométrique générale.

Le rapport gravillon/sable est contrôlé par la valeur de l'ordonnée Y (figure 4.6.3). Notons que les évolutions présentées dans le tableau 4.6.2, qui résultent d'une longue expérience pratique, sont parfaitement cohérentes avec les prévisions issues de la théorie développée au chapitre 1 :

— quand $D_{max}$ diminue, le nombre de classes élémentaires diminue (paragraphe 1.4.1) ; la proportion relative d'un nombre fini de classes (correspondant à celles du sable) augmente alors. Finalement, le rapport gravier/sable diminue, et Y augmente ;

— quand le dosage en ciment diminue, l'effet de desserrement exercé sur le sable est moindre (paragraphe 1.1.3). La proportion de sable augmente alors, et le rapport gravier/sable diminue ;

— quand l'intensité niveau de vibration diminue, le paramètre de serrage, correspondant à la compactabilité du mélange, diminue aussi (tableau 1.2.10, paragraphe 1.2.3), et la valeur de Y augmente (d'après la figure 1.4.11) ;

— quand les grains changent de forme (de roulé à concassé), la compacité résiduelle diminue (paramètre $\beta i$). C'est encore un phénomène qui se traduit par une remontée du point de brisure sur la figure 4.6.3, en accord avec la figure 1.4.12 dans la section 1.4 ;

— enfin, quand le module de finesse augmente (c'est-à-dire lorsque le sable devient plus grossier), on a vu, sur la figure 4.6.2, que le modèle prédit une proportion plus faible de gravillon. La courbe donnée sur la figure 4.6.4 a été établie d'après les simulations détaillées dans le paragraphe 4.6.1. Ici encore, des modèles sophistiqués basés sur les concepts de compacité confirment l'expérience empirique condensée dans la méthode de Dreux.

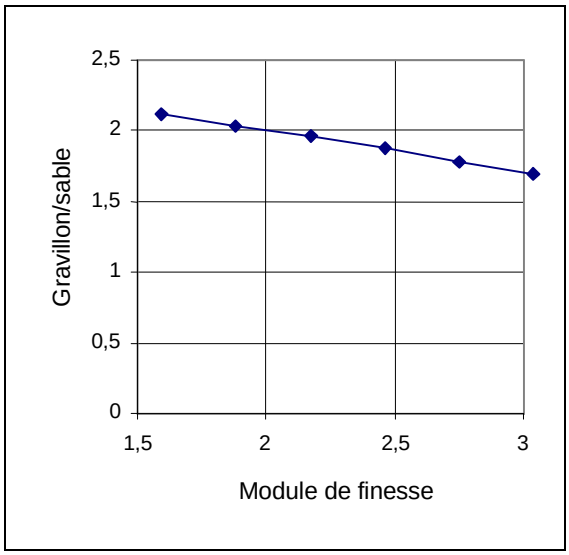



*Fig. 4.6.4. Effet du module de finesse sur le rapport optimum gravillon/sable (simulations)*

### 4.6.4 Méthode Baron Lesage (France)

Cette méthode n'est pas en soi une méthode de formulation, mais plus une technique pour optimiser le squelette granulaire d'un béton [Baron & Lesage 1976]. L'essai utilisé pour caractériser la maniabilité est le *maniabilimètre LCL* (ou essai d'écoulement). Le principe est de mesurer le temps mis par un échantillon de béton pour s'écouler sous vibration jusqu'à un certain repère. Les proportions optimales des granulats sont supposées donner le temps d'écoulement minimum, pour une quantité donnée de ciment et d'eau. Une fois les proportions granulaires repérées, les dosages en eau et en ciment sont ajustés expérimentalement, de sorte que le mélange présente la maniabilité et la résistance souhaitées. On suppose, dans cette méthode, que les proportions optimales de granulats ne dépendent pas de la quantité de ciment. La méthode Baron Lesage a l'avantage de ne dépendre d'aucune formule ou table qui pourrait être suspectée de ne s'appliquer qu'à certains type de matériaux. De ce point de vue, elle peut être qualifiée de fondamentale et de scientifique. Par contre, la nécessité de réaliser un certain nombre de gâchées expérimentales, pour trouver les proportions optimales de granulats, est assez contraignante. La méthode devient surtout lourde quand plus de deux granulats doivent être proportionnés.

Le principe de cette méthode correspond exactement à la règle 3, section 4.2.1, de ce livre. La méthode est alors justifiée de ce point de vue. On a vu cependant, dans le chapitre 4.2.2, que la règle est contestable, puisque les proportions optimales du squelette dépendent généralement du type d'essai utilisé pour tester le béton frais. Par exemple, les proportions optimales pour le seuil de cisaillement, pour la viscosité plastique ou la compactabilité sont toutes différentes. Concernant le maniabilimètre LCL, nous avons repris certaines données de l'étude déjà présentée au paragraphe 2.1.4 (tableau 2.1.3). Sur la figure 4.4.5, on peut voir que les optima, en termes d'affaissement et de maniabilité, correspondent assez bien. Comme prévu par la méthode, le rapport optimum gravier/sable (environ 2) est le même pour un béton courant (340 kg/m$^3$ de ciment) que pour un béton à hautes performances (435 kg/m$^3$ de ciment). Mais les deux essais conduisent à des bétons 'pierreux', de rapport gravillon/sable plus élevé que pour l'optimum de compactabilité. En réalité, la différence n'est pas très importante, mais elle est systématique. En revanche, si l'on accepte d'avoir un rapport gravillon/sable un peu trop élevé, la résistance à la compression, pour un rapport eau/ciment donné, sera supérieure, à cause d'une teneur en air plus faible (figure 4.2.6). En conclusion, les résultats de cette méthode ne sont erronés que dans le cas de bétons coulés dans une structure confinée.

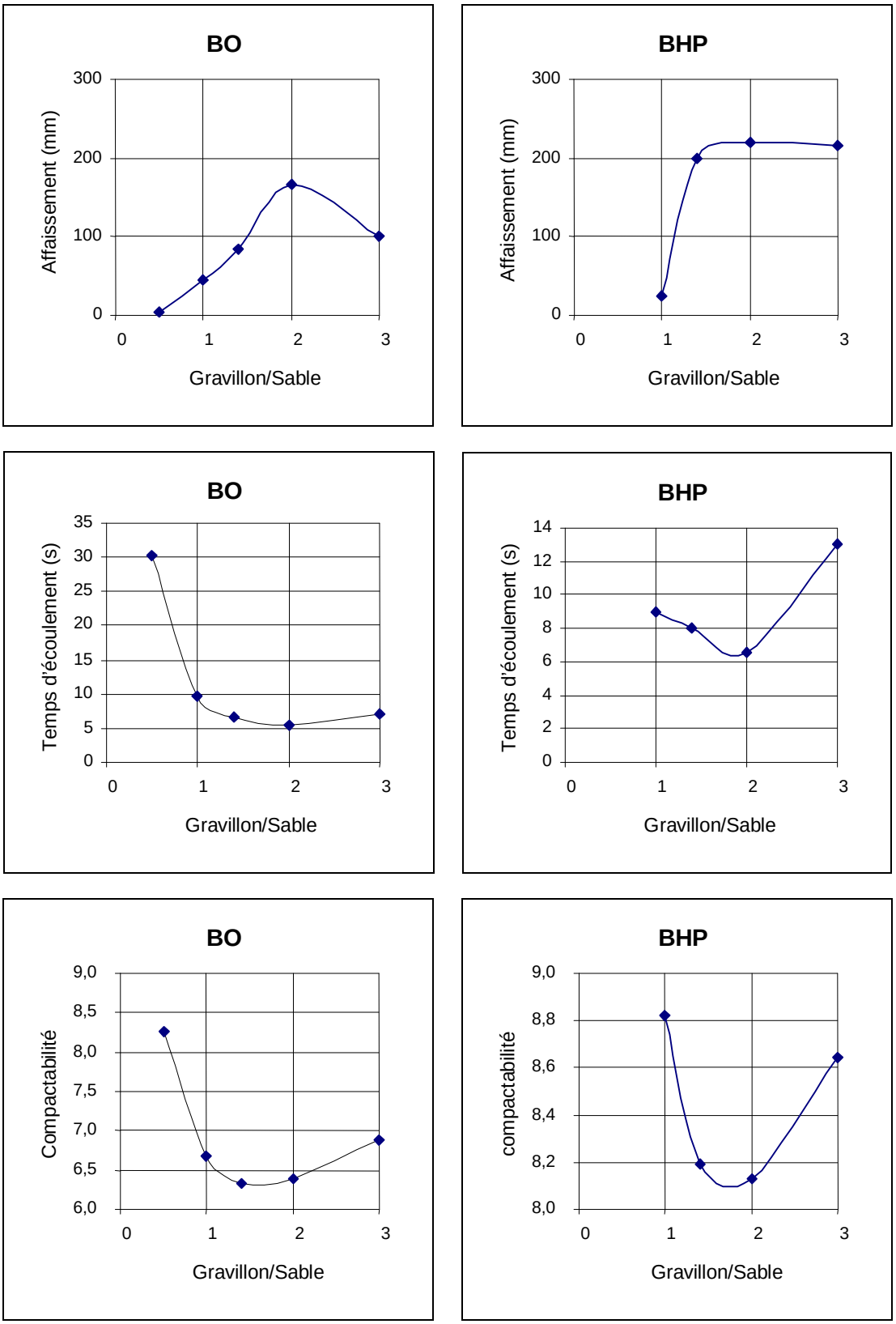



*Fig. 4.6.5. Effet du rapport gravillon/sable sur les propriétés du béton frais, à quantité d'eau et de ciment constantes. Les proportions du mélange sont données dans le tableau 2.1.3. Les temps d'écoulement et les affaissements sont des valeurs expérimentales, tandis que la compactabilité est calculée avec le MEC (paragraphe 2.1.5).*

# 5. *Applications : quelques familles de béton*

Le chapitre précédent abordait le problème de la formulation des bétons en utilisant l'approche et les outils développés au chapitre 2, et les données expérimentales mesurées sur les constituants, selon les méthodes détaillées au chapitre 3. L'objectif, dans ce dernier chapitre, est d'appliquer la démarche à un ensemble de cas originaux. Rappelons à cet égard que l'une des ambitions de ce livre est de proposer la même stratégie de formulation pour toute une gamme de matériaux hydrauliques, conformément à l'idée qu'une démarche scientifique générale doit s'appuyer sur un nombre restreint de concepts de base.

Le premier paragraphe se propose de parcourir le "paysage du béton", des faibles résistances aux mélanges les plus performants, via les bétons courants. Divers cas typiques, se rapportant à des contextes industriels représentatifs, sont ensuite développés. Un jeu de spécifications caractéristiques est défini pour chaque famille de béton. Les résultats des optimisations numériques, basées sur ces spécifications, sont aussi présentés et discutés. Dans la plupart des simulations, le même ensemble de constituants de référence est utilisé pour les mélanges. La formule théorique est comparée à celle de bétons réels publiés ou provenant de l'expérience de l'auteur. Notons qu'aucun effort particulier n'est fait pour utiliser dans les simulations les propriétés réelles des matériaux, puisque tous ces bétons ont déjà été formulés et mis en œuvre, indépendamment des développements de la présente démarche. D'ailleurs, dans presque tous les cas, les paramètres de base[96], nécessaires à la réalisation de simulations pertinentes, n'ont pas été mesurés ou communiqués.

## 5.1 Simulations préliminaires : des bétons ordinaires aux BTHP

On utilise ici les résultats de plusieurs bétons formulés avec les mêmes granulats, mais avec différentes combinaisons de liants/additions. Le but de ces simulations est de comparer l'intérêt de diverses solutions techniques selon la résistance visée. Des propriétés secondaires, comme la prédisposition aux déformations ou à la fissuration, seront soulignées, en tenant compte de l'aspect économique.

### Constituants et cahier des charges

Dans une première série de bétons de résistance comprise entre 20 et 50 MPa, seul du ciment Portland est utilisé comme liant. Une seconde série, couvrant la même plage de résistance, est formulée avec le même ciment Portland additionné de 20% de cendres volantes silico-alumineuses, pour simuler un ciment composé. Dans une troisième série, la proportion de cendres volantes, additionnée d'une certaine quantité de superplastifiant, est optimisée pour atteindre une résistance comprise entre 30 et 70 MPa. Une série de bétons à hautes performances complète les simulations. Ils contiennent 10% de fumées de silice (par rapport au dosage en ciment Portland), et la résistance visée est comprise entre 60 et 120 MPa. Pour chaque mélange, la formule la plus économique est recherchée en respectant les spécifications rhéologiques données dans le tableau 5.1.1.

[96] les données de compacité par exemple.

*Tab. 5.1.1. Spécifications rhéologiques pour les différentes séries de bétons*

*CEM I = Ciment Portland. CV = Cendres Volantes. SP = superplastifiant.*

| Série | 1 (CEM I) | 2 (CEM I + CV) | 3 (CEM I + CV + SP) | 4 (BHP) |
|---|---|---|---|---|
| Compactabilité | K' ≤ 6 | K' ≤ 6 | K' ≤ 7 | K' ≤ 8 |
| Affaissement | ≥ 100 mm | ≥ 100 mm | ≥ 150 mm | ≥ 200 mm |

### Résultats

Regardons tout d'abord quelques ratios tirés des formules (figure 5.1.1). Le dosage en eau augmente avec la résistance à la compression, excepté pour la série des BHP où un minimum apparaît vers 100 MPa. On en déduit donc, pour les mélanges pratiques, que le dosage en ciment est supérieur à la quantité critique (règle N° 10, paragraphe 4.2.1). Notons que l'emploi de cendres volantes sans superplastifiant n'est pas un facteur de réduction d'eau. En effet, bien que les particules de cendres volantes soient sphériques, on constate que le volume total de liant nécessaire pour atteindre une certaine résistance est supérieur à celui des autres formules, ce qui a pour effet d'accroître la demande en eau (lorsque des cendres volantes sont introduites dans le système). L'usage d'un superplastifiant est un bon moyen pour diminuer le dosage en eau, en présence de fumées de silice plus particulièrement.

La quantité de liant augmente toujours avec la résistance à la compression. Pour les bétons courants, le ciment Portland pur reste le produit le plus efficace (en terme de MPa/kg). Toutefois, grâce à leurs effets filler et pouzzolanique, les fumées de silice combinées à un superplastifiant réduisent de façon substantielle la demande en liant, à résistance égale. Le volume de pâte suit la même tendance. Mais l'effet est encore plus spectaculaire : grâce à ces produits, on peut fabriquer des bétons ayant des résistances à la compression de 60 à 80 MPa avec le même volume de pâte que celui des bétons de résistance normale. Ce fait, parmi d'autres, explique le succès rencontré par les bétons à hautes performances dans beaucoup de d'applications du béton.

Enfin, concernant le coût, et avec les hypothèses propres à ces simulations, on réalise que l'on passe de 10 à 120 MPa en doublant seulement le prix unitaire du béton. Les quatre types de béton tendent à s'ajuster sur une seule courbe (coût, résistance), avec un léger avantage, à résistance égale, pour les mélanges superplastifiés contenant des pouzzolanes.

Contrairement à la plupart des codes de calculs, qui supposent que le module élastique est une fonction monotone de la résistance à la compression, les simulations suggèrent l'existence de maxima locaux pour E. D'après la figure 5.1.2, le module élastique tendrait à chuter pour les résistances élevées. Cela s'explique, pour un liant donné, par l'évolution "exponentielle" du volume de pâte (figure 5.1.1). Cette prévision du modèle est conforme à l'exemple des mortiers à ultra hautes performances (200 MPa) dont le module élastique avoisine 50-60 GPa (paragraphe 5.3.4), valeur déjà atteinte par des mélanges de 100 MPa de résistance. Le fluage, exprimé en terme de déformation par unité de contrainte, présente une tendance opposée à celle du module élastique. Comme déjà signalé au paragraphe 2.5.3, le fluage est grandement réduit lorsque des fumées de silice combinées à un superplastifiant sont introduites dans le mélange. Cette solution est intéressante si l'on cherche à donner une rigidité maximale aux éléments de la structure. Par contre,

elle peut être préjudiciable vis-à-vis des contraintes de traction induites par les différents types de retrait.

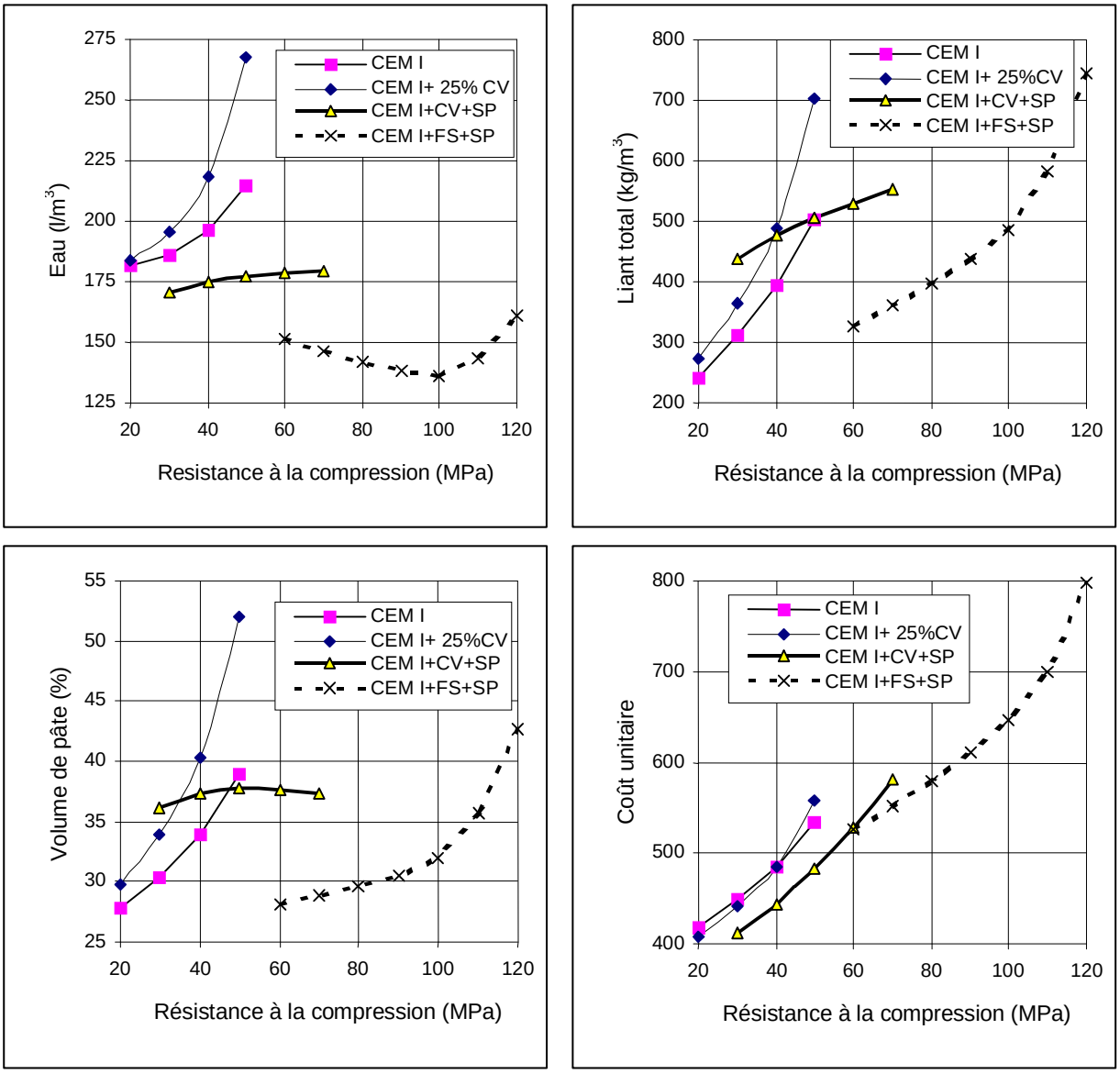



*Fig. 5.1.1. Effet de la résistance visée sur divers ratios des formules.*

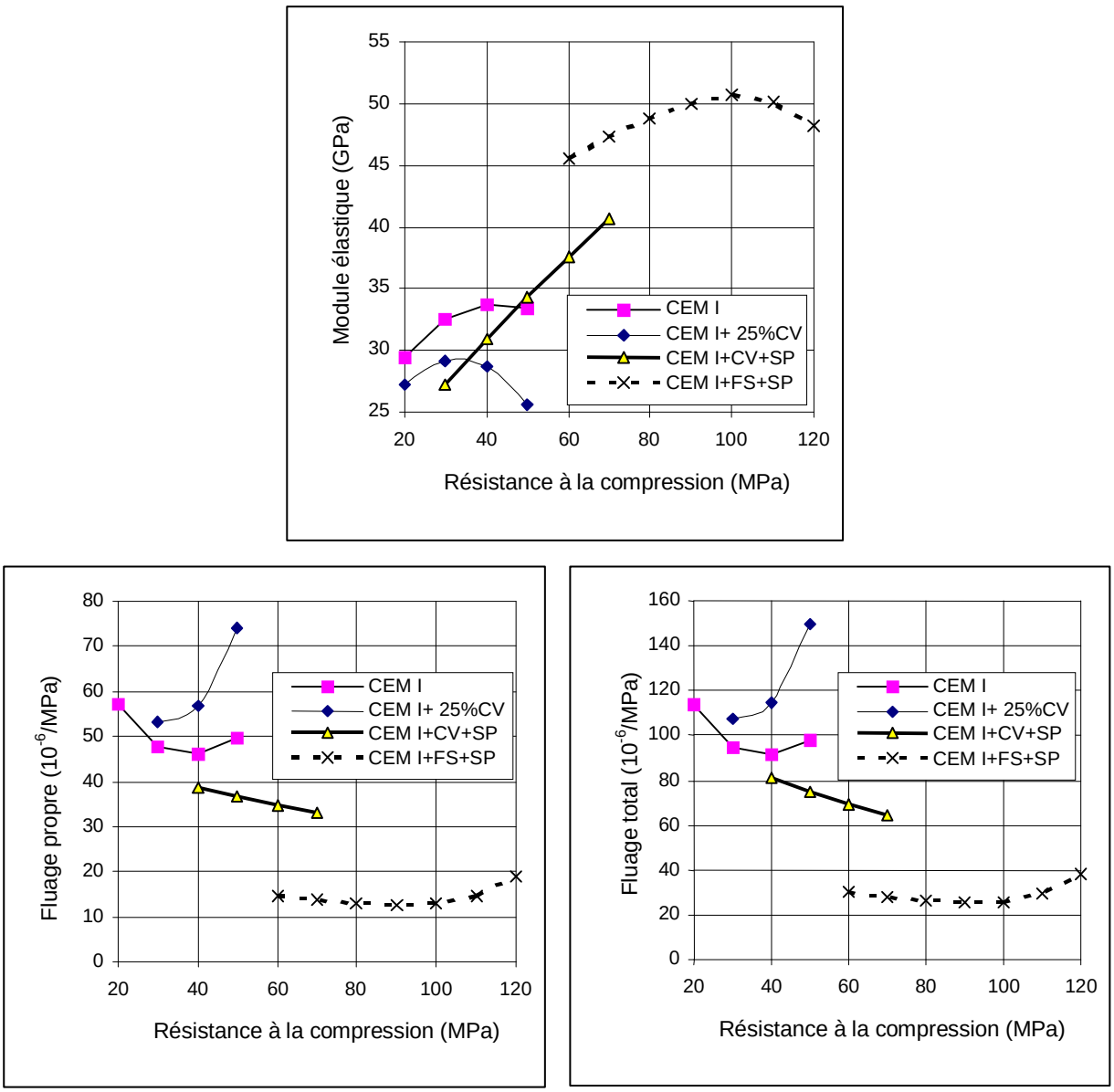



*Fig. 5.1.2. Effet de la résistance visée sur le module d'élasticité et sur le fluage.*

Examinons maintenant les propriétés de déformations libres (non empêchées) du béton. L'élévation de la température en conditions adiabatiques augmente fortement lorsque la résistance visée croît (figure 5.1.3). La présence d'une plus grande quantité de liant en est la cause principale. De façon surprenante, pour les mélanges sans superplastifiant, l'utilisation de cendres volantes en complément du ciment ne diminue pas la température en conditions adiabatiques, à résistance égale. Rappelons toutefois que la réaction pouzzolanique présente une énergie d'activation supérieure à celle de la réaction d'hydratation (du ciment). De ce fait, en conditions semi-adiabatiques, la contribution des pouzzolanes à la température maximale chutera vite quand les dimensions de la structure diminueront. Une nouvelle fois, les fumées de silice combinées à un superplastifiant montrent une capacité incomparable à limiter la température maximale. Un BHP bien proportionné en fumées de silice dégage une quantité de chaleur comparable à celle d'un béton traditionnel de structure contenant du ciment Portland.

Le retrait endogène suit rigoureusement la même tendance que celle de l'élévation de la température en conditions adiabatiques. La principale différence provient du fait que le retrait endogène est très faible ou n'existe pas pour les bétons de faible résistance, alors que chaque béton présente une chaleur d'hydratation. Le retrait total (qui apparaît en milieu sec) reste par contre du même ordre de grandeur quelle que soit la plage de résistance, si le béton de moindre retrait est choisi. Ce phénomène est à relier à la compensation qui existe entre le retrait endogène et le retrait de dessiccation : le premier augmente avec l'auto-dessiccation, alors que le second diminue. Le retrait total n'augmente que si le volume de pâte devient grand.

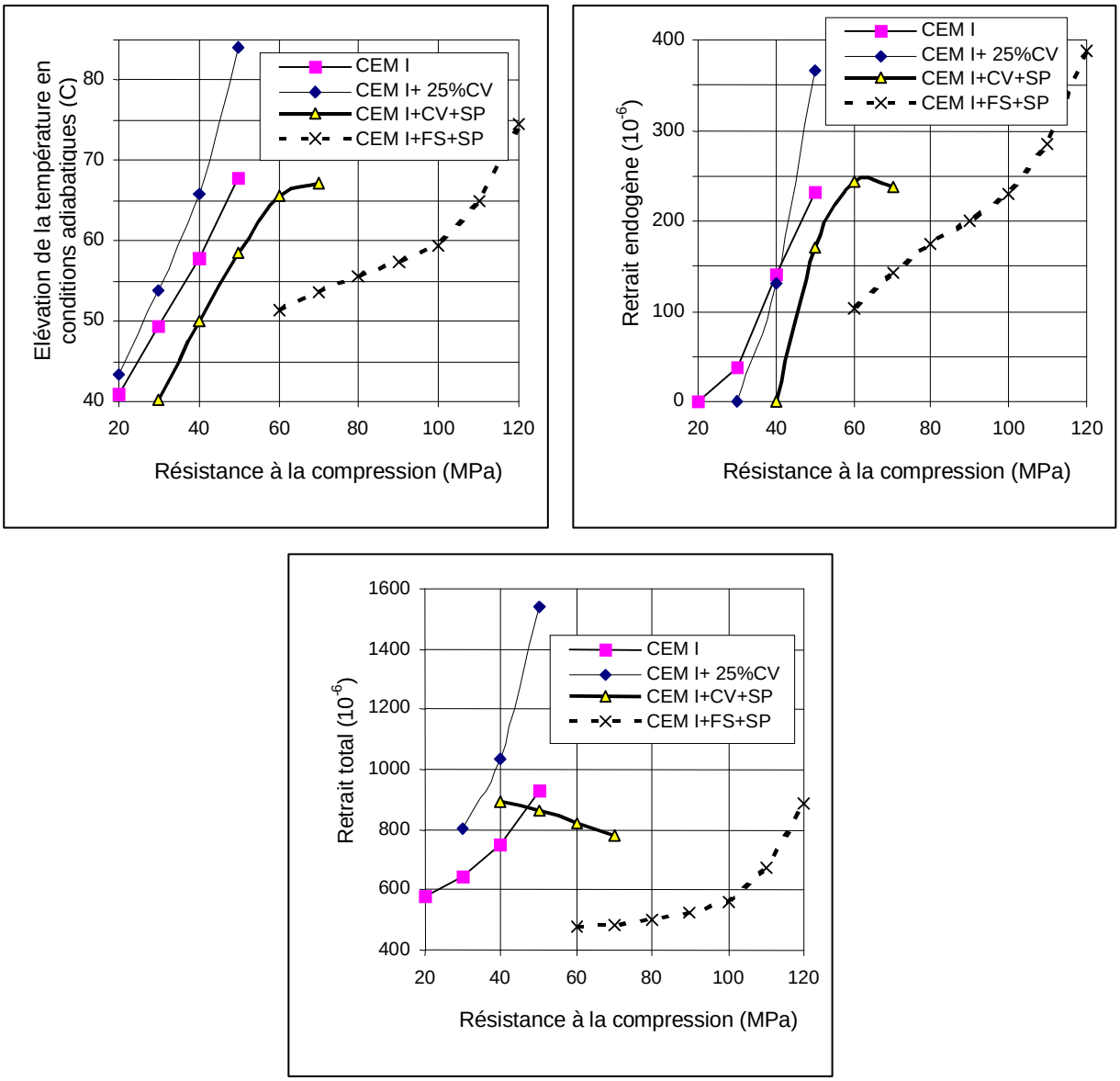



*Fig. 5.1.3. Effet de la résistance visée sur l'élévation de la température en conditions adiabatiques et sur le retrait.*

Il peut être intéressant, à partir des simulations, de comparer la prédisposition à la fissuration des différents mélanges. Supposons alors que le retrait de la pièce est totalement empêché et comparons la *contrainte* de traction provoquée par ce bridage avec la *résistance* à la traction du matériau. On définit ainsi un *indice de fissuration*,

égal au rapport entre contrainte et résistance. En théorie, des fissures peuvent apparaître lorsque l'indice de fissuration dépasse 1.

En conditions de cure et en régime isotherme, seul le retrait endogène peut créer des contraintes de traction (cas "sans séchage", figure 5.1.4.). Ce cas correspond à celui d'une dalle mince de grande dimension, protégée par une cure appropriée. Nous avons :

$$Ic_{sc\,el} = \frac{\varepsilon_{re} E_d}{ft} \tag{5.1.1}$$

où $Ic_{scel}$ est l'indice de fissuration en conditions scellées, $\varepsilon_{re}$ le retrait endogène, $E_d$ le module différé (prenant en compte l'effet du fluage propre) et ft la résistance en traction du matériau. Cette définition n'est évidemment qu'une approximation de la réalité, puisque le fluage avec chargement au jeune âge est bien plus important, comparé à celui occasionné par un chargement effectué à 28 jours. Une évaluation plus réaliste de la contrainte demanderait un calcul pas à pas, lequel nécessiterait la connaissance de l'évolution du fluage dans le temps. L'équation 5.1.1 peut toutefois être utilisée pour avancer des comparaisons, plutôt que pour établir une évaluation rigoureuse de la probabilité de fissuration. Les mêmes réserves s'appliquent à la définition des deux indices de fissuration qui suivent.

En condition de séchage, c'est le retrait total qui doit être considéré (cas de la dalle précédente placée dans un environnement sec, sans cure de protection). L'indice de fissuration en conditions sèche $Ic_{sec}$ devient alors :

$$Ic_{sec} = \frac{\varepsilon_{rt} E'_d}{ft} \tag{5.1.2}$$

où $\varepsilon_{rt}$ est le retrait total, et $E'_d$ le module différé tenant compte de l'effet du fluage total.

Enfin, le cas des structures massives est traité en définissant un indice de fissuration $Ic_{mas}$ où les déformations en conditions empêchées résultent de la superposition du retrait endogène et d'une partie du retrait thermique. Par convention, on ne considérera que la moitié de la température adiabatique dans le calcul du retrait thermique. Nous avons alors :

$$Ic_{mas} = \frac{(\varepsilon_{re} + 0{,}5 c_{et} \Delta\Theta) Ed}{ft} \tag{5.1.3}$$

où $c_{et}$ est le coefficient de dilatation thermique (valeur habituelle : $10^{-5}$ °$C^{-1}$), et $\Delta\Theta$ l'élévation de température en conditions adiabatiques. Cet indice s'applique au cas d'un mur long et épais construit sur une fondation rigide.

En conditions scellées (sans séchage), l'indice de fissuration est principalement contrôlé par la résistance visée. Effectivement, la fissuration précoce des dalles empêchées protégées par une cure est l'une des caractéristiques des BHP [Holland *et al*. 1986]. Par contre, en environnement sec, l'indice de fissuration est peu influencé par la résistance des bétons. La légère augmentation qui apparaît sur la figure 5.1.4 est à peine significative, compte tenu des simplifications adoptées pour le calcul de $Ic_{sec}$. Enfin, pour les structures massives, la tendance observée pour les conditions protégées s'applique encore : plus la résistance croît, plus la probabilité de fissuration est élevée. Comme le proclame Metha [Metha 1997], on risque donc, dans une certaine mesure, en utilisant des BHP, d'avoir un matériau excellent et durable entre les fissures… Nous verrons heureusement, au paragraphe 5.3.2, qu'il

est possible de concevoir des BHP de 60 MPa peu enclins à la fissuration, même pour des structures massives. Cela nécessite toutefois de placer le critère économique en second plan dans le processus d'optimisation, à la différence des simulations réalisées dans le cas présent.

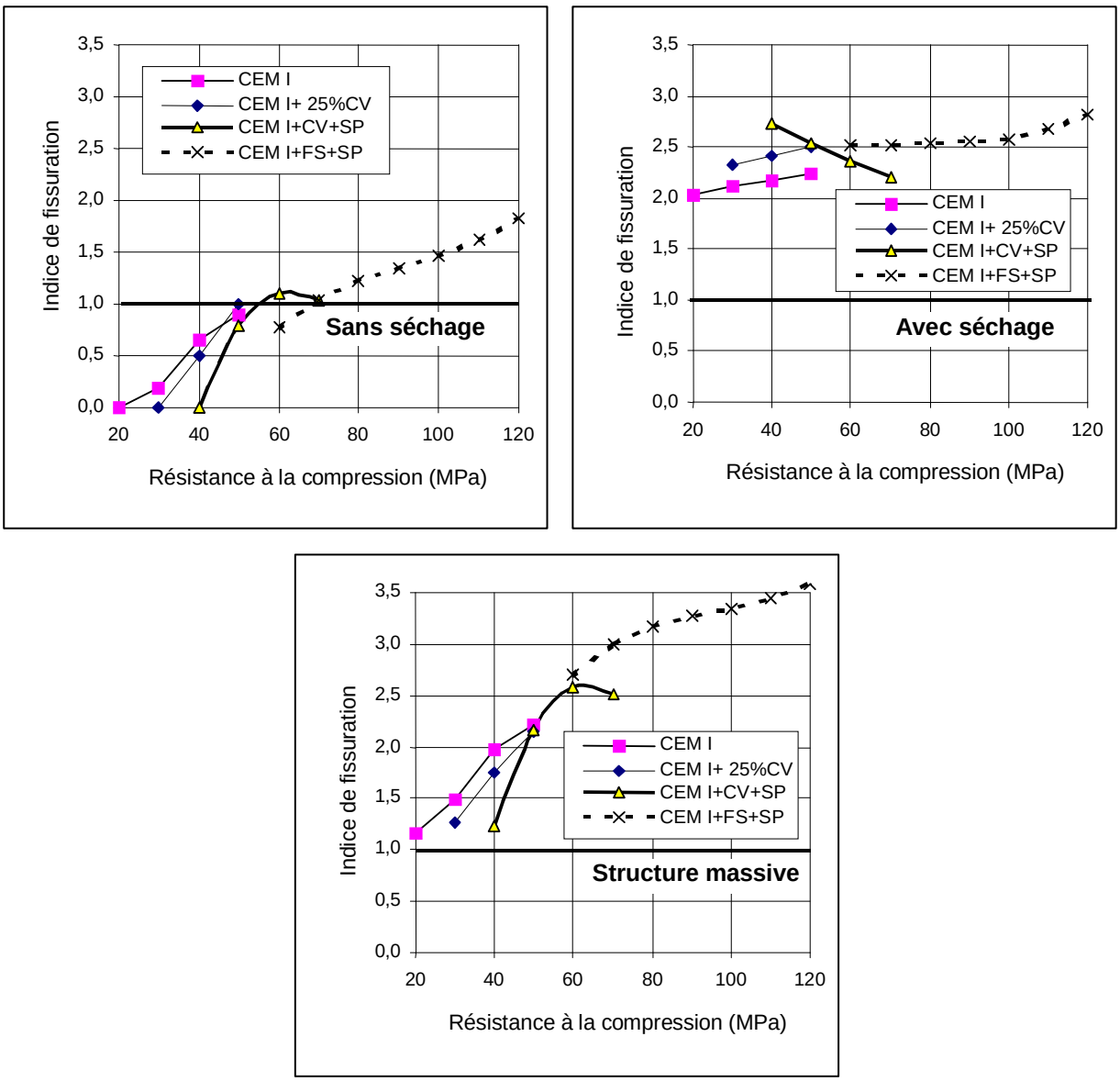



*Fig. 5.1.4. Effet de la résistance visée sur la prédisposition à la fissuration.*

## 5.2 Bétons de structures courants

Ce paragraphe concerne les bétons de résistance normale, mélanges utilisés couramment pour la réalisation des structures. Un béton B40 pour ouvrage d'art et un béton B25 pour bâtiment sont pris en exemple.

### 5.2.1 Béton B40 pour ouvrage d'art

Le béton est présent dans la plupart des ouvrages d'art contemporains où les principaux éléments porteurs sont réalisés soit en béton armé/précontraint, soit en acier. Mais, même dans ce dernier cas, le tablier est généralement en béton armé. Nous étudierons ci-après un béton destiné aux structures d'un pont (c'est-à-dire les éléments autres que les fondations, où l'on peut préférer un béton maigre), ayant une résistance à la compression de 40 MPa à 28 jours.

#### Cahier des charges

Par endroits, dans les zones d'ancrage de la précontrainte notamment, l'armature des ponts est souvent dense. Il faut donc que le béton présente une bonne compactabilité à l'état frais. Le mélange doit pouvoir aussi être pompé, si cette technique est retenue. De plus, si le pont est construit par encorbellements successifs, il est habituel de spécifier, en phase de construction, une résistance précoce élevée. L'une des exigences de l'entrepreneur est alors de pouvoir construire un voussoir par jour, ce qui oblige à garantir, après 24 heures, une résistance suffisante pour pouvoir appliquer une première mise en tension des câbles.

En service, les ponts doivent supporter leur poids propre et une charge importante due au trafic et/ou aux actions climatiques (vent, température). La fonction mécanique est alors prépondérante, comparé aux logements où l'isolation acoustique détermine souvent l'épaisseur des voiles et des planchers. En pratique, les spécifications relatives aux ouvrages d'art imposent donc généralement des bétons ordinaires de résistances plutôt élevées. Du point de vue de la durabilité, il est d'usage de prévoir pour les ponts une durée de vie de 100 ans, sachant que ces ouvrages sont exposés à toutes les agressions climatiques, y compris le gel-dégel, en présence de sels de déverglaçage éventuellement. La plupart des règlements imposent ici des limites strictes en terme de dosage minimum en liant ou de rapport eau/liant maximum. De plus, toutes les précautions pour prévenir la réaction alcali-silice doivent être prises. Nous examinerons, à titre d'exemple, un mélange répondant aux spécifications données dans le tableau 5.2.1.

#### Simulations et comparaison avec un cas réel

D'après les règles de l'art françaises actuelles, seul un ciment Portland peut être utilisé comme liant (pour ce type de béton). Un superplastifiant a été ajouté. Après quelques simulations préliminaires, il est apparu qu'un dosage en ciment de 400 kg/m$^3$ était nécessaire. Cette valeur a été conservée en première approche, avec un rapport eau/ciment de 0,5. Les proportions granulaires ont ensuite été optimisées selon la procédure décrite au paragraphe 4.2.3, de façon à atteindre la meilleure compactabilité.

*Tab. 5.2.1. Spécifications relatives à un béton B40 pour ouvrage d'art.*

| Critère | Valeur |
|---|---|
| Compactabilité | ≤ 6,5[97] |
| Affaissement | ≥ 150 mm |
| Viscosité plastique (en vue du pompage) | ≤ 200 Pa.s |
| Résistance à la compression à 24 heures | ≥ 20 MPa |
| Résistance à la compression à 28 jours | ≥ 40 x 1.2 = 48 MPa |
| Dosage en ciment[98] | ≥ 384 kg/m$^3$ |
| Coût | Minimum |

*Tab. 5.2.2. Mélange théorique conforme aux spécifications, et béton réellement fabriqué.*

| Constituants | B40 (simulations) | B40 "Viaduc de Carrières" |
|---|---|---|
| Gravillon 12,5/20 (kg/m$^3$) | 708 | 1041 |
| Gravillon 5/12,5 (kg/m$^3$) | 342 | (4/20) |
| Sable de rivière 0/4 (kg/m$^3$) | 640 | 743 |
| Sable correcteur 0/1 (kg/m$^3$) | 155 | (0/4, bien gradué) |
| CEM I (kg/m$^3$) | 393 | 400 |
| Superplastifiant (kg/m$^3$) | 2,35 | 7,20 |
| Retardateur (kg/m$^3$) | - | 1.0 |
| Eau (l/m$^3$) | 172 | 175 ± 5 |
| e/c | 0,43 | 0,44 |
| G/S | 1,32 | 1,40 |
| Air (%) | 1,3 | - |
| Densité | 2,41 | - |
| Seuil de cisaillement (Pa) | 1246 | - |
| Viscosité après vibration (Pa.s) | 94 | - |
| Affaissement (mm) | 150 | 100 – 150 * |
| Compactabilité | 6,5 | - |
| Potentiel de ségrégation | 0,81 | - |
| Résistance à la compression à 1 jour (MPa) | 30 | 19[99] |
| Résistance à la compression à 28 jours (MPa) | 53 | 55* |
| Résistance caractéristique obtenue | - | 48* |
| Module d'élasticité (GPa) | 41 | - |
| Elévation de la température en conditions adiabatiques (°C) | 55 | - |
| Retrait endogène ($10^{-6}$) | 80 | - |
| Retrait total ($10^{-6}$) | 572 | - |
| Fluage spécifique propre ($10^{-6}$/MPa) | 29 | - |
| Fluage spécifique total ($10^{-6}$/MPa) | 56 | - |
| Coût (FF/m$^3$) | 508,39 | - |

* données issues du chantier, d'après les contrôles de qualité réalisés durant la construction.

[97] d'après le § 4.1.1, une valeur de 6 est conseillée pour les mélanges non plastifiés. Pour les présents bétons, il est d'usage d'utiliser une faible quantité de superplastifiant, ce qui explique la légère augmentation de K'.

[98] selon le Fascicule 65A, le dosage minimum en ciment pour les ponts en béton précontraints ne doit pas être inférieur à $700/\sqrt[5]{D}$ , où D est la taille maximale du granulat, en mm.

[99] à 24 heures, temps équivalent à 20°C, ce qui correspond au "jeune âge" pour un cylindre placé en cure à la même température que la température extérieure.

La dernière étape a consisté, en gardant ces proportions granulaires, à laisser l'ordinateur trouver les dosages en ciment, en eau et en superplastifiant qui satisfont le problème. Ce procédé a conduit au mélange présenté dans le tableau 5.2.2. Notons qu'une résistance à la compression théorique de 30 MPa est atteinte à 1 jour ; il faut toutefois se souvenir que le modèle surestime la résistance à la compression au jeune âge des bétons superplastifiés ( paragraphe 2.3.8).

Dans le mélange optimisé, les deux contraintes relatives au béton frais sont actives, et le niveau de résistance au jeune âge fixe le rapport eau/liant et le dosage en ciment. Cette façon d'opérer est habituelle pour ce type de béton, où les deux aspects critiques sont les propriétés du béton frais (maniabilité, pompabilité et qualité des parements) et le développement de la résistance à la compression. On pourrait d'ailleurs affiner l'estimation de la résistance au jeune âge en utilisant les techniques de maturométrie, qui permettent de contrôler le développement réel de la résistance en place (Carino *et al*. 1992, Chanvillard et Laplante 1996). Le diagramme de remplissage du mélange simulé apparaît sur la figure 5.2.1. Malgré une certaine carence entre gravillons et sables, le mélange ne semble pas présenter de difficultés de pompage, car les ratios relatifs aux fines (ciment) sont suffisamment importants, et les gros grains ne sont pas particulièrement surabondants.

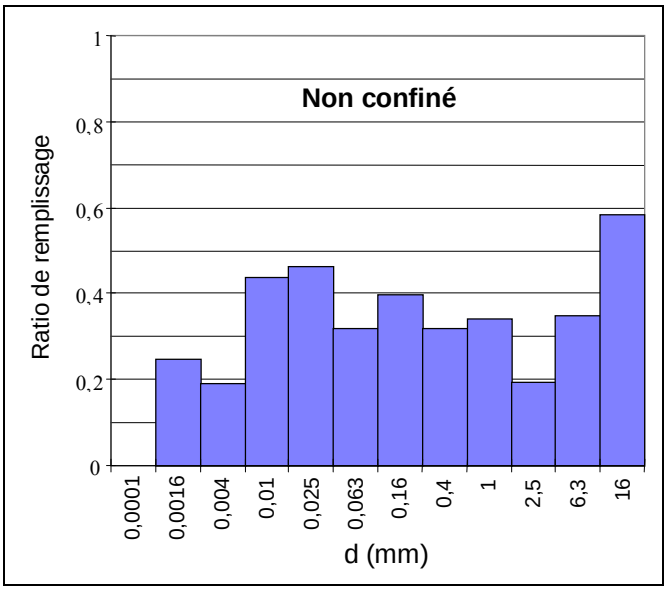



*Fig. 5.2.1. Diagramme de remplissage du mélange B40 simulé.*

Comparons maintenant ce mélange simulé avec le béton B40 utilisé dans la construction du "Viaduc de Carrières-sur-Seine"[100], en 1993-1994 (les dosages sont donnés dans le tableau 5.2.2). Une résistance à la compression de 19 MPa à 18 heures était demandée pour ce mélange, et elle a été finalement atteinte pour un temps équivalent de 24 heures à 20°C. Les deux formules sont remarquablement similaires, bien que les constituants ne soient pas les mêmes. La seule différence remarquable se situe dans le dosage en superplastifiant. Mais, comme déjà signalé, l'affinité ciment/superplastifiant peut varier dans une large mesure selon les matériaux utilisés. Plus de 1000 $m^3$ de ce mélange réel B40 ont été pompés sans problème et placés dans des coffrages contenant une quantité d'armatures de plus

[100] communication privée de F. Cussigh, GTM Dumez, décembre 1997.

de 100 kg/m$^3$. La résistance caractéristique à la compression à 28 jours a dépassé la résistance prévue de plus de 20%, démontrant l'aspect prépondérant de la résistance requise au premier âge pour ce genre de mélange.

### 5.2.2 Béton B25 pour bâtiment

Le béton ordinaire pour bâtiment représente probablement le marché le plus important, en terme de volume. Les mélanges sont généralement fabriqués avec des matériaux courants, sans attention particulière compte tenu du faible niveau de performance requis. Cependant, en raison de la rude concurrence entre producteurs, une optimisation rationnelle peut avoir des conséquences extrêmement bénéfiques pour celui qui fait quelques efforts. Un jeu de spécifications habituelles est donné dans le tableau 5.2.3. Pour ces mélanges, nous supposerons que des parements de qualité sont préférés, sans "bullage" excessif. On considérera de plus un environnement humide, avec gel modéré.

*Tab. 5.2.3. Spécifications relatives à un béton B25 pour bâtiment.*

| Critère | Valeur |
|---|---|
| Compactabilité[101] | $\leq 6$ |
| Affaissement (durant une heure) | $\in$ [100-150 mm] |
| Résistance à la compression à 28 jours | $\geq 25 \times 1.2 = 30$ MPa |
| Rapport e/c (selon NFP 18 305) | $\leq 0{,}60$ |
| Dosage en ciment (idem) | $\geq 280$ kg/m$^3$ |
| Coût | Minimum |

#### Simulations et comparaison avec un mélange réel

Les matériaux standards ont été gardés, excepté pour la classe de résistance du ciment qui a été abaissée pour tenir compte de la pratique habituelle. En effet, pour ce type d'utilisation, les ciments composés de résistance moyenne à 28 jours d'environ 45 MPa sont d'usage courant en Europe. Comme alternative, on peut utiliser un ciment de résistance supérieure à un dosage moindre, avec un complément d'additions minérales liantes.

La procédure d'optimisation est similaire à celle utilisée pour les bétons précédents. Des simulations préliminaires ont donné un dosage en ciment d'environ 350 kg/m$^3$. Cette valeur a été gardée en première approximation, et les proportions granulaires ont été optimisées pour abaisser K' à la valeur minimale (compactabilité maximale). Puis la composition de la pâte a été ajustée, pour répondre aux spécifications. Le mélange obtenu apparaît dans le tableau 5.2.4.

[101] malgré la présence d'un superplastifiant à faible dosage, pour avoir une mise ne place plus facile et des parements verticaux d'aspect satisfaisant au démoulage.

*Tab. 5.2.4. Mélange théorique conforme aux spécifications et béton réellement fabriqué.*

| Constituants | B25 (simulations) | B25 "Opéra-Victoire" Paris |
|---|---|---|
| Gravillon 12,5/20 (kg/m$^3$) | 681 | 974 |
| Gravillon 5/12,5 (kg/m$^3$) | 348 | (4/20) |
| Sable de rivière 0/4 (kg/m$^3$) | 590 | 749 |
| Sable correcteur 0/1 (kg/m$^3$) | 224 | (0/4) |
| CEM I (kg/m$^3$) | 358 | 345 |
| Superplastifiant (kg/m$^3$) | 1,29 | 2,07 |
| Eau (l/m$^3$) | 184 | 211 ± 5 |
| e/c | 0,51 | 0,60 |
| G/S | 1,26 | 1,30 |
| Air (%) | 1,4 | - |
| Densité | 2,38 | - |
| Seuil de cisaillement (Pa) | 1235 | - |
| Viscosité après vibration (Pa.s) | 57 | - |
| Affaissement (mm) | 150 | 159 ± 18* |
| Compactabilité | 6 | satisfaisante |
| Résistance à la compression à 28 jours (MPa) | 30 | 34 ± 2,6* |
| Résistance caractéristique obtenue | - | 28.8 |
| Module d'élasticité (GPa) | 32,1 | - |
| Elévation de la température en conditions adiabatiques (°C) | 53 | - |
| Retrait endogène ($10^{-6}$) | 82 | - |
| Retrait total ($10^{-6}$) | 601 | - |
| Fluage spécifique propre ($10^{-6}$/MPa) | 49 | - |
| Fluage spécifique total ($10^{-6}$/MPa) | 98 | - |
| Coût (FF/m$^3$) | 482,51 | - |

* données issues du chantier, d'après les contrôles de qualité réalisés durant la construction.

Le mélange réel présenté a été réalisé en 1996/1997, sur le chantier d'un bâtiment parisien[102]. Le ciment utilisé était un ciment composé contenant 19% de laitier, 5% de filler calcaire et 5% de cendres volantes. Sa résistance moyenne à 28 jours était de 47 MPa. Les proportions granulaires et le dosage en ciment de ce béton sont comparables à ceux du mélange simulé. Cependant, en raison de différence dans la nature des matériaux, les contraintes actives ne sont pas les mêmes dans les deux mélanges. La résistance à la compression du mélange simulé est égale à la valeur minimale demandée par les spécifications, tandis que le rapport eau/ciment est inférieur au seuil maximum. On trouve la situation opposée dans le mélange réel.

Le diagramme de remplissage du mélange simulé (figure 5.2.2) ne laisse apparaître aucune réelle tendance à la ségrégation et au ressuage, bien qu'il existe une légère carence entre sable et gravillon. Mais les "pics" du ciment sont régulièrement élevés, grâce au dosage adopté. Si un ciment de classe supérieure avait été utilisé, sans additions minérales supplémentaires, son dosage aurait été plus faible, et la probabilité de ressuage aurait été plus forte. C'est ici un exemple de l'intérêt de disposer de différentes qualités de liant pour couvrir une certaine plage de résistance, plutôt que d'avoir un seul ciment de classe supérieure permettant de

[102] communication privée de P. Laplante, RMC Technical Management, Wissous, Janvier 1998.

couvrir la même, voire une plus grande gamme de résistance. En pratique, la quantité de liant peut être contrôlée par mélange dans le malaxeur d'un ciment Portland de classe élevée et d'une addition minérale (filler calcaire ou cendre volante).

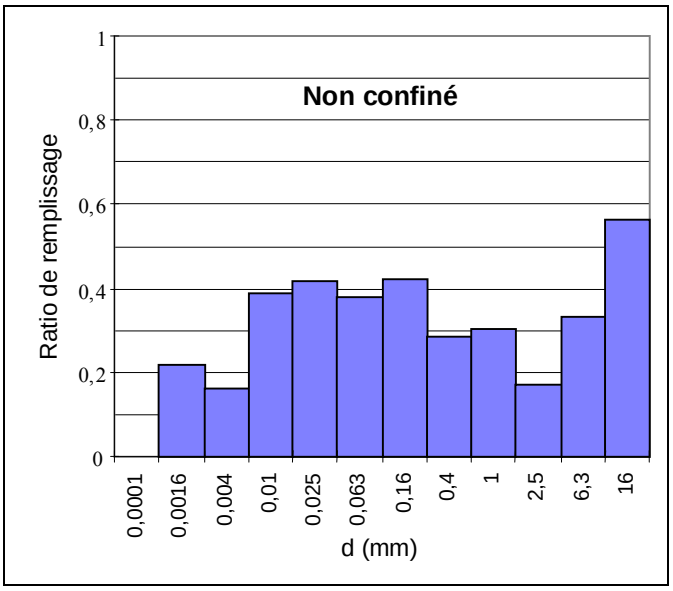



*Fig. 5.2.2. Diagramme de remplissage du mélange B25 simulé.*

## 5.3 Bétons à hautes performances

Plusieurs définitions ont été proposées pour le béton à hautes performances (BHP). L'auteur souscrit à celle de la Fédération Internationale de la Précontrainte [FIP 1990], qui a l'avantage d'être simple et objective. Cette définition suppose qu'un BHP a soit une résistance à la compression à 28 jours (sur cylindre) supérieure à 60 MPa, soit un rapport eau/liant inférieur à 0,40. Ces bétons se sont beaucoup répandus, ces 10 dernières années, dans différents secteurs de la construction, pour leur durabilité principalement [CEB 1994]. On les désigne cependant souvent encore par leur résistance spécifiée à la compression. Nous débuterons par le BHP de "base" que l'on peut décrire comme un béton traditionnel de structure dans lequel le rapport eau/liant a été abaissé grâce à l'action d'un superplastifiant. Trois BHP spéciaux seront ensuite mis en avant, pour montrer le caractère "versatile" de cette nouvelle génération de béton.

### 5.3.1 BHP "de base"

Examinons plus particulièrement dans ce paragraphe les BHP de la catégorie 60-80 MPa (résistance à la compression à 28 jours). Après une présentation de spécifications typiques, des simulations permettront de comparer les résultats théoriques à des formules réellement utilisées dans la construction de deux ponts.

#### Cahier des charges

Supposons qu'un BHP soit destiné au coulage en place de divers éléments d'un pont. Afin d'assurer une mise en œuvre facile, une compactabilité de 8 peut être spécifiée. En ce qui concerne l'affaissement, nous avons vu que le BHP présente en général un seuil de cisaillement faible, mais une viscosité plastique élevée (paragraphe 2.1). Si une mise en place aisée est recherchée, l'expérience montre qu'un affaissement supérieur à 200 mm est alors nécessaire [Malier et de Larrard 1993]. Cette contrainte peut toutefois être assouplie grâce à l'emploi de certains superplastifiants de nouvelle génération. Pour assurer un pompage efficace, il est préférable de limiter la viscosité plastique[103] à 200 Pa.

Concernant la résistance à la compression à 28 jours, une marge de 20% entre résistance pratique et résistance théorique est une bonne règle pratique. Notons que cette marge peut être évaluée plus précisément dans certains cas particuliers où les conditions de production sont bien cernées (paragraphe 4.5.3). Dans le cas présent, nous simulerons deux bétons de 60 et 80 MPa de résistance. Enfin, en ce qui concerne la durabilité, nous adopterons la définition de la FIP, qui consiste à limiter le rapport eau/liant maximum à 0,40. Un résumé des spécifications pour les deux BHP est donné dans le tableau 5.3.1.

[103] mesurée avec le rhéomètre BTRHEOM, après un cycle sous vibration ( paragraphe 2.1.2).

*Tab. 5.3.1. Spécifications relatives aux deux BHP.*

| Critère | B60 | B80 |
|---|---|---|
| Compactabilité | ≤ 8 | id. |
| Affaissement | ≥ 200 mm | id. |
| Viscosité plastique | ≤ 200 Pa.s | id. |
| Résistance à la compression | ≥ 72 MPa | ≥ 96 MPa |
| Rapport e/c | ≤ 0,40 | id. |
| Rapport fumées de silice/ciment | 0% | 8% |
| Dosage en superplastifiant | Saturation | id. |
| Coût | Minimum | id. |

### Simulations

Les deux bétons répondant à ces spécifications ont été simulés en utilisant les mêmes constituants que précédemment (présentés au paragraphe 4.2.2). Le mélange B60 a été formulé sans fumées de silice (pour respecter les règles de l'art françaises actuelles), alors que le B80 contient 8% de fumées de silice, par rapport au poids de ciment. Les formules obtenues sont données dans le tableau 5.3.2. Comme indiqué au paragraphe 4.4.3, les fumées de silice ne sont généralement utilisées, pour des considérations économiques, que dans les mélanges de résistance à la compression de 70-80 MPa, même si ces produits sont déjà bénéfiques à des résistances plus faibles, pour les propriétés secondaires qu'elles confèrent au béton (excepté la couleur des parements). Pour les deux mélanges, la dose de saturation en superplastifiant a été adoptée. Certes, ce n'est pas le meilleur choix du point de vue économique. Mais la dose de saturation est une garantie non seulement vis-à-vis de la (moindre) déformabilité du béton durci, mais aussi envers la (bonne) stabilité de l'affaissement dans le temps. Par conséquent, selon l'opinion de l'auteur, le dosage à saturation du superplastifiant est un choix judicieux pour la plupart des BHP coulés en place. Il ne faut déroger à cette règle que lorsqu'un affaissement *maximum* (ou un seuil de cisaillement minimum) est spécifié, c'est-à-dire pour des problèmes de stabilité de pente (paragraphe 4.1.1).

### Exemples réels

Le béton B60 est celui qui a servi à la construction du pont de Joigny. Il s'agit d'un ouvrage expérimental réalisé en 1988 dans le cadre d'un projet national [Malier *et al.* 1992, Cadoret & Richard 1992, Schaller *et al*. 1992]. L'objectif était de démontrer la faisabilité du coulage en place d'un pont avec un BHP de 60 MPa réalisé en centrale, sans fumées de silice. La formule de ce béton apparaît dans le tableau 5.3.2. Sa consistance était très fluide (à l'époque, il n'existait aucun appareil pour fournir une caractérisation rhéologique complète), et il a pu être pompé sans difficulté. Assez étrangement, les résistances caractéristiques obtenues étaient supérieures à celles mesurées lors de l'étude en laboratoire. La raison provient probablement de l'addition d'un retardateur, qui augmente la résistance finale, en plus du fait que le pont a été coulé en 24 heures pendant une période très froide. On sait en effet qu'une mise en cure précoce des éprouvettes dans un environnement froid est un facteur de résistance finale plus élevée. Les caractéristiques du B60 de Joigny ne sont pas directement comparables à celles du béton simulé, puisque les paramètres

des matériaux réellement utilisés n'ont pas été introduits dans l'ordinateur. On peut voir cependant que la composition et les caractéristiques du mélange fourni par les simulations, avec des matériaux relativement standards, sont très proches du béton sélectionné par des praticiens expérimentés [Cadoret et Richard 1992].

*Tab. 5.3.2. Mélanges théoriques conformes aux spécifications et bétons réellement fabriqués.*

| **Constituants** | **B60 (simulations)** | **B60 Joigny** | **B80 (simulations)** | **B80 Iroise** |
|---|---|---|---|---|
| Gravillon 12,5/20 (kg/m$^3$) | 722 | 1030 | 728 | 634 (10/16) |
| Gravillon 5/12,5 (kg/m$^3$) | 334 | (5/20) | 337 | 423 (4/10) |
| Sable de rivière 0/4 (kg/m$^3$) | 644 | 649 | 650 | 744 |
| Sable correcteur 0/1 (kg/m$^3$) | 120 | 105 | 121 | (bien gradué) |
| CEM I (kg/m$^3$) | 464 | 450 | 434 | 450 |
| Fumées de silice (kg/m$^3$) | 0 | 0 | 34.7 | 36 |
| Superplastifiant (kg/m$^3$) | 9,3 | 11,25 | 12,1 | 17,7 |
| Retardateur (kg/m$^3$) | - | 4,5 | - | 1,57 |
| Eau (l/m$^3$) | 141 | 165 | 126 | 132 |
| e/c | 0,32 | 0,35 | 0,31 | 0,32 |
| G/S | 1,38 | 1,36 | 1,38 | 1,45 |
| Densité | 2,43 | - | 2,44 | 2,47 |
| Seuil de cisaillement (Pa) | 461 | - | 609 | - |
| Viscosité après vibration (Pa.s) | 200 | - | 200 | - |
| Affaissement (mm) | 265 | 190-250* | 245 | 195-255* |
| Compactabilité | 7,39 | excellente | 7,46 | excellente |
| Résistance à la compression à 28 j. (MPa) | 72 | 78* | 96 | 95,7* |
| Résistance caractéristique obtenue | - | 68 | - | 83.5 |
| Module d'élasticité (GPa) | 45,4 | - | 50,7 | 47 |
| Elévation de la température en conditions adiabatiques (°C) | 58 | 57[104] | 58 | 52[102] |
| Retrait endogène ($10^{-6}$) | 175 | 171 | 212 | - |
| Retrait total ($10^{-6}$) | 565 | 609 | 532 | - |
| Fluage spécifique propre ($10^{-6}$/MPa) | 23,2 | 24 | 13,2 | - |
| Fluage spécifique total ($10^{-6}$/MPa) | 44,8 | 39 | 26 | - |
| Coût (FF/m$^3$) | 598 | - | 658 | - |

* données issues du chantier, d'après les contrôles de qualité réalisés durant la construction

Dans le projet d'Iroize (pont sur l'Elorn, près de Brest), un béton B80 avait été spécifié et les calculs de stabilité du pont ont été faits en considérant cette résistance [Le Bris *et al*. 1993]. Au moment de sa réalisation, ce pont détenait, avec ses 400 m de portée, le record du monde des ponts à haubans en béton à nappe axiale. Le pont a été construit avec différents bétons : des bétons normaux de type B35/B45 pour les piles principales et les culées, des bétons légers de type B32 pour la partie centrale de la travée principale ( paragraphe 5.5.1), et des BHP B60/B80 pour les pylônes soumis à des efforts intenses, à cause de l'action du vent. La composition du mélange B80 est donnée dans le tableau 5.3.2. Une fois encore, les principales proportions sont très proches de celles du béton B80 simulé. Ce béton présente une compactabilité supérieure, rendue nécessaire par le mode de construction (pylônes

[104] valeur de l'essai semi-adiabitique calculée en corrigeant les pertes de chaleur [Schaller *et al*. 1992].

très armés, levées de 4 mètres). Il ne nécessitait presqu'aucune vibration, et les parements au démoulage étaient très satisfaisants, sans "bullage", ni "nids d'abeille".

### 5.3.2 BHP à faible chaleur d'hydratation pour centrale nucléaire

Dans la technologie nucléaire française, les réacteurs qui produisent l'énergie sont placés sous double enceinte de confinement en béton. L'enveloppe intérieure est précontrainte, tandis que le voile extérieur est simplement armé. La fonction principale du voile intérieur est de contenir la radioactivité qui apparaîtrait en cas d'accident majeur. Ce voile doit être à la fois résistant, étanche aux gaz (autant que possible), et non fissuré malgré son épaisseur de 1,20 m. La mise au point d'un mélange optimisé est donc primordiale pour ce type de structure [Ithurralde & Costaz 1993].

#### Cahier des charges

En cas d'accident, une surpression interne (0,4 MPa), qui applique une certaine force par unité de surface, doit être contenue par l'enceinte intérieure. En fonctionnement normal, seule la précontrainte applique son étreinte sur le mur en béton. D'un point de vue mécanique, pour reprendre ces efforts, plus le béton sera résistant, plus le mur sera mince. Par ailleurs, toutes choses étant égales, on sait que le risque de fissuration dans les ouvrages massifs augmente avec la résistance du béton (paragraphe 5.1). Mais une résistance plus faible entraîne aussi une plus forte perméabilité à l'air (paragraphe 2.6). Etablir des spécifications strictes dans le cas présent devient donc assez complexe : l'optimisation devrait logiquement être conduite sur la structure même de l'ouvrage, et non pas sur les matériaux. Mais cette démarche dépasse les moyens de l'ingénierie actuelle.

*Tab. 5.3.3. Spécifications relatives à un BHP B 60 spécial destiné à une centrale nucléaire.*

| **Critère** | *Valeur* |
|---|---|
| Affaissement | ≥ 200 mm |
| Compactabilité | ≤ 8 |
| Viscosité plastique | ≤ 200 Pa.s |
| Résistance à la compression | ≥ 72 MPa |
| Elévation de la température en conditions adiabatiques | Minimale |

Une approche plus modeste consiste à fixer une résistance modérément élevée (qui garantit un débit de fuite négligeable de l'air à travers la porosité du béton), et de tenter de minimiser l'élévation de la température en conditions adiabatiques, cause principale de la fissuration de ces bétons. En pratique, chercher à minimiser la production de chaleur conduit à tirer le parti maximum des liants. Cela passe par la complète défloculation des grains fins, condition généralement satisfaite avec les BHP. La pratique française en matière d'ingénierie nucléaire consiste à pomper le béton et à le placer autour d'armatures en quantité le plus souvent réduites, mais qui peuvent constituer un ferraillage très dense par endroit. Les spécifications du béton frais sont alors les mêmes que celles du BHP de "base" précédent (paragraphe 5.3.1). Les spécifications finalement retenues sont données dans le tableau 5.3.3.

### Simulations

On a vu, au paragraphe 4.4.3, que pour une résistance donnée, les fumées de silice permettent de réduire la chaleur d'hydratation. Ce bénéfice provient de l'effet filler, qui réduit la quantité d'eau et conduit à une plus faible quantité d'hydrates entre l'empilement dense des particules. Toutefois, vis-à-vis de la durabilité, il peut y avoir une limite à l'utilisation des fumées de silice (du moins lorsque des ultra-hautes résistances ne sont pas visées, paragraphe 5.3.4). Un rapport fumées de silice/ciment de 0,15, compte tenu que le mur intérieur est de protégé de l'environnement extérieur, paraît convenable.

*Tab. 5.3.4. Mélanges théoriques répondant aux spécifications et bétons réellement fabriqués.*

| **Constituants** | **B60 spécial pour centrale nucléaire (simulations)** | **BHP Civaux II** |
|---|---|---|
| Gravillon 12,5/20 (kg/m$^3$) | 759 | 815 |
| Gravillon 5/12,5 (kg/m$^3$) | 351 | 318 |
| Sable de rivière 0/4 (kg/m$^3$) | 677 | 818 |
| Sable correcteur 0/1 (kg/m$^3$) | 127 | (0/5) |
| CEM I (kg/m$^3$) | 262 | 266 |
| Filler calcaire | 69 | 57 |
| Fumées de silice (kg/m$^3$) | 39 | 40 |
| Superplastifiant (kg/m$^3$) | 13,1 | 9,1 |
| Retardateur (kg/m$^3$) | - | 0,93 |
| Eau (l/m$^3$) | 121 | 161 |
| e/c | 0,49 | 0,55 |
| G/S | 1,38 | 1,39 |
| Densité | 2,41 | - |
| Seuil de cisaillement (Pa) | 900 | - |
| Viscosité après vibration (Pa.s) | 200 | - |
| Affaissement (mm) | 200 | 180-230* |
| Compactabilité | 7,55 | Satisfaisante |
| Résistance à la compression à 28 j. (MPa) | 72 | 66,1* |
| Résistance caractéristique obtenue | - | 60,7* |
| Module d'élasticité (GPa) | 48 | - |
| Elévation de la température en conditions adiabatiques (°C) | 46.9 | - |
| Retrait endogène ($10^{-6}$) | 112 | |
| Retrait total ($10^{-6}$) | 470 | |
| Fluage spécifique propre ($10^{-6}$/MPa) | 11,3 | |
| Fluage spécifique total ($10^{-6}$/MPa) | 23,1 | |
| Coût (FF/m$^3$) | 598 | - |

* données issues du chantier, d'après les contrôles de qualité réalisés durant la construction

Si l'on choisit un dosage assez élevé en ciment pour prévenir le ressuage et la ségrégation, avec la dose de saturation en superplastifiant, la résistance finale est d'environ 100 MPa ou plus. Mais l'on sait, pour un type de béton ( paragraphe 5.1), que la chaleur d'hydratation est toujours une fonction croissante de la résistance à la compression. Il faut trouver par conséquent un moyen pour limiter la résistance à la compression dans la plage désirée sans perturber la structure granulaire du béton. La voie logique consiste alors à remplacer une part du ciment Portland par un filler calcaire, dont la contribution à la chaleur est probablement négligeable (paragraphe 2.2.4). L'ordinateur a finalement résolu le problème posé par les spéci-fications du tableau 5.3.3 en formulant un béton contenant un liant ternaire : ciment Portland / filler calcaire / fumées de silice. Le résultat est donné dans le tableau 5.3.4. Observons qu'à la fois l'élévation de température et le retrait endogène sont minimisés, par comparaison au BHP B60 de "base" ( paragraphe 5.3.1).

**Cas réel**

L'enceinte intérieure de la centrale de Civaux II (à proximité de Poitiers) a été construite avec un BHP spécial destiné a améliorer les performances de cette partie critique de la structure [de Larrard et Acker 1990, de Larrard *et al*. 1990, CEB 1994]. L'étude de la formule pratique a été réalisée avec les mêmes spécifications (excepté celle concernant la viscosité plastique, car n'y avait pas de rhéomètre disponible à l'époque). Les dosages obtenus sont donnés dans le tableau 5.3.4. On peut noter qu'ils sont très similaires à la formule théorique. La quantité d'eau est supérieure, à cause de la forme des grains (seuls des matériaux concassés ont été utilisés). Elle a conduit à une résistance plus faible, et les 60 MPa requis sont juste atteints.

L'unique défaut de ce béton était sa moindre pompabilité, liée à sa forte viscosité plastique [de Larrard *et al*. 1997a]. D'ailleurs, le chantier de Civaux II fut l'une des expériences sur site qui amena le LCPC à développer un rhéomètre pour béton frais. Concernant le développement de la chaleur, une élévation de température de 30°C fut mesurée durant la construction, au lieu des 40°C observés dans la centrale de Civaux I [CEB 1994]. Celle-ci avait été réalisée avec un béton B45 ordinaire, fabriqué à proximité. Sitôt construits, les deux réacteurs ont été testés en pressurisant de l'air à l'intérieur et en mesurant les fuites totales sur l'ouvrage. Le volume d'air perdu en 24 heures était respectivement, pour Civaux I et Civaux II, de 0,38 et 0,19% du volume total. Rappelons, à titre de comparaison, que la limite maximale admise par l'autorité de sûreté nucléaire est de 1%. Le niveau de pertes pour Civaux I était le record absolu des 40 centrales construites en France dans les 30 dernières années. L'utilisation d'un BHP optimisé pour Civaux II a permis de doubler ce record (c'est-à-dire de réduire de moitié les fuites d'air).

### 5.3.3 Béton ultra-stable pour tablier de ponts mixtes

L'application à laquelle on s'intéresse ici concerne les tabliers de pont mixte, ouvrage constitué d'une dalle en béton reposant sur deux poutres en acier. Ce type de pont est fréquemment retenu en France pour les portées voisines de 100 mètres. Les poutres en acier sont lancées en premier et le tablier est ensuite coulé en place. Ce procédé de construction est simple et rapide (aucun échafaudage n'est nécessaire). Le point faible de cette technologie réside cependant dans le différentiel des déformations différées entre les deux matériaux. Le retrait du béton est partiellement

empêché par les poutres, et une fissuration transversale sévère peut se produire dans les parties du pont où le trafic provoque des tractions supplémentaires. Une technique classique pour prévenir ces fissures consiste à introduire un moment positif permanent dans la structure en soulevant les culées extrêmes. Mais cette "précontrainte gratuite" tend à s'estomper par suite des mécanismes de fluage/relaxation dans la dalle de béton [Kretz & Eymard 1993].

En plus des propriétés de durabilité, le BHP peut être attractif pour ce type d'ouvrage par son faible fluage et sa résistance élevée à la compression au jeune âge, facteur de cadences élevées. Mais l'on sait que plus la résistance est forte, plus la probabilité d'une *fissuration par retrait* est élevée, particulièrement au jeune âge (paragraphe 5.1). Sachant que cette fissuration est inévitable à long terme, on peut cependant tenter une optimisation en limitant le retrait thermique et le retrait total, qui contrôlent l'amplitude des fissures. En effet, les fines fissures ne sont pas préjudiciables au comportement de la structure tant que les forces de cisaillement peuvent être transmises à travers elles ("effet goujon")[105].

Pour minimiser le retrait total, l'utilisation d'adjuvants spéciaux pourrait s'avérer très utile dans le futur [Folliard et Berke 1997]. Cependant, à partir des constituants courants, on peut déjà envisager de réduire au maximum le volume de pâte, tout en gardant une compactabilité acceptable pour le mélange frais. L'utilisation d'un *liant très fin* trouve ici son intérêt, car il n'exerce virtuellement aucun effet de desserrement (paragraphe 1.1.3) sur le squelette granulaire. De plus, les plus gros grains du ciment n'ont que peu d'intérêt dans un BHP où le degré final d'hydratation n'est que de 60% environ. En d'autres termes, 40% du clinker, principalement localisé dans la fraction grossière du ciment, reste non hydraté dans ces bétons.

### Simulations

Un BHP B70 a été simulé en utilisant un ciment Portland fin (90% des grains de taille inférieure à 8 µm) et des cendres volantes sélectionnées, de taille comparable. Les fumées de silice n'ont pas été utilisées, car, pour des structures moyennement épaisses où des effets thermiques sont à craindre, il est préférable d'utiliser des pouzzolanes de réactivité plus lente. Le ciment est un produit couramment utilisé pour les coulis d'injection. Puisque l'on a privilégié la prévention des fissures, on choisit de n'imposer aucune propriété d'écoulement, mais une compactabilité minimale requérant une vibration minutieuse. La valeur maximale de K', égale à 9, a donc été retenue, ainsi qu'une résistance visée de 84 MPa. En voulant limiter le retrait au maximum, l'optimisation peut conduire à n'utiliser comme liant que du ciment Portland pur ( paragraphe 4.4.2) en si faible quantité qu'un ressuage excessif risque d'apparaître. Une autre stratégie a été adoptée pour pallier ce problème ; elle consiste à *minimiser la quantité d'eau*. On maximise ainsi l'effet filler du liant combiné, vis-à-vis du squelette granulaire. Les différentes spécifications sont résumées dans le tableau 5.3.5.

[105] notons qu'en France, tous les tabliers de ponts sont protégés par un complexe étanche. Dans ce cas, le problème de la présence d'eau dans les fissures n'existe pas, tant que le complexe assure sa fonction.

*Tab. 5.3.5. Spécifications relatives à un BHP ultra-stable.*

| Critère | Valeur |
|---|---|
| Compactabilité | ≤ 9 |
| Résistance à la compression | ≥ 72 MPa |
| Dosage en eau | Minimum |

Le mélange présenté dans le tableau 5.3.6 a été obtenu en utilisant les mêmes coupures granulaires que précédemment. Par comparaison à un "BHP standard B70" (simulé de la même façon que les bétons présentés au paragraphe 5.3.1), ce mélange a permis de réduire le retrait total de 32% et l'élévation de la température en conditions adiabatiques de 31%, pour une quantité totale de liant de 304 kg/m3 seulement. Le diagramme de remplissage ne suggère aucun risque élevé de ressuage, car les pics du ciment sont suffisamment hauts (figure 5.3.1).

*Tab. 5.3.6. Mélanges théoriques conforme aux spécifications et bétons expérimentaux, extrait de [de Larrard et al. 1997b].*

| Constituants | BHP U-S (simulations) | Mélanges expérimentaux |
|---|---|---|
| Gravillon 12,5/20 (kg/m$^3$) | 759 | 716 |
| Gravillon 5/12,5 (kg/m$^3$) | 388 | 568 |
| Sable de rivière 0/4 (kg/m$^3$) | 605 | 663 |
| Sable correcteur 0/1 (kg/m$^3$) | 274 | 118 |
| CEM I (kg/m$^3$) | 217 | 213 |
| Cendres volantes fines (kg/m$^3$) | 87 | 95 |
| Superplastifiant (kg/m$^3$) | 6,37 | 20 |
| Eau (l/m$^3$) | 112 | 103 |
| e/c | 0,52 | 0,55 |
| G/S | 1,31 | 1,64 |
| Air (%) | 1,7 | 0,6 |
| Densité | 2,45 | - |
| Seuil de cisaillement (Pa) | 1383 | - |
| Viscosité après vibration (Pa.s) | 497 | - |
| Affaissement (mm) | 130 | 215 |
| Temps d'écoulement | - | 9,4 |
| Compactabilité | 9 | Acceptable |
| Résistance à la compression à 28 j. (MPa) | 84 | 87 |
| Module d'élasticité (GPa) | 54,3 | 58,0 |
| Elévation de la température en conditions adiabatiques (°C) | 39 | 42 |
| Retrait endogène ($10^{-6}$) | 62 | 91 |
| Retrait total ($10^{-6}$) | 348 | 255 |
| Fluage spécifique propre ($10^{-6}$/MPa) | 6,3 | |
| Fluage spécifique total ($10^{-6}$/MPa) | 12,5 | |
| Coût (FF/m$^3$) | 1031 | |

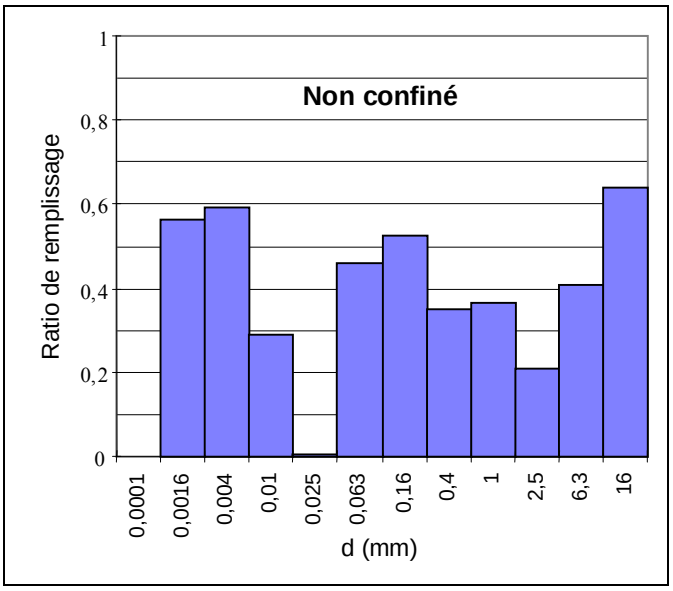



*Fig. 5.3.1. Diagramme de remplissage d'un BHP ultra-stable pour tablier de pont mixte.*

#### Gâchées d'essais et caractérisation expérimentale

Un mélange similaire, basé sur les mêmes spécifications, a été réalisé et testé [de Larrard *et al*. 1997b]. La composition du mélange a été optimisée avec une première version du modèle de compacité, sans prise en compte des propriétés d'écoulement ( tableau 5.3.6, troisième colonne). Sa composition est très proche de celle du mélange simulé. Un béton très visqueux a été obtenu, montrant toutefois une bonne compactabilité, comme en témoigne la très faible quantité d'air occlus mesurée. Aucun ressuage excessif n'a été noté. Ce béton ne pouvait évidemment être pompé, mais cette propriété n'était pas demandée dans les spécifications.

Le retrait total mesuré était plus faible que celui attendu, et l'élévation de la température en conditions adiabatiques était comparable à celle d'un mélange traditionnel de 20 MPa (paragraphe 5.1). Compte tenu des très faibles valeurs de retrait prédites, on peut penser que ce béton remplira très largement l'usage prévu, la seule limitation provenant de la disponibilité des liants, en plus de leur coût. Un développement assez lent de la résistance est cependant prévisible, compte tenu du rapport e/c élevé et de la quantité significative de cendres volantes.

### 5.3.4 Mortier à ultra-hautes performances

Après s'être confronté à des applications réalistes, il peut être intéressant de rechercher les limites ultimes de la technologie des BHP. Nous allons tenter alors de développer un matériau hydraulique pour structures[106] ayant une résistance à la compression maximale.

[106] c'est-à-dire un matériau pouvant être utilisé pour la construction de grands éléments.

### Simulations

Au paragraphe 4.2.1 (règle 9), nous avons vu, pour une maniabilité donnée, que la résistance maximale est atteinte avec une pâte pure. Il n'est cependant pas envisageable d'utiliser ce type de matériau pour construire un élément de structure, à cause de sa forte déformabilité et de sa fragilité. Un dosage minimum en granulat doit être gardé, que nous prendrons arbitrairement égal à 30% (en volume). Dans le but d'un transport et d'une mise en œuvre facile, les mêmes exigences que celles spécifiées pour le BHP de base ont été gardées. Le tableau 5.3.7 résume l'ensemble des spécifications.

*Tab. 5.3.7. Spécifications relatives à un mortier à ultra-hautes-performances.*

| Critère | Valeur |
|---|---|
| Compactabilité | ≤ 8 |
| Affaissement | ≥ 200 mm |
| Viscosité plastique | ≤ 200 Pa.s |
| Teneur en granulat | ≥ 30 % |
| Résistance à la compression | Maximale |

Les proportions données par les simulations sont portées dans le tableau 5.3.8. On constate que la phase granulaire est réduite à du sable fin. C'est l'influence de l'épaisseur maximale de pâte sur la résistance à la compression (paragraphe 2.3.3) qui transparaît ici : la recherche de la résistance maximale amène l'ordinateur à réduire la taille maximale du granulat ($D_{max}$), et donc à écarter les granulats grossiers. Un rapport eau/ciment de 0,18 est proposé par l'ordinateur, avec une forte quantité de fumées de silice (23 % de la masse du ciment). Observons que ce rapport eau/ciment est en deçà de celui des bétons durcis utilisés pour calibrer le modèle. Les prévisions avancées ne sont donc que des extrapolations. Avec cette réserve, on peut voir qu'une résistance théorique à la compression de plus de 263 MPa peut être atteinte. Comme prévu, le fait d'avoir une grande quantité de pâte conduit à un retrait élevé et à une forte élévation de la température en conditions adiabatiques : ce matériau entrerait en ébullition s'il était isolé thermiquement !

### Essais sur un mélange similaire

Plusieurs mélanges ont été fabriqués dans le but de maximiser la résistance à la compression [de Larrard et Sedran 1994]. Une première version du modèle de compacité a été utilisée pour déterminer les proportions optimales. Le meilleur mélange obtenu est présenté dans le tableau 5.3.8. Ici encore, les deux formules sont similaires, même si les simulations sont basées sur des matériaux différents, par comparaison à ceux utilisés dans les expériences. En particulier, les rapports eau/ciment sont très comparables. Concernant la résistance à la compression, la valeur expérimentale à 28 jours est nettement inférieure à celle prévue. C'est probablement la lente réactivité des fumées de silice, lorsque le rapport eau/ciment est aussi faible, qui en est la cause. Un traitement thermique à 90 °C améliore cependant grandement les performances, car il permet d'obtenir à 7 jours une résistance à la compression proche de la résistance finale attendue.

*Tab. 5.3.8. Mélanges théoriques conforme aux spécifications et mélange testé en laboratoire.*

| **Constituants** | **MUHP (simulations)** | **Mélange expérimental** [de Larrard et Sedran 1994] |
|---|---|---|
| Sable fin 0/1 (kg/m$^3$) | 800 | 813 |
| CEM I (kg/m$^3$) | 1072 | 1081 |
| Fumées de silice (kg/m$^3$) | 250 | 334 |
| Superplastifiant (kg/m$^3$) | 52,4 | 51,8 |
| Eau (l/m$^3$) | 152 | 167 |
| e/c | 0,18 | 0,18 |
| Air (%) | 5,1 | 2,0 |
| Densité | 2.32 | - |
| Seuil de cisaillement (Pa) | 830 | - |
| Viscosité après vibration (Pa.s) | 200 | - |
| Affaissement (mm) | 200 | - |
| Temps d'écoulement | - | 1,0 |
| Résistance à la compression (MPa) | 263 | 165 (236*) |
| Module d'élasticité (GPa) | 64 | 50,9 |
| Elévation de la température en conditions adiabatiques (°C) | 102 | - |
| Retrait endogène ($10^{-6}$) | 327 | - |
| Retrait total ($10^{-6}$) | 1447 | - |
| Fluage spécifique propre ($10^{-6}$/MPa) | 16,3 | - |
| Fluage spécifique total ($10^{-6}$/MPa) | 32,1 | - |
| Coût (FF/m$^3$) | 1570 | - |
| Compactabilité | 7,63 | Excellente |

* résistance à la compression à 7 jours après traitement thermique à 90 °C.

Depuis ces travaux, d'importants progrès ont été faits avec des matériaux similaires [Richard et Cheyrezy 1994, Richard *et al*. 1995]. Ces auteurs ont montré que l'on pouvait atteindre une résistance à la compression de 800 MPa en gardant le même type de formule, avec une cure à température très élevée (plus de 250 °C) et une forte pression appliquée sur le mélange durcissant. Il faut cependant incorporer au matériau des fibres métalliques pour réduire la fragilité naturelle de ces mortiers à ultra-hautes-performances. Il est d'ailleurs proposé que ces fibres puissent remplacer par la suite les armatures ; une voie nouvelle serait ainsi ouverte aux bétons précontraints de structures constitués uniquement de MUHP armés de fibres et de câbles de précontrainte. Il est même possible, en utilisant deux types de fibres métalliques, d'obtenir un matériau ayant après fissuration un comportement à écrouissage positif en traction pure [Rossi *et al*. 1996]. En d'autres termes, la résistance après fissuration est supérieure à celle de la matrice non fissurée. Par ailleurs, l'ajout dans ces mortiers de petits granulats durs, de 6 mm de taille maximale, permet d'obtenir une résistance à la compression inférieure, avec cependant un dosage en liant fortement réduit, produisant un béton à ultra-hautes-performances de coût raisonnable [de Larrard *et al*. 1997b].

## 5.4 Bétons de mise en place particuliere

Les bétons qui demandent une mise en place particulière sont examinés dans cette partie. Les bétons compactés au rouleau sont soumis à des règles spéciales qui s'apparentent, par certains aspects, à la mécanique des sols. Les bétons projetés (par voie humide), destinés généralement aux travaux préparatoires ou aux réparations, relèvent aussi de pratiques adaptées. Dans la plage opposée de consistance, les bétons autonivelants (ou autoplaçants), récemment apparus sur le marché, ne font encore appel à aucune méthode spécifique de formulation normalisée, dans aucun pays (à la connaissance de l'auteur). Nous montrerons, grâce à l'approche scientifique développées dans ce livre, que tous ces "cousins" des bétons traditionnels peuvent être inclus dans la famille des matériaux hydrauliques, et relever des mêmes approches.

### 5.4.1 Béton compacté au rouleau

Les bétons compactés au rouleau (BCR) sont généralement destinés aux ouvrages massifs, tels les barrages ou les chaussées. Ce sont le plus souvent d'énormes quantités de matériaux qui sont mises en œuvre. Le prix unitaire le plus bas est alors un critère déterminant. Ce paramètre, associé à la limitation des fissures thermiques, conduit à utiliser de bétons très secs, faiblement dosés en liant. On sait en effet que le béton est d'autant moins cher qu'il est ferme, pour une résistance donnée (règle 2, paragraphe 4.2.1). Sous l'angle théorique, la formulation du BCR est un problème trivial, puisque ce béton est effectivement un empilement de grains, placé avec une méthode de serrage énergique, sans considération particulière pour ses propriétés d'écoulement.

#### Cahier des charges

Sachant que les BCR sont compactés mécaniquement sous vibration, on peut admettre que l'empilement granulaire est caractérisé par un indice de serrage maximum. En se référant aux expériences menées sur les grains secs, détaillées au chapitre 1, on peut prendre pour K, en première approximation, la valeur 9. Le système granulaire du béton correspond alors à la réunion des granulats et des liants, et la porosité restante est remplie par l'eau *et* par l'air. D'autres spécifications se rapportent à la résistance à la compression (à 28 jours ou à des âges supérieurs) et à l'élévation de la température en conditions adiabatiques (qui peut se développer pleinement au cœur des barrages très massifs). Dans quelques cas particuliers, lorsque la surface du béton est soumise à un environnement agressif, des exigences de durabilité peuvent être ajoutées (dosage minimum en liant, rapport eau/liant maximum, etc.). Les BCR sont cependant rarement armés, ce qui élimine le problème de la corrosion des aciers.

#### Exemple

Etudions un exemple issu d'une vaste étude qui a mobilisé plusieurs laboratoires français [Bacara 1994]. Un mélange BCR comprenant sept coupures granulaires, un filler calcaire et un ciment composé avait été optimisé en gardant la même quantité de ciment de 120 kg/m$^3$. La résistance du ciment à 28 jours était de 45 MPa. Les courbes granulométriques des produits étaient connues et tous les granulats avaient

une forme arrondie. Les proportions respectives de chaque coupure ont été déterminées par référence à une courbe "idéale", en l'occurrence celle de "Talbot" (loi de puissance avec exposant 1/3). Les pourcentages en masse sont donnés dans le tableau 5.4.1. L'objectif des essais inter-laboratoire était de comparer les différentes méthodes de détermination de la quantité optimale d'eau et de mesurer les propriétés mécaniques correspondantes. Dans ce type de mélange sec, il importe de trouver la quantité d'eau qui mène au meilleur empilement granulaire. Avec un fort dosage, l'eau en excès desserre l'arrangement des grains. Inversement, avec un faible dosage, il y a un phénomène de "foisonnement", lequel altère le bon serrage du système, à cause des forces de capillarité agissant sur les particules fines (figure 5.4.1).

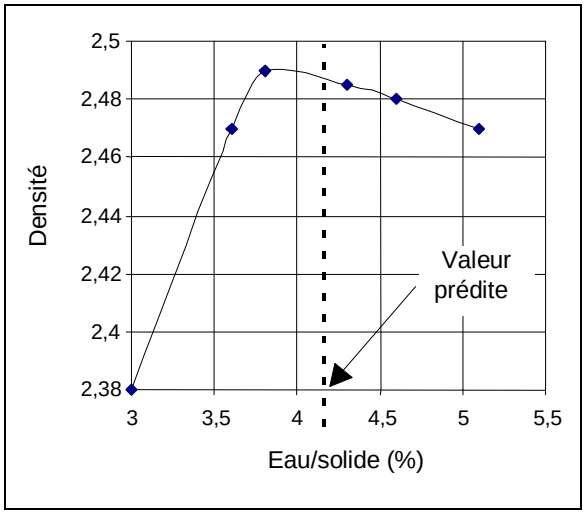



*Fig 5.4.1. Résultats de l'essai Proctor (moule de 400 mm de diamètre) pour les mélanges testés [Bacara 1994].*

*Tab. 5.4.1. Proportions de matériaux secs déduites de la courbe de Talbot [Bacara 1994].*

| Constituants | % (en masse) |
|---|---|
| Ciment au laitier CHF 45 | 5,00 |
| Filler calcaire | 5,07 |
| 0/3 | 14,32 |
| 1/3 | 10,15 |
| 3/8 | 14,59 |
| 10/20 | 19,02 |
| 20/31,5 | 11,18 |
| 31,5/40 | 6,60 |
| 40/63 | 14,07 |

Le Modèle d'Empilement Compressible (MEC) est un outil privilégié pour optimiser les proportions granulaires, plus précis et plus sûr que l'utilisation que n'importe quelle courbe de référence ( paragraphe 1.4). Afin d'illustrer sa capacité à prévoir la quantité d'eau optimale dans un BCR, nous avons simulé le mélange donné dans le tableau 5.4.1, pour en déduire le volume des vides. Les compacités résiduelles des constituants n'étaient pas données dans les documents originaux. Des valeurs usuelles pour des matériaux similaires, provenant d'études antérieures, ont été utilisées pour les calculs. La quantité d'air piégé a été déterminée grâce à l'équation

2.1.24 (pour un affaissement nul), et la quantité d'eau efficace a été évaluée en soustrayant cet air au volume des vides. La résistance à la compression a été calculée avec le modèle général développé au paragraphe 2.3. Les prévisions obtenues sont données dans le tableau 5.4.2 ; elles peuvent être comparées avec les résultats expérimentaux (tableau 5.4.3).

*Tab. 5.4.2. Résultats des simulations relatives à un BCR*

| | |
|---|---|
| Volume des Vides (pour K=9, en %) | 11,05 |
| Air occlus (%) | 1,1 |
| Eau efficace (l/m3) | 99,5 |
| e/c | 0,83 |
| Rapport eau/éléments solides | 4,19 |
| Densité du béton frais | 2,48 |
| Résistance à la compression à 28 jours (MPa) | 14,3 |

*Tab. 5.4.3. Résultats expérimentaux issus de [Bacara 1994], pour un rapport eau/éléments solides de 4% (valeur de l'optimum Proctor)*

| **Technique de compactage** | **Méthode Proctor** | **Table Vebe** | **Marteau Kango** | **Vibrocompaction (VCPC)** |
|---|---|---|---|---|
| Densité | 2,50 | 2,47 | 2,49 | 2,38 |
| Résistance à la compression à 28 jours, mesurée sur cylindre de 250 x 500 mm (MPa) | - | 16,3 | 18,0 | 15,2[107] |

*Tab. 5.4.4. Données de résistance provenant de projets réels [Bacara 1994].*

| **Barrage en BCR** | **Résistance à la compression (obtenue en laboratoire). Valeur moyenne ± l'écart type** |
|---|---|
| Knellpoort (Afrique du Sud) | 17,2 ± 7,8 MPa |
| Wolwedans (Afrique du Sud) | 15,8 ± 4,5 MPa |
| Puding (Chine) | 23 ± 2,3 MPa |

Le rapport optimal "eau/éléments solides" tiré de la courbe Proctor est de 4.0%. Au stade de la fabrication, ce rapport peut varier de -0,5 à +1%, ce qui donne, dans le cas présent, l'intervalle [3,5, 5%]. La valeur théorique de 4.19% se situe juste au milieu de la plage spécifiée (figure 5.4.1). Concernant la densité, la prévision du MEC est voisine de celle des valeurs expérimentales obtenues par diverses méthodes de compactage. Enfin, la résistance estimée est légèrement inférieure aux valeurs mesurées, mais l'erreur usuelle est de 2-3 MPa. On peut voir en effet, sur le tableau 5.4.4, que la résistance à la compression d'un BCR produit à grande échelle est assez dispersée. L'analyse comparative de ces bétons réalisés en laboratoire montre donc que l'approche développée dans ce livre s'applique aussi aux BCR.

Un autre intérêt de recourir à un modèle de compacité pertinent, plutôt que de réaliser des essais en laboratoire, est la possibilité de s'intéresser à des bétons dont la taille maximale ($D_{max}$) est élevée. Des BCR de $D_{max}$ supérieurs à 100 mm ne sont pas rares, mais, pour des raisons évidentes, ce type de mélange est très difficile à optimiser expérimentalement au laboratoire. Par contre, on peut mesurer la compacité des classes granulaires, en tenant compte de l'effet de paroi exercé par le

[107] cylindres de 300 x 600 mm.

moule (paragraphe 3.1.4), et calculer grâce au modèle la compacité du mélange entier, soit en milieu non confiné, soit dans un récipient de dimensions limitées.

### 5.4.2 Béton projeté (procédé humide)

Le béton projeté est appliqué avec une lance sur un support d'orientation quelconque. Le mélange frais doit adhérer à la surface (qui peut être le support lui-même ou une couche de béton déjà projetée). Cette technique est utilisée généralement pour les travaux préparatoires ou pour les travaux de réparation. Il existe aussi des applications où le béton projeté participe à la structure de façon permanente. Le béton projeté peut être soit mélangé, pompé et appliqué (voie humide), soit humidifié par une injection d'eau dans la lance, juste avant application (voie sèche). Seule la première technique est examinée ci-après.

#### Cahier des charges

Comme toujours, les spécifications relatives à ce type de béton proviennent des différentes étapes de son utilisation.

— Premièrement, le mélange doit pouvoir *être pompé*. Il faut alors viser un diagramme de remplissage uniforme, avec un affaissement d'au moins 50 mm (paragraphe 4.1.1). En théorie, la viscosité plastique aussi doit être limitée. Mais cette contrainte n'a de sens que pour les mélanges suffisamment fluides, dont l'affaissement dépasse 100 mm (paragraphe 2.1.1). De plus, la longueur de pompage est généralement faible. On peut par conséquent ne pas tenir compte de la viscosité plastique dans ce cas particulier ;

— deuxièmement, une fois projeté, le béton doit se *compacter* de lui-même sur le mur. Cela correspond à un certaine compactabilité minimale, caractérisée par une valeur maximale de l'indice de serrage K'. Mais le procédé par projection est moins efficace que les techniques habituelles de mise en place, qui combinent l'action de la gravité et de la vibration. En première approche, nous appliquerons alors une réduction de 0,5 aux valeurs adoptées pour les techniques traditionnelles. L'indice de serrage maximum sera donc respectivement de 7,5 et de 5,5, pour les mélanges avec ou sans superplastifiant.

— troisièmement, *le béton frais doit coller à son support*. Afin d'analyser la stabilité d'une couche de béton fraîchement projetée, étudions les deux cas suivants. Dans le premier cas (couche suspendue), le béton est projeté au plafond. Supposons que le béton possède une cohésion parfaite, mais qu'il ne développe aucune adhérence vis-à-vis du support. L'épaisseur maximale est alors atteinte lorsque le poids du béton est juste équilibré par la pression atmosphérique (figure 5.4.2). Nous avons :

$$\rho g h = P \tag{5.4.1}$$

où $\rho$ est la masse volumique du béton, g l'accélération de la pesanteur, h l'épaisseur de la couche de béton et P la pression atmosphérique. Pour $\rho$ = 2400 kg/m$^3$, g = 10 m/s$^2$ et P = 10$^5$ Pa, on trouve h = 4,16 m. Cette valeur est très grande, comparée à l'épaisseur réelle d'une couche. Nous concluons donc que le facteur limitant de la stabilité d'une couche suspendue n'est pas l'équilibre général des forces, mais la cohésion du béton frais : si les gros grains peuvent migrer à travers la couche de béton, la gravité provoquera la chute du gravillon, tandis que le mortier restera collé

au plafond (figure 5.4.3). La principale spécification pour la stabilité d'une couche suspendue est alors l'absence de ségrégation du mélange frais.

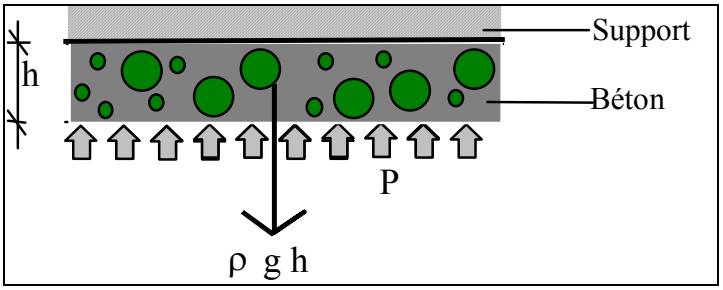



Fig. 5.4.2. Stabilité d'une couche de béton frais suspendue, en supposant une cohésion parfaite.

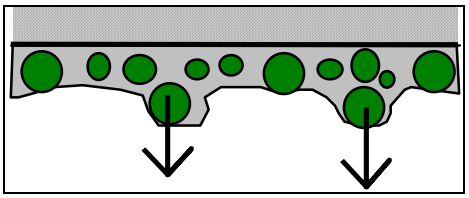


Fig. 5.4.3. Chute d'une couche de béton frais suspendue, par manque de cohésion

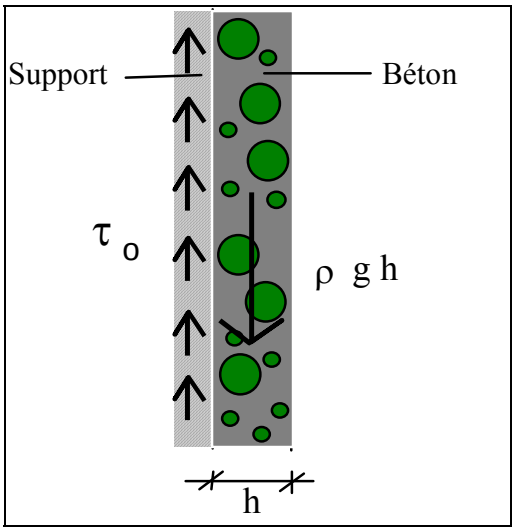



*Fig. 5.4.4. Stabilité d'une couche verticale de béton.*

Examinons maintenant la stabilité d'une couche verticale. Ici, c'est la résistance au cisaillement du béton frais qui doit s'opposer à l'effet de la gravité (figure 5.4.4). Ce constat correspond à l'équation suivante :

$$\rho g h < \tau_0 \qquad (5.4.2)$$

où $\tau_0$ est le seuil de cisaillement du béton frais. D'après cette relation, plus ce seuil est élevé, plus la couche de béton frais sera épaisse avant de tomber.

Une application numérique de cette relation conduit à des ordres de grandeur très réalistes (tableau 5.4.5). A ce stade, il faut encore se demander pourquoi on peut projeter plusieurs couches de béton avant effondrement. La raison est liée au caractère *thixotropique* du béton frais. Si une contrainte de cisaillement est appliquée à un mélange frais resté quelques minutes au repos, la valeur minimale qui conduit à l'écoulement du béton, appelé seuil de cisaillement au repos [de Larrard *et al*. 1997c], peut atteindre plusieurs fois la valeur du seuil de cisaillement "traditionnel" [Hu et de Larrard 1996].

*Tab. 5.4.5. Epaisseur maximale d'une couche verticale de béton (équation 5.4.2). La masse volumique du béton est de 2400 kg/m3. L'affaissement est évalué d'après l'équation 2.1.19.*

| Seuil de cisaillement (Pa) | Affaissement (mm) | Epaisseur (mm) |
|---|---|---|
| 2500 | 0 | 104 |
| 2000 | 41 | 83 |
| 1500 | 114 | 63 |
| 1000 | 186 | 42 |

En conclusion, les exigences pour projeter efficacement un béton frais ("projectabilité" optimale [Beaupré 1994]) reviennent à imposer un seuil de cisaillement *minimum* (ou un affaissement maximum), associé à un indice de ségrégation maximum. D'autres spécifications, relatives au durcissement ou à l'état durci, peuvent aussi concerner le béton projeté. On peut par exemple spécifier des propriétés de BHP (grande résistance et/ou faible rapport eau/liant), et recourir à tous les constituants utilisés dans la fabrication des bétons courants de structure.

### Simulations et comparaison avec les règles de l'art courantes

Nous simulerons le cas d'un béton projeté de type B30. Sachant que les propriétés en place de ces mélanges sont très dispersées, nous viserons une résistance à la compression de 40 MPa. Aucun superplastifiant ne sera utilisé dans la formule. Toutes les spécifications retenues sont données dans le tableau 5.4.6.

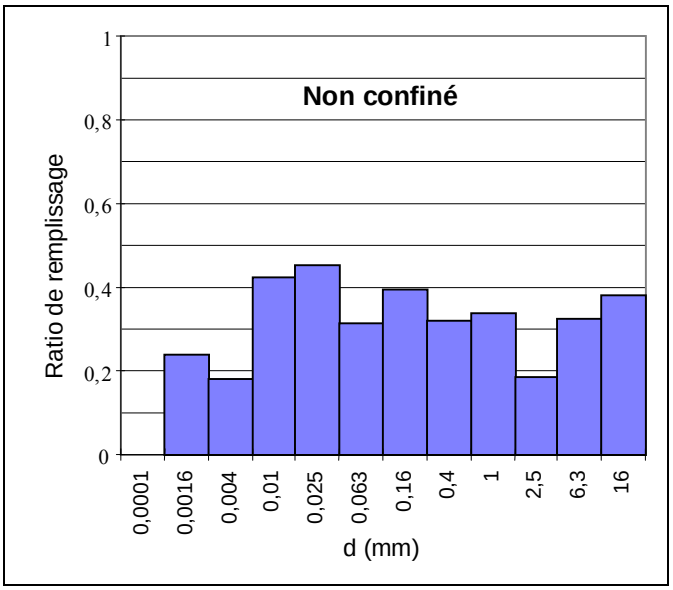



*Fig. 5.4.5. Diagramme de remplissage du béton projeté B30 simulé.*

Avec les mêmes matériaux que ceux utilisés dans les simulations précédentes, le mélange donné dans le tableau 5.4.7 est celui qui vérifie toutes les spécifications pour un coût minimum. Son diagramme de remplissage apparaît sur la figure 5.4.5.

On retiendra, comme caractère général, que les bétons projetés par voie humide sont des mélanges plutôt riches en ciment et en sable. Le dosage en ciment est généralement compris entre 400 et 450 kg/m$^3$ [Beaupré 1994], condition vérifiée pour le présent mélange. Sa granularité aussi est relativement conforme aux spécifications de l'ACI (figure 5.4.6).

*Tab. 5.4.6. Spécifications pour un béton projeté de type B30.*

| Type de problème | Exigence quantitative |
|---|---|
| Pompabilité | Affaissement ≥ 50 mm et S ≤ 0,85 |
| Compactabilité | K' ≤ 5,5 |
| Projectabilité | Affaissement ≤ 70 mm et S ≤ 0,85 |
| Résistance | $fc_{28}$ ≥ 40 MPa |
| Durabilité | e/c ≤ 0,5 |

*Tab. 5.4.7. Dosages et propriétés d'un béton projeté de type B30 (simulations).*

| Constituants | Béton projeté B30 |
|---|---|
| Gravillon 12,5/20 (kg/m$^3$) | 322 |
| Gravillon 5/12,5 (kg/m$^3$) | 420 |
| Sable de rivière 0/4 (kg/m$^3$) | 753 |
| Sable correcteur 0/1 (kg/m$^3$) | 176 |
| CEM I (kg/m$^3$) | 433 |
| Eau (l/m$^3$) | 206,9 |
| e/c | 0,471 |
| G/S | 0,80 |
| Air (%) | 2,7 |
| Densité | 2,314 |
| Seuil de cisaillement (Pa) | 1893 |
| Affaissement (mm) | 50 |
| Compactabilité | 5,5 |
| Potentiel de ségrégation | 0,817 |
| Résistance à la compression (MPa) | 40 |
| Module d'élasticité (GPa) | 31,4 |
| Coût (FF/m$^3$) | 501,29 |

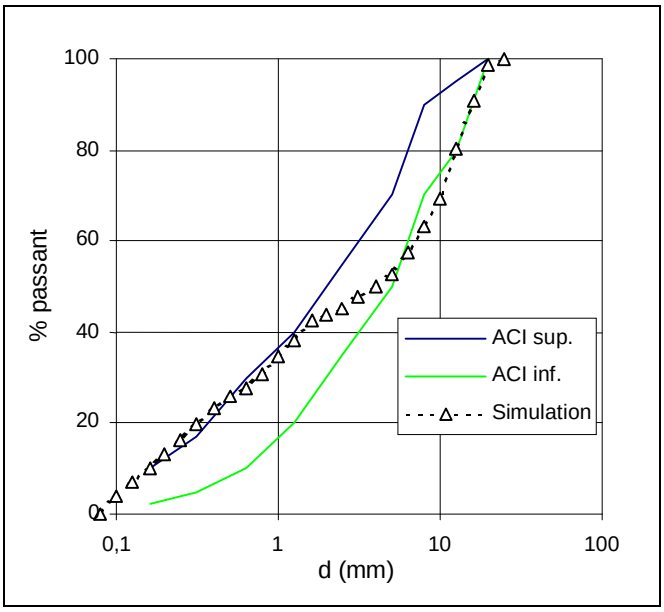



*Fig. 5.4.6. Granularité du béton projeté B30, comparé aux spécifications de ACI 506.*

Pour une résistance donnée, les bétons projetés sont généralement plus cher que les bétons courants de structure, à cause de la grande quantité de ciment substituée au sable. De plus, une partie du béton est perdue par rebond (entre 3 et 15% du volume projeté [Beaupré 1994]). En revanche, des économies sont faites au niveau des coffrages et des cadences.

### 5.4.3 Béton autoplaçant

Par définition, les bétons autoplaçants (BAP) ne nécessitent aucune vibration pour être mis en place et consolidés. Ils peuvent couler à travers un réseau dense d'armatures sans présenter de ségrégation importante, ni de blocage [Sedran 1995]. Ces bétons peuvent être utilisés dans une large gamme d'applications, depuis les faibles résistances, tels les bétons de masse destinés aux travaux de fondations [Tanaka *et al*. 1993], jusqu'aux BHP B80 pour ouvrage d'art [de Larrard *et al*. 1996a]. Il existe essentiellement deux techniques pour formuler un BAP : dans la première, un superplastifiant est utilisé en combinaison avec une *grande quantité de matériaux fins* (de l'ordre de 500-600 kg/m$^3$), de sorte que la pâte soit assez visqueuse pour empêcher la tendance naturelle des plus gros grains à sombrer dans le mélange très fluide. Dans la seconde technologie, des *agents de viscosité* sont ajoutés, jouant le même rôle que les particules fines précédentes. Les deux technologies sont parfois combinées. On peut même trouver des BAP contenant jusqu'à 10 ingrédients : trois granulats, du ciment Portland, des cendres volantes, du laitier, du superplastifiant, un agent entraîneur d'air, un agent de viscosité et de l'eau. On peut heureusement concevoir des mélanges plus simples qui ont un comportement satisfaisant. Dans ce paragraphe, nous ne traiterons que des BAP *sans* agent de viscosité.

#### Cahier des charges

A l'état frais, les BAP sont probablement les mélanges qui sont les plus difficiles à concevoir, car il faut concilier un grand nombre critères.

— Premièrement, ces bétons doivent *se placer sous leur propre poids*. Il faut pour cela que l'indice K' soit inférieur à celui des mélanges courants. En se référant au vaste plan expérimental déjà largement utilisé au paragraphe 2.1 [Ferraris et de Larrard 1998], on peut retenir la valeur 7, caractéristique des mélanges superplastifiés ;

— deuxièmement, pour avoir un comportement satisfaisant au coulage, où le granulat est porté par la phase fine, il faut que les éléments fins soient suffisamment serrées dans les interstices du granulat. On retrouve par conséquent les mêmes spécifications que pour la limitation du ressuage (paragraphe 2.1.7). Si le critère expérimental "d'auto-compactabilité" est d'atteindre un étalement[108] supérieur à 600 mm, sans ségrégation visuelle, le coefficient $K'_c$ du mélange (contribution du ciment à l'indice de serrage du béton désaéré, paragraphe 2.1.7) doit dépasser 3,4 (figure 5.4.7), d'après les données de référence [Ferraris et de Larrard 1998] ;

— un autre écueil doit être évité dans les BAP : c'est le *blocage des gros grains* entre les barres ou dans l'espace entre le coffrage et les armatures. Ce problème amène le formulateur à réduire la quantité de gros grains, par rapport à la quantité maximale autorisée par la présence des grains plus fins. Mathématiquement, le

[108] diamètre moyen de la galette de béton après un essai conventionnel d'affaissement.

rapport entre ces deux quantités est exprimé par le coefficient $K'_g$, défini au paragraphe 2.1.7. On a vu que si $K'_g$ est inférieur à 2, le gravillon n'est pas expulsé du béton frais durant le cisaillement (limitation de la dilatance). On prendra alors, à titre conservatoire, la valeur 1 pour $K'_g$ (cette condition étant généralement satisfaite dans les BAP dont la formule a été publiée). Notons que cette dernière condition ne s'applique que si le mélange est placé dans une structure fortement armée ;

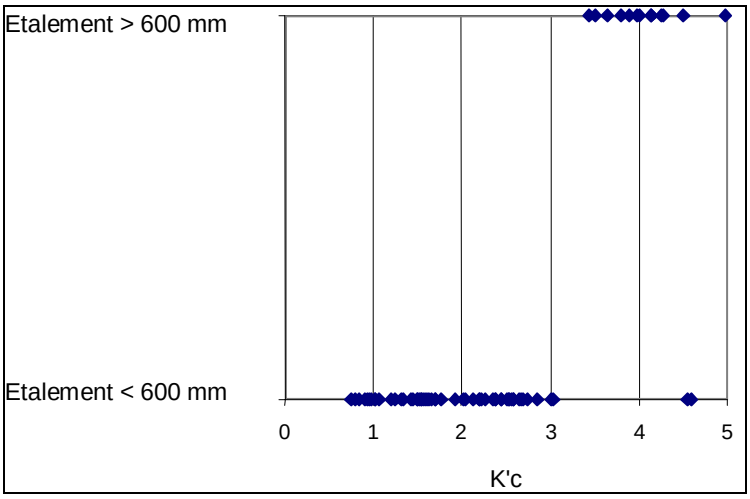



*Fig. 5.4.7. Corrélation entre "l'auto-compactabilité" et la valeur de $K'_c$, pour les mélanges superplastifiés issus de [Ferraris et de Larrard 1998].*

— une dernière condition relative à la prévention de la ségrégation est l'exigence d'une granularité continue, avec une distribution granulaire bien équilibrée. Ce concept est décrit par le *potentiel de ségrégation* (paragraphes 1.5.2 et 2.1.7). En l'absence de données suffisantes, il n'est pas facile de fixer une limite précise pour S. Après examen de plusieurs mélanges publiés, il apparaît qu'une valeur maximale de 0,8 pour S conduit à des mélanges acceptables ;

— en plus des problèmes de stabilité, un BAP doit être *auto-nivelant.* Sa surface libre doit tendre spontanément vers l'horizontale. Pour satisfaire cette condition, il faut limiter le seuil de cisaillement (paragraphe 4.1). Une fois encore, la valeur maximale de 500 Pa paraît être une bonne règle pratique.

Toutes les spécifications précédentes, relatives aux propriétés du béton frais, sont résumées dans le tableau 5.4.8. Notons que ces valeurs doivent être évaluées en milieu confiné, excepté pour le seuil de cisaillement ; il faut donc prendre en compte la géométrie du coffrage et des armatures. Si le béton doit être pompé, la viscosité plastique devra aussi être limitée (paragraphe 4.1.1). Ces exigences peuvent être complétées par celles relatives au béton durcissant/durci. Il faut savoir encore qu'en raison de la grande quantité de particules fines, qui donne un volume de pâte élevé, les BAP sont plus sensibles au retrait et au fluage. Enfin, l'élévation de la température en conditions adiabatiques peut être limitée par l'utilisation judicieuse d'additions minérales.

### Simulations et comparaison avec un mélange réel

En gardant toujours les mêmes matériaux, un BAP B40 a été conçu en respectant les spécifications précédentes, avec une résistance visée à la compression de 48 MPa à 28 jours. Le dosage de saturation du superplastifiant a été retenu (paragraphe 3.4.2). Ce choix n'est certes pas le plus économique, mais il permet de réduire la probabilité d'une perte rapide de la maniabilité initiale. C'est aussi une garantie pour des déformations différées plus faibles (qui peuvent être importantes avec les BAP, comme déjà mentionné). La formule est donnée dans le tableau 5.4.9, et le diagramme de remplissage apparaît sur la figure 5.4.8.
En examinant les différentes propriétés spécifiées, on observe que la plupart des contraintes sont actives, excepté celles relatives aux propriétés d'écoulement (seuil de cisaillement et viscosité plastique). En comparant les propriétés du béton durci à celles de mélanges de résistances à la compression similaires, étudiés au paragraphe 5.1, on découvre que ce mélange de type BAP garde des propriétés de déformabilité relativement inchangées. Ce ne serait pas le cas si un dosage plus faible en superplastifiant avait été adopté.

Comparons maintenant ces simulations avec un mélange réel. Un BAP a été formulé pour la construction d'acropodes préfabriquées, à partir des matériaux du lieu [Sedran *et al*. 1996]. Ces grandes pièces (de 4 $m^3$ chacune) étaient coulées jusque là en béton ordinaire. Le but était d'accélérer la cadence de remplissage du moule, de façon à améliorer la productivité de l'usine. Le mélange a été conçu en utilisant une première version du modèle de compacité, en recourant parallèlement au rhéomètre BTRHEOM pour vérifier les propriétés rhéologiques. Les proportions du mélange apparaissent dans le tableau 5.4.9. Elles sont assez proches des résultats des simulations. Grâce à ce nouveau béton, le temps de remplissage est passé de 15 à 2 minutes, ce qui illustre l'importance économique potentielle des BAP.

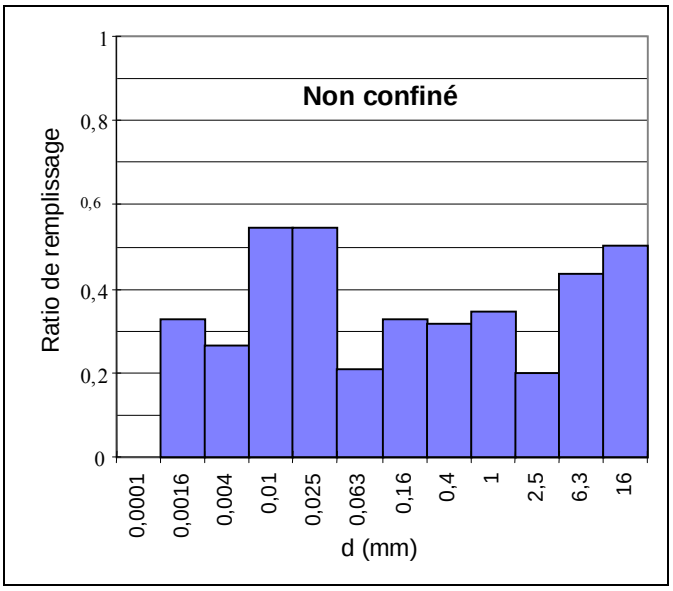



*Fig. 5.4.8. Diagramme de remplissage du BAP B40 simulé.*

*Tab. 5.4.8. Spécifications relatives aux propriétés d'un BAP à l'état frais.*

| **Critère** | **Valeur** |
|---|---|
| Auto-compactabilité | $K' \leq 7$ |
| Prévention de la ségrégation des gros grains | $K'_c \geq 3,4$ |
| Prévention du blocage des gros grains[109] | $K'_g \leq 1$ |
| Prévention de la ségrégation (stabilité générale) | $S \leq 0,8$ |
| Aptitude à l'auto-nivellement | $\tau_0 \leq 500$ Pa.s |
| Pompabilité (le cas échéant) | $\mu \leq 200/300$ Pa.s |
| Coût | Minimum |

*Tab. 5.4.9. Mélanges théoriques répondants aux spécifications et bétons expérimentaux.*

| **Constituants** | **BAP B40** | **BAP pour acropodes préfabriquées** [Sedran *et al*. 1996] |
|---|---|---|
| Gravillon 12,5/20 (kg/m$^3$) | 410 | 571 (10/20) |
| Gravillon 5/12,5 (kg/m$^3$) | 591 | 363 (4/10) |
| Sable de rivière 0/4 (kg/m$^3$) | 680 | 852 (0/4) |
| Sable correcteur 0/1 (kg/m$^3$) | 68 | |
| CEM I (kg/m$^3$) | 323 | 350 |
| Filler calcaire (kg/m$^3$) | 187 | 134 |
| Superplastifiant (kg/m$^3$) | 11,7 | 7,1 |
| Eau (l/m$^3$) | 157 | 168 |
| e/c | 0,50 | 0,47 |
| G/S | 1,34 | 1,10 |
| Air (%) | 1,1 | - |
| Densité | 2,421 | - |
| Seuil de cisaillement (Pa) | 328 | - |
| Viscosité après vibration (Pa.s) | 157 | ≤ 150 |
| Affaissement (mm) | 283 | - |
| Etalement (mm) | - | 600-700 |
| Compactabilité | 7 | - |
| $K'_c$ | 3,4 | - |
| $K'_g$ | 1 | - |
| S | 0,80 | - |
| Résistance à la compression à 28 j. (MPa) | 48 | 50 |
| Module d'élasticité (GPa) | 36,4 | - |
| Elévation de la température en conditions adiabatiques (°C) | 49 | - |
| Retrait endogène ($10^{-6}$) | 70 | - |
| Retrait total ($10^{-6}$) | 733 | - |
| Fluage spécifique propre ($10^{-6}$/MPa) | 40 | - |
| Fluage spécifique total ($10^{-6}$/MPa) | 78 | - |
| Coût (FF/m$^3$) | 561,67 | - |

[109] en cas de ferraillage dense

## 5.5 Bétons de composition spéciale

Cette dernière série de bétons est dédiée aux mélanges dont l'un des constituants au moins est singulier, en terme de nature ou de dosage. Dans les bétons de granulats légers, les gravillons sont remplacés par des grains légers fabriqués avec un matériau spécial. Les bétons à fort volume de cendres volantes ont la particularité d'incorporer une addition minérale liante (les cendres volantes) en quantité supérieure à celle du ciment Portland. Enfin, dans les bétons de sable, les gravillons sont simplement absents.

### 5.5.1 Béton de granulat léger

Les granulats légers (GL) sont utilisés depuis longtemps dans les bétons de structure. Grâce à ces matériaux, il est possible d'obtenir des bétons plus légers que les bétons courants, qui présentent de meilleures qualités d'isolation thermique. Au niveau des propriétés générales, les bétons de granulats légers (BGL) sont généralement moins rigides à résistance égale, mais leur durabilité est excellente, grâce à l'adhérence exceptionnelle développée entre les GL poreux et la pâte de ciment.

En partant d'un mélange ordinaire, la substitution du gravillon par des GL donne des bétons de densité comprise entre 1,5 et 2, et de résistance à la compression à 28 jours variant entre 20 à 80 MPa. La substitution supplémentaire du sable par des GL permet d'obtenir des matériaux encore plus légers, mais ne convenant plus pour les structures car leur résistance n'est que de quelques MPa. Ce dernier type de matériaux n'est pas traité dans ce paragraphe.

Après une courte présentation des GL disponibles, on examinera l'effet de leur incorporation dans les mélanges sur les propriétés mécaniques du béton. Une modification des modèles développés au chapitre 2 sera proposée, afin de pouvoir appliquer le protocole général à ces bétons particuliers. Les spécifications propres aux BGL seront alors présentées, et le cas d'un BGL pour ouvrage d'art sera simulé puis comparé au mélange utilisé pour une construction réelle. Enfin, des corrélations entre les propriétés des bétons durcis seront discutées grâce à une série de simulations supplémentaires. La plupart des développements présentés ci-après sont extraits de [de Larrard 1996].

#### Granulats légers

Certaines roches, comme les ponces, ont, par nature, des densités faibles (inférieure à 2). En les concassant, on obtient des granulats légers. On utilise aussi des sous-produits industriels. L'un d'entre eux, le laitier expansé (mousse de laitier), est obtenu en mettant du laitier de haut fourneau liquéfié en contact avec de l'eau. La phase minérale se rigidifie durant le dégagement de la vapeur d'eau. On obtient ainsi un matériau cellulaire dont la granularité est généralement contrôlée par concassage. Enfin, on fabrique spécialement des GL artificiels (des argiles et des schistes expansés notamment), en formant tout d'abord une pâte dense par mélange d'une poudre d'argile avec de l'eau. Cette pâte, découpée en petites pralines de quelques millimètres seulement, est ensuite envoyée dans un four à très haute température. L'expansion de l'eau et la vitrification du minéral conduit à la formation de granulés plus ou moins sphériques, constitués d'une enveloppe enfermant des

bulles de gaz disséminées dans la matrice. La cuisson dans le four peut être ajustée pour favoriser plus ou moins l'expansion ; il existe alors une relation entre la taille moyenne des grains et leur densité (les plus gros étant les moins denses). Les principales propriétés des GL sont rappelées ci-après.

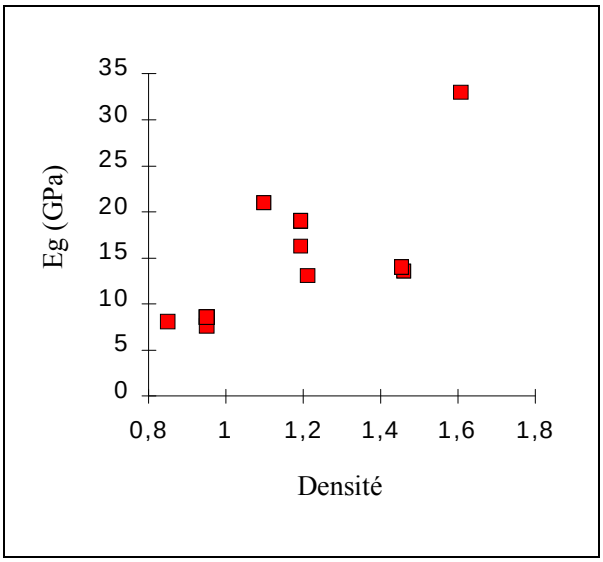



*Fig. 5.5.1. Relation entre le module équivalent et la densité [de Larrard 1996].*

— Forme : comme indiqué précédemment, les GL artificiels sont généralement assez ronds ; l'argile expansée a des surfaces lisses, favorisant ainsi l'obtention de compacités plutôt élevées, tandis que les schistes sont souvent rugueux ;

— absorption d'eau : les GL ont des porosités totales très élevées (jusqu'à 50%, voire plus) ; heureusement, tous les vides ne sont pas accessibles à l'eau dans les conditions normales, mais l'absorption est plus élevée qu'avec les granulats de densité courante. La cinétique d'absorption est relativement rapide dans les premières heures ; il est par conséquent essentiel d'humidifier préalablement les GL, si l'on souhaite garder une consistance stable durant la mis en place du béton. Il faut aussi, lors des calculs de dosage, tenir compte de la quantité d'eau présente dans les granulats (il faut connaître notamment la densité humide) ;

— densité sèche : c'est l'une des caractéristiques fondamentales. Elle varie entre 0,8 pour les argiles expansées et 1,5-1,6 pour les sous-produits industriels (laitiers expansés). Il existe aussi d'autres granulats plus légers, comme la vermiculite ou le polystyrène, qui ne sont pas utilisés dans les bétons de structure. Rappelons par ailleurs que plus un granulat expansé est gros, plus sa densité est faible.

— caractéristiques mécaniques : jadis, plusieurs tests ont été proposés pour caractériser la contribution des granulats légers aux propriétés mécaniques du béton. Cependant, dans l'approche théorique détaillée plus loin, c'est le *module élastique équivalent* du granulat qui constitue le paramètre mécanique fondamental. Cette grandeur est difficilement mesurable directement. Elle est en revanche assez bien corrélée à la densité (figure 5.5.1). Le tableau 5.5.1 présente certaines caractéristiques (publiées) de granulats légers qui ont servi à fabriquer des BGL.

*Tab. 5.5.1. Caractéristiques de quelques GL. Les modules élastiques équivalents Eg ont été calculés en ajustant un modèle, décrit plus loin, aux module mesurés sur béton [de Larrard 1996].*

| Nom | Classe granulaire | Absorption d'eau (% massique à 2 heures) | Densité | Eg (GPa) |
|---|---|---|---|---|
| Argi 16 | 4/12 | 6,5 | 0,85 | 8 |
| Isol S | 3,15/8 | 5,2 | 1,21 | 13,1 |
| Leca | 4/10 | 14,6 | 0,95 | 7,6 |
| Surex | 6,3/10 | 3,7 | 1,19 | 16,2 |
| Galex | 3/8 | 2,4 | 1,61 | 33 |
| GL1 concassé | 10/20 | - | 1,46 | 13,6 |
| GL2 "pellets" | 5/20 | - | 1,45 | 14 |

### Influence des GL sur les propriétés du béton

Les principales influences des GL sur l'état frais du béton sont les suivantes :

— en raison de leur forte absorption d'eau, les GL sont généralement humidifiés avant emploi, pour éviter une perte rapide d'affaissement. On peut toutefois être tenté d'utiliser les GL secs, du moins si l'on peut couler le béton dès la fin du malaxage. Toute l'eau absorbée par les GL après mise en place conduit alors à l'abaissement du rapport eau efficace/ciment et, donc, à une amélioration générale des propriétés du béton. En fait, c'est la situation intermédiaire qui prévaut le plus souvent. La conséquence est que les BGL sont plus sujets à des pertes d'affaissement que les bétons de granulats courants (BGC).

— pour un seuil de cisaillement donné, les BGL ont un affaissement plus faible que les BGC, car l'affaissement est une fonction croissante de la densité (équation 2.1.19, paragraphe 2.1.4). Par conséquent, les BGL sont souvent livrés avec des affaissements inférieurs à ceux des autres bétons courants de structure ;

— enfin, le contraste de densité entre GL et mortier tend à favoriser la ségrégation. Il est alors préférable de fabriquer des bétons de consistance plus raide.

En raison de leur moindre rigidité, les GL ont un comportement particulier dans le béton durci, et ils méritent une modélisation spéciale. Concernant les propriétés de déformation, le BGL peut être représenté par une trisphère (paragraphe 2.1.5) où le GL et le mortier tiennent lieu respectivement de granulat et de matrice. Les caractéristiques du mortier sont décrites par les modèles donnés au chapitre 2.

Par contre, il faut un modèle spécifique pour caractériser l'effet des GL sur la résistance à la compression du béton. Les hypothèses physiques sur lesquelles ce modèle est basé sont les suivantes :

— les GL développent une adhérence "parfaite" avec le mortier, grâce à leur porosité et à leur rugosité,

— puisque la rigidité du mortier est généralement supérieure à celle des GL, le transfert des contraintes est assuré entre les deux phases. Alors, pour un chargement externe donné, le mortier "travaille" plus dans un BGL que dans un béton traditionnel. C'est alors *la faiblesse du mortier, et non celle des GL, qui contrôle la rupture du béton*.

Le transfert des contraintes est donc assuré par le biais des propriétés mécaniques du mortier (résistance à la compression, module élastique) et par le module élastique équivalent du GL[110]. Ce dernier est déterminé est utilisant, "à l'envers", le modèle trisphère. Rappelons que ce modèle repose sur des calculs établis pour une cellule élémentaire de matériau lorsqu'elle est soumise à une pression *hydrostatique*. Il est bien adapté pour estimer les propriétés de déformation du composite, mais pas pour décrire sa ruine en compression *uniaxiale*.

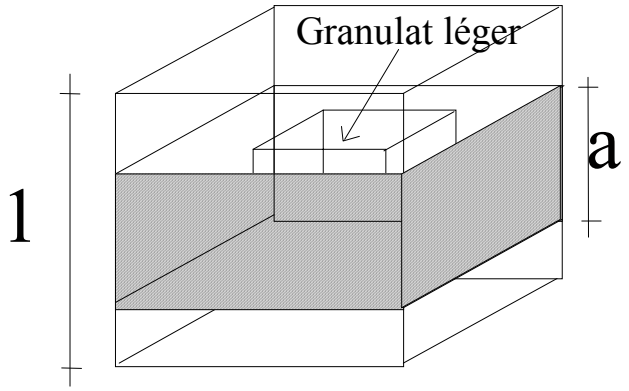



*Fig. 5.5.2. GL cubique de volume a3 = g (proportion volumique du granulat léger dans le béton) inclus dans une maille de volume unité.*

Le modèle rhéologique le plus simple illustrant la dispersion des GL dans la matrice de mortier est sans nul doute celui de la figure 5.5.2, dans lequel les grains sont cubiques (modèle utilisé par Virlogeux pour estimer le module d'élasticité des bétons légers [Virlogeux 1986]). En exprimant les volumes respectifs en fonction de la proportion volumique g de GL, on arrive naturellement au modèle uniaxial parallèle/série de la figure 5.5.3.

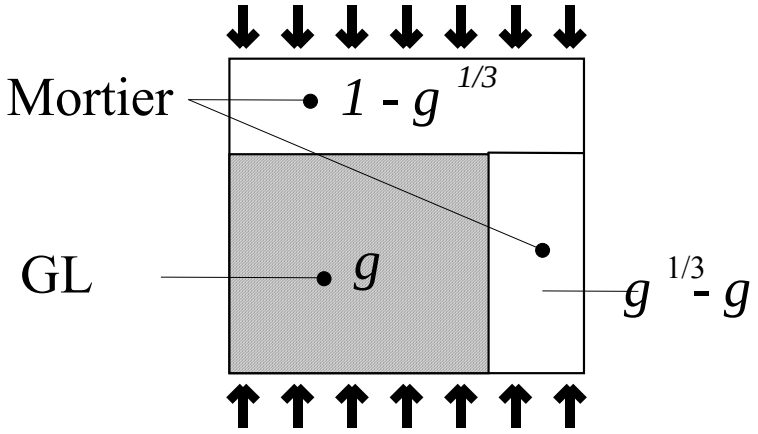



*Fig. 5.5.3. Modèle rhéologique pour prévoir la résistance à la compression d'un BGL.*

[110] il serait erroné de parler d'un module d'élasticité vrai, à cause de l'impossibilité de mesurer cette grandeur sur un granulat de forme quelconque, en plus de la grande hétérogénéité des grains.

$E_g$ et $E_m$ représentent respectivement les modules des phases GL et mortier ; si une contrainte de compression $\sigma$ est appliquée sur une cellule élémentaire de béton, la contrainte dans le mortier placé en parallèle est alors :

$$\sigma_m = \sigma \frac{Em}{\left(1 - g^{2/3}\right)Em + g^{2/3}Eg} \tag{5.5.1}$$

La résistance à la compression du béton est simplement déduite de celle du mortier selon la relation :

$$fc_{béton} = \left[1 - \left(1 - Eg/Em\right) g^{2/3}\right] fc_{mortier} \quad \text{si } Eg < Em \tag{5.5.2}$$

On remarquera cependant que ces deux quantités ne sont pas strictement proportionnelles. En effet, si la résistance du mortier augmente, son module augmente aussi, et le granulat participe moins à la reprise de la charge. La résistance du BGL augmente alors moins vite que celle de son mortier, ce qui a d'ailleurs égaré certains auteurs qui ont annoncés que la limitation de la résistance avait pour cause la rupture du granulat léger. En fait, un empilement sec de GL admet en compression uniaxiale une déformation bien supérieure à celle du BGL, prouvant ainsi qu'aucune rupture significative ne peut survenir dans ce granulat lorsqu'il est incorporé au béton, avant que le mortier ne périsse.

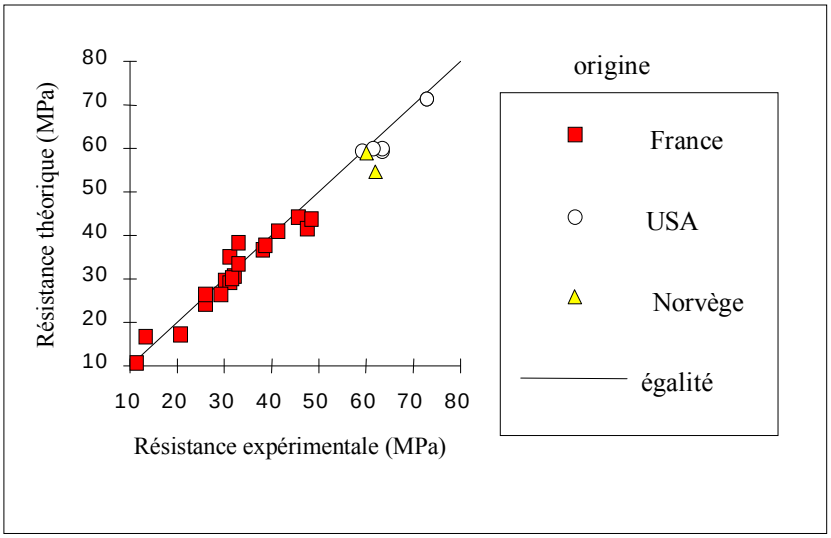



*Fig. 5.5.4. Comparaison entre la résistance théorique et la résistance expérimentale de BGL [de Larrard 1996].*

Ce modèle a été validé sur des données tirées de la littérature. Les caractéristiques mécaniques des mortiers ont été estimées en utilisant le logiciel BETONLAB [de Larrard et Sedran 1996][111]. Comme indiqué précédemment, les modules équivalents des GL ont été ajustés jusqu'à ce que le modèle trisphère restitue les modules expérimentaux des bétons. Une résistance théorique à la compression a alors était calculée. Elle est comparée, sur la figure 5.5.4, à la valeur expérimentale. Dans un seul cas (GL de laitier expansé), le module équivalent est supérieur à celui du mortier. D'après notre modèle (Fig. 5.5.3), c'est alors la part en série du mortier qui

[111] les modèles de prévision des propriétés du béton durci implantés dans ce logiciel sont proches de ceux présentés au chapitre 2.

rompt la première, la résistance du béton étant simplement égale à celle du mortier. La précision du modèle est satisfaisante, pour toute la gamme des BGL (erreur moyenne égale à 2,2 MPa ou 6,5% en valeur relative).

### Cahier des charges, simulation et comparaison avec un exemple réel

Etablir le chier des charges pour un BGL est un exercice assez délicat puisque, par comparaison avec un BGC, une propriété au moins doit être ajoutée, celle de la densité. Il existe en outre une importante interaction entre la densité et la résistance à la compression. Mais la relation entre ces deux propriétés dépend de la nature particulière du GL (dernière partie de ce paragraphe). Pour apprécier la capacité du système à maîtriser la technologie du BGL, étudions le cas d'un BGL B32 destiné à un pont, dont les spécifications sont données dans le tableau 5.5.2.

*Tab. 5.5.2. Spécifications d'un BGL pour ouvrage d'art (mélange contenant un superplastifiant).*

| Propriétés spécifiées | Valeur |
|---|---|
| Compactabilité | K' ≤ 8 |
| Affaissement | ≥ 80 mm |
| Densité | ≤ 1,78 |
| Résistance à la compression à 28 jours | ≥ 38 MPa |
| Dosage en ciment | ≥ 400 kg/m$^3$ |

Les simulations ont été réalisées en prenant comme GL un schiste expansé de 4/10 mm. Ce constituant a une absorption d'eau de 6% en masse et une densité sèche de 1,1. D'après la figure 5.5.1, son module élastique équivalent serait proche de 16 GPa. Les autres matériaux, incluant le superplastifiant, sont les mêmes que ceux utilisés dans les simulations précédentes. Les modèles utilisés pour les propriétés du béton frais sont ceux utilisés précédemment, excepté celui de l'air occlus. En effet, le modèle donné par l'équation 2.1.23 est basé sur l'affaissement, alors qu'en réalité c'est le seuil de cisaillement qui influe sur les propriétés physiques. Ce modèle surestime donc probablement la teneur en air piégé des BGL. Dans les présentes simulations, une valeur arbitraire de 1,5 % a été prise pour l'air occlus. Les proportions obtenues pour la formule apparaissent dans le tableau 5.5.3.

Quand on examine les propriétés du béton simulé, on constate que les contraintes actives sont l'affaissement, la densité et la résistance à la compression. Le seuil de cisaillement équivalent à un affaissement de 80 mm conduirait à un affaissement de 110/160 mm dans le cas d'un BGC.

Le diagramme de remplissage du BGL simulé est donné sur la figure 5.5.5. Le pic très élevé du gravillon indique que le mélange n'est probablement pas pompable. Par contre, le fait que cette tranche soit proche de son empilement maximal tend à réduire le risque d'une remontée des gros gravillons dans le volume de béton frais (figure 5.5.6). De plus, pomper un BGL est souvent dommageable pour les propriétés du béton durci. En effet, l'eau pénètre à l'intérieur des GL quand le mélange est soumis à la pression de pompage. Par la suite, lorsque la pression normale est rétablie, cette eau ressort du granulat et conduit à une zone de transition très poreuse et affaiblie.

*Tab. 5.5.3. Proportions du mélange et propriétés d'un BGL B 32.*

| Constituants | Simulations | Pont de l'Iroize |
|---|---|---|
| Gravillon 5/12,5 (kg/m$^3$) | 424 | 507 |
| Sable de rivière (kg/m$^3$) | 689 | 857 |
| Sable correcteur 0/1 (kg/m$^3$) | 728 | (0/3) |
| CEM I (kg/m$^3$) | 409 | 400 |
| Superplastifiant (kg/m$^3$) | 5,0 | 2 |
| Retardateur (kg/m$^3$) | - | ≤ 1 |
| Eau (l/m$^3$) | 203 | 212 |
| e/c[112] | 0,44 | 0,45 |
| G/S[113] | 1,34 | 1,85 |
| Air (%) | **1,5** | - |
| Densité | 1,80 | 1,78 |
| Seuil de cisaillement (Pa) | 1347 | - |
| Viscosité après vibration (Pa.s) | 186 | - |
| Affaissement (mm) | 80 | - |
| Compactabilité | 7,65 | Satisfaisante |
| Résistance à la compression (MPa) | 38 | 44 |
| Module d'élasticité (GPa) | 20,9 | 19,7 |
| Elévation de la température en conditions adiabatiques (°C) | 71 | - |

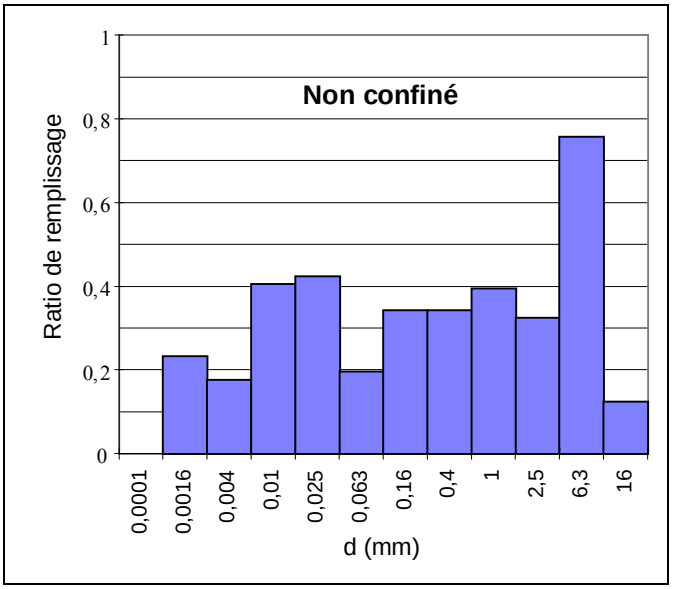
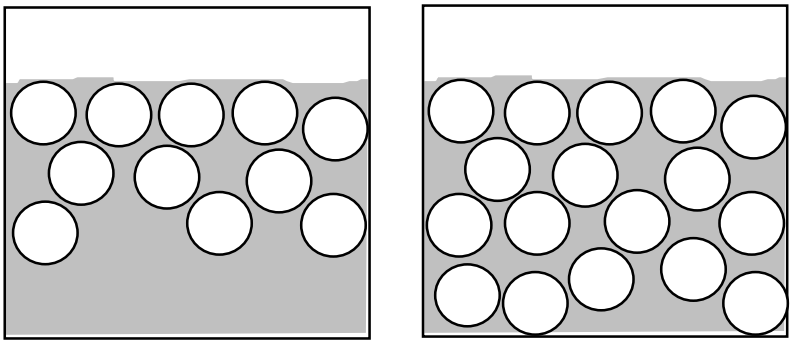



*Fig. 5.5.5. Diagramme de remplissage du BGL B32 simulé.*

[112] rapport eau efficace/ciment
[113] en volume



(a) (b)

*Fig. 5.5.6. Ségrégation des GL dans un BGL avec différentes quantités de GL. En (b), le risque d'une structure hétérogène est faible, puisque le gros granulat est plus serré.*

Une autre caractéristique est la forte élévation de la température en condition adiabatique. Son origine provient de la plus faible capacité thermique du béton, par comparaison aux BGC. En pratique, la situation peut être pire encore, pour deux raisons :

— l'eau stockée dans les GL peut migrer dans la matrice, accroître le niveau d'hydratation du ciment et conduire à une chaleur d'hydratation supérieure à celle de la simulation ;

— l'isolation thermique apportée par les GL fait que l'élévation réelle de la température s'approche davantage de la température adiabatique, pour une structure géométrique donnée.

Une plus grande attention doit donc être accordée pour prévenir les fissures thermiques dans les structures réalisées en BGL.

Les dosages du BGL réel ont été tirés d'une étude en laboratoire [Lange et Cochard 1991]. Cette formule (tableau 5.5.3) était destinée à la travée centrale du pont de l'Iroize, déjà présenté au paragraphe 5.3.1, et elle a été conçue selon les mêmes spécifications. Une fois de plus, alors que les matériaux sont différents de ceux utilisés dans les simulations (excepté le GL), les formules obtenues sont comparables.

### Corrélations entre propriétés des BGL

Avant d'aborder une autre variété de béton, on peut encore s'intéresser à des simulations additionnelles sur des données tirées de la littérature, de façon à établir des relations entre les différentes propriétés des BGL. Deux séries de bétons contenant chacune un type de GL et une quantité variable de mortier ont été simulées. De l'argile expansée (module élastique équivalent de 8 GPa, densité de 0,85) et un schiste expansé (Eg=19 GPA, $\rho_g$ = 1,20), ont été utilisés dans ces séries. Les figures 5.5.7 et 5.5.8 présentent l'évolution de la résistance à la compression en fonction soit de la résistance du mortier, soit de la densité du béton. Pour cette dernière, des points expérimentaux publiés ont été reportés, en complément des résultats de simulation.

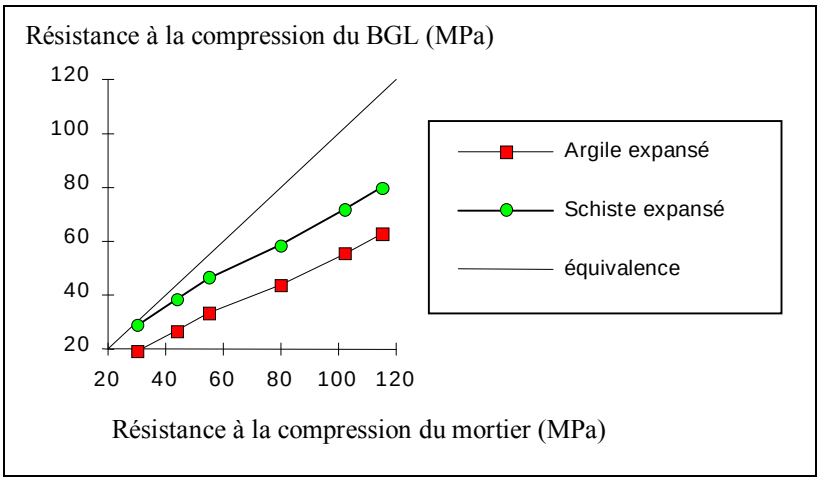



*Fig. 5.5.7. Relation entre la résistance des GL et la résistance du mortier [de Larrard 1996].*

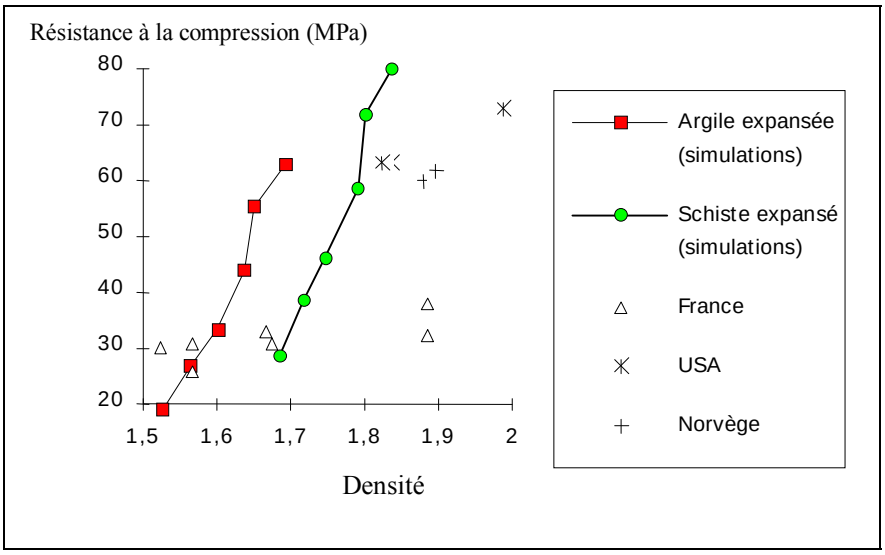



*Fig. 5.5.8. Relation entre la résistance et la densité [de Larrard 1996].*

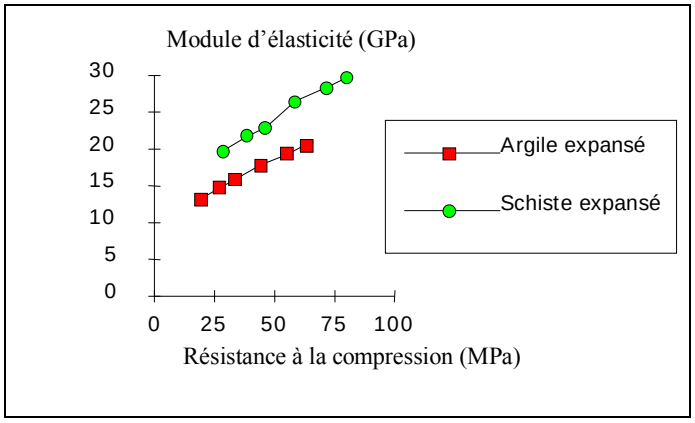



*Fig. 5.5.9. Relation entre le module d'élasticité et la résistance à la compression [de Larrard 1996].*

Comme prévu, on trouve, pour chaque série, que plus le mortier est résistant, plus la perte de résistance est importante, comparée à celle du mortier, à cause de la présence des GL. Plus le contraste des modules entre phases est grand, plus l'effet est important. On voit par contre, sur la figure 5.5.8, que le GL le moins dense permet d'obtenir des rapports résistance/densité plus intéressants, alors qu'il donne des bétons moins performants.

Le point faible éventuel réside alors dans le rapport module élastique/résistance, qui est moins élevé qu'avec le GL plus rigide (figure 5.5.9). Il est possible enfin, en utilisant toujours les mêmes simulations, d'examiner la relation entre la résistance à la compression du BGL et la résistance à la compression qui serait obtenue avec un béton traditionnel de même composition (en volume), fabriqué avec des gravillons roulés (BCGR). Dans le cas des schistes expansés utilisés dans ces simulations, c'est seulement au-delà d'une résistance de 40 MPa que l'emploi du GL diminue la résistance du béton. Dans le domaine [20, 45 MPa], l'effet de la déformabilité du GL est compensé par son excellente adhérence au mortier.

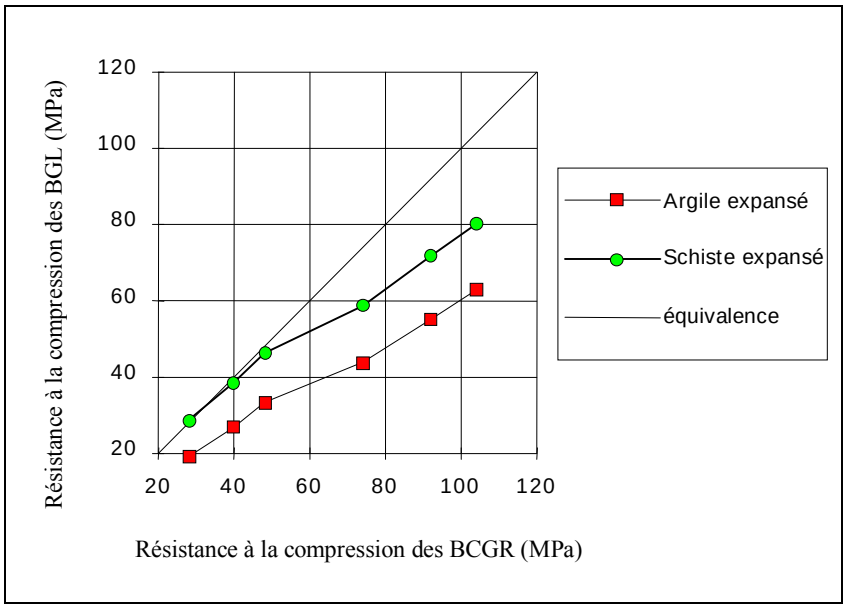



*Fig. 5.5.10. Relation entre la résistance à la compression des BGL et la résistance à la compression de bétons courants de granulats roulés BCGR [de Larrard 1996].*

### 5.5.2 Béton à fort volume de cendres volantes

Les bétons à fort volume de cendres volantes (BFVCV) ont été développés au Canada par le CANMET [Malhotra et Ramezanianpour 1994], pour des considérations environnementales essentiellement. L'Amérique du Nord produit en effet d'énormes quantités de cendres volantes que l'on préfère utiliser comme matériau de construction, plutôt que de les mettre en décharge. Ce type de mélange incorpore des cendres volantes en quantité supérieure à celle du ciment Portland. Ces bétons dérivent des BHP car on ne peut les réaliser sans superplastifiant. Fondamentalement, les BFVCV sont des BHP où une proportion maximale de ciment est substituée par des cendres volantes. A l'état frais, ils se comportent comme un BHP traditionnel (paragraphe 5.3.1), alors qu'à l'état durci leurs propriétés sont proches de celles d'un béton de structure de résistance normale (BRN).

De nombreuses études ont été réalisées sur les BFVCV. Elles montrent que ces mélanges conviennent pour beaucoup d'applications. Les seules réserves peuvent concerner leur lente montée en résistance (particulièrement par temps froid), leur couleur (qui est généralement plus sombre que celle des bétons traditionnels), et leur moindre résistance à l'écaillage en présence de sels de déverglaçage. Le choix des cendres volantes doit aussi être considéré au regard de leur régularité, si des propriétés constantes sont désirées pour le béton à produire. Par contre, les BFVCV offrent les avantages habituels des bétons contenant des pouzzolanes : réduction de la perméabilité, meilleure résistance aux attaques sulfatiques, plus faible susceptibilité à la réaction alcali-silice (RAS).

### Cahier des charges

Les propriétés du béton frais sont celles des BHP de base. Pour la résistance à la compression, il peut être intéressant de considérer la résistance à un âge plus grand que pour les bétons classiques, à cause du lent développement de la résistance. Il faut aussi se rappeler que les mélanges contenant des cendres volantes demandent souvent une cure plus rigoureuse que les mélanges classiques. Les différences de qualité entre bétons réalisés en laboratoire, conservés dans l'eau ou coulés en place seront donc d'autant plus importantes que l'élément de structure sera fin, le climat sec ou le béton âgé. Un exemple de spécifications pour un BFVCV B50 est donné dans le tableau 5.5.4.

*Tab. 5.5.4. Spécifications d'un BFVCV B 50.*

| Critères | Valeur |
|---|---|
| Compactabilité | K' ≤ 8 |
| Affaissement | ≥ 200 mm |
| Résistance à la compression à 120 jours | ≥ 60 MPa |
| Coût | Minimum |

### Simulation et comparaison avec BFVCV utilisé dans un ouvrage réel

La simulation a été faite avec les matériaux standards utilisés dans ce chapitre, en suivant le même procédé que celui déjà utilisé (optimisation des différents granulats pour maximiser la compactabilité, puis optimisation de la pâte pour répondre aux spécifications). La dose de saturation du superplastifiant a été adoptée, pour les mêmes raisons que celles énoncées en 5.3.1. Les résultats sont donnés dans le tableau 5.5.5, avec une formule réelle utilisée dans la construction du complexe "Park Lane", Halifax, Canada [Malhotra et Ramezanianpour 1994].

La similitude entre les deux formules est remarquable, notamment au niveau de la quantité de ciment et de cendres volantes. C'est une preuve de plus qu'une approche scientifiquement fondée conduit directement aux mêmes résultats que ceux obtenus après une succession d'essais empiriques et longs ! En examinant les propriétés prévisionnelles du mélange simulé, les remarques suivantes peuvent être faites :

— l'élévation de la température en conditions adiabatiques est très faible (par rapport à celle d'un béton de ciment Portland), notamment si une résistance finale élevée est

visée (paragraphe 5.1). Il s'agit là d'une qualité générale des BFVCV [Malhotra & Ramezanianpour 1994] ;

— le retrait endogène est à peu près inexistant, à cause du rapport eau/ciment élevé. C'est un autre avantage pour la prévention de la fissuration au jeune âge ;

— le retrait total et les déformations de fluage sont plutôt faibles, grâce à la dose optimale de superplastifiant.

Les BFVCV peuvent convenir pour divers bétons précontraints de structures, comme le montrent les simulations. Toutefois, la dispersion des résistances à la compression, observée sur le chantier réel, peut constituer une barrière à l'emploi de ce type de mélange. La solution dépend étroitement du plan d'assurance qualité des usines qui fournissent les cendres volantes.

*Tab. 5.5.5. Mélanges théoriques répondant aux spécifications et béton réel du projet.*

| **Constituants** | **Simulations** | **Projet du complexe "Park Lane"** |
|---|---|---|
| Gravillon 12,5/20 (kg/m$^3$) | 750 | 1100 ($D_{max}$ 19 mm) |
| Gravillon 5/12,5 (kg/m$^3$) | 334 | |
| Sable de rivière 0/4 (kg/m$^3$) | 676 | 800 (présumé bien gradué) |
| Sable correcteur 0/1 (kg/m$^3$) | 82 | |
| CEM I (kg/m$^3$) | 186 | 180 |
| Cendres volantes silico-alumineuses (kg/m$^3$) | 221 | 220 |
| Superplastifiant (kg/m$^3$) | 6,94 | 6 |
| Eau (l/m$^3$) | 138 | 110 |
| e/c | 0,75 | 0,618 |
| G/S | 1,43 | 1,38 |
| Air (%) | 1,0 | - |
| Densité | 2,39 | - |
| Seuil de cisaillement (Pa) | 539 | - |
| Viscosité après vibration (Pa.s) | 297 | - |
| Affaissement (mm) | 250 | - |
| Compactabilité | 8 | - |
| Résistance à la compression à 28 j. (MPa) | 43 | 32 - 55* |
| Résistance à la compression à 120 j. (MPa) | 60 | 52 - 74* |
| Module d'élasticité (GPa) | 37,8 | - |
| Elévation de la température en conditions adiabatiques (°C) | 38 | - |
| Retrait endogène ($10^{-6}$) | 0 | - |
| Retrait total ($10^{-6}$) | 579 | - |
| Fluage spécifique propre ($10^{-6}$/MPa) | 22 | - |
| Fluage spécifique total ($10^{-6}$/MPa) | 46 | - |
| Coût (FF/m$^3$) | 458,98 | - |

* données provenant du contrôle de qualité sur chantier, durant la construction.

### 5.5.3 Béton de sable

Le béton de sable est un béton formulé sans gravillon. On ne peut le confondre avec un mortier, à cause de la quantité limitée de ciment Portland qu'il contient (par comparaison à un mortier traditionnel). Il peut d'ailleurs être utilisé comme matériau de structure, alors que le mortier, appliqué en fines couches, ne sert généralement qu'à lier des briques/blocs ou pour les enduits sur mur. La technique du béton de sable a été développée tout d'abord dans les régions où les gravillons étaient rares ou inexistants. Toutefois, même lorsque les gravillons sont disponibles à un prix normal, le béton de sable peut être compétitif dans certains marchés spécifiques, comme les bétons architecturaux de texture très fine. Notons que des mélanges intermédiaires entre béton conventionnel et béton de sable sont techniquement faisables, et même rentables si les gravillons, disponibles, sont chers. Comme les bétons à fort volume de cendres volantes, les bétons de sables sont aussi des "cousins" des BHP, car ils nécessitent l'usage d'un superplastifiant. Un béton de sable est fondamentalement un mortier superplastifié où une partie du ciment est remplacée par une addition minérale liante qui peut être soit des cendres volantes, du laitier, des fillers calcaires [Chanvillard et Basuyaux 1996] et/ou des fumées de silice.

L'une des premières utilisations en France des bétons de sable remonte à 1863, pour la construction dans la banlieue Nord de Paris d'un immeuble, toujours visible. Cette technique s'est ensuite répandue dans l'ancienne URSS où les gravillons sont rares dans de nombreuses régions. Plus récemment, un projet national s'est déroulé en France dans le but de promouvoir l'usage des bétons de sable vers divers champs d'utilisation du béton. Les principaux résultats de ce projet sont résumés dans un ouvrage [Sablocrete 1994]. En bref, les bétons de sable peuvent remplacer les bétons traditionnels dans beaucoup d'applications, mais pour un coût[114] plus élevé et avec des propriétés secondaires différentes.

Au niveau des spécifications, il n'y a pas de réelles différences entre les bétons traditionnels et les bétons de sable. En raison de la petite taille des granulats, les bétons de sables sont peu disposés à la ségrégation. Le critère de stabilité du béton frais n'est donc pas prépondérant. Par contre, les dosages en eau et en fines seront systématiquement plus forts pour les bétons de sable, à cause de leur étendue granulaire réduite, par comparaison aux mélanges ordinaires contenant des gravillons. La déformabilité du matériau sera donc plus critique, en terme de module d'élasticité, de retrait, de fluage et de déformations et thermiques.

#### Simulation et comparaison avec un mélange utilisé dans un ouvrage réel

Le cas d'un béton de sable de type B 40 destiné à une poutre précontrainte est pris en exemple. Les spécifications retenues apparaissent dans le tableau 5.5.6. Notons qu'un affaissement plus faible que celui des BHP usuels est demandé, en raison du contexte industriel (préfabrication). De même, aucune résistance précoce n'est requise, car un traitement thermique optimisé est prévu pour atteindre la résistance en place désirée.

[114] du moins si le coût des liants et des adjuvants est pris en compte.

*Tab. 5.5.6. Spécifications d'un béton de sable de type B40.*

| Critères | Valeur |
|---|---|
| Compactabilité | K' ≤ 7 |
| Affaissement | ≥ 150 mm |
| Résistance à la compression à 28 jours | ≥ 50 MPa |
| Coût | Minimum |

Des simulations préliminaires ont montré que des fumées de silice étaient nécessaires pour atteindre une résistance suffisante, tout en gardant une stabilité dimensionnelle acceptable. Comme pour le BHP B80 (paragraphe 5.3.1), une proportion de 8% de la masse du ciment a été adoptée. Pour éviter un effet retardateur trop élevé, le superplastifiant *n'a pas été* dosé à saturation. Ce choix peut provoquer une perte rapide d'affaissement, mais ce problème est mieux contrôlé en usine que sur chantier. Le procédé d'optimisation numérique, basé sur les spécifications mentionnées ci-dessus, a conduit à la formule donnée dans le tableau 5.5.7.

On démontre une nouvelle fois que le système est capable de proposer automatiquement une formule très proche de celle obtenue avec une étude de formulation conventionnelle. L'examen du tableau 5.5.7 conduit aux remarques suivantes :

— par comparaison avec un béton superplastifié traditionnel, le béton de sable est caractérisé par une faible valeur de K', indiquant une excellente compactabilité. Cette qualité a toujours été mentionnée dans les applications en béton de sable [Sablocrete 1994]. En effet, si l'on se réfère au modèle du seuil de cisaillement (paragraphe 2.1.3), on sait que la contribution du sable à cette propriété est beaucoup plus grande que celle du gravillon. Le niveau de compaction est donc diminué par les frictions entre grains, lorsque tous les gros grains sont absents. Les spécifications concernant le comportement à l'écoulement deviennent alors critiques dans les bétons de sable, comparées à celles relatives au serrage ;

— de même, la viscosité plastique est peu importante. En plus d'une bonne prédisposition à la non-ségrégation, les bétons de sable présentent une excellente pompabilité ;

— en revanche, les bétons durcis ont des propriétés mécaniques moins attractives : le module d'élasticité est faible, l'élévation de la température en conditions adiabatiques est très élevée et le retrait total est double de celui d'un béton traditionnel de même résistance à la compression (paragraphe 5.1). Une fois encore, ces prévisions sont validées par l'expérience pratique acquise au travers du projet Sablocrete.

Les déformations de fluage significatives écartent les bétons de sable des usages en structure où le matériau est lourdement chargé. Par contre, ils conviennent particulièrement bien pour les applications en bétons projetés : leur excellente aptitude au pompage, leur compactabilité et leur forte cohésion permettent de les projeter en couches épaisses, avec un faible rebond.

*Tab. 5.5.7. Mélanges théoriques répondant aux spécifications et bétons de sable réels.*

| **Constituants** | **Simulations** | **Mélange "Sablocrete"** (p. 127 dans [Sablocrete 1994]) |
|---|---|---|
| Sable de rivière 0/4 (kg/m$^3$) | 1462 | 1600 (module de finesse de 2,49) |
| Sable correcteur 0/1 (kg/m$^3$) | 30 | |
| CEM I (kg/m$^3$) | 390 | 380 |
| Filler calcaire (kg/m$^3$) | 81 | 70 |
| Fumées de silice (kg/m$^3$) | 31 | 35 |
| Superplastifiant (kg/m$^3$) | 4,0 | 11,4 (plastifiant) |
| Eau (l/m$^3$) | 217 | 219 |
| e/c | 0,56 | 0,60 |
| G/S | 0 | 0 |
| Air (%) | 4,3 | - |
| Densité | 2,22 | - |
| Seuil de cisaillement (Pa) | 1184 | - |
| Viscosité après vibration (Pa.s) | 32 | - |
| Affaissement (mm) | 150 | - |
| Compactabilité | 5,71 | |
| Résistance à la compression à 28 j. (MPa) | 50 | 44,5 |
| Module d'élasticité (GPa) | 31,1 | 23[115] |
| Elévation de la température en conditions adiabatiques (°C) | 69 | - |
| Retrait endogène ($10^{-6}$) | 78 | - |
| Retrait total ($10^{-6}$) | 958 | - |
| Fluage spécifique propre ($10^{-6}$/MPa) | 38 | - |
| Fluage spécifique total ($10^{-6}$/MPa) | 79 | - |
| Coût (FF/m$^3$) | 557,898 | - |

[115] cette valeur est probablement erronée. D'autres bétons de sable cités dans la même référence présentent en effet un module élastique proche de 30 GPa.

# *Conclusion*

### Le système béton

Au terme de ce livre, l'auteur espère que le lecteur aura découvert ou amélioré sa connaissance du béton, en tant que *système dynamique*. La grande faculté d'adaptation de ce matériau, liée à la multiplicité des constituants à disposition, est, dans une certaine mesure, l'une des avancées les plus récentes et les plus importantes qui touche tous les domaines du génie civil. Plutôt qu'un matériau "pétrifié", le béton est devenu un système capable de répondre à des besoins très différents, dans des contextes évolutifs variés. Face à cette réalité, une approche empirique est toujours possible. Si le béton est fabriqué pendant un temps suffisamment long, une formule acceptable sera généralement trouvée, quelle que soit la méthode. Mais les erreurs et les essais successifs avant stabilisation du procédé ont tous un coût que les partenaires doivent supporter (maître de l'ouvrage, producteur de béton, entrepreneur, etc.). L'apport d'une méthode scientifique est d'arriver beaucoup plus rapidement à une solution qui soit bonne tant du point de vue technique qu'économique. Grâce aux simulations, un plus grand nombre de variantes sont aussi envisageables. Les essais de convenance restent toujours nécessaires, mais ils peuvent être orientés et réalisés beaucoup plus rigoureusement. Enfin, l'optimisation scientifique peut mener quelquefois à des formules innovantes (paragraphe 5.3.2) que l'expérience passée ne peut suggérer.

La prochaine implication de la science des matériaux dans la technologie du béton serait de contrôler en temps réel la production, de façon à ajuster la formule pour garantir la constance des principales propriétés du béton. Ce suivi se baserait sur des optimisations numériques utilisant les changements de propriétés mesurés sur les constituants. Pour atteindre ce niveau technique, deux conditions sont encore à satisfaire :

i) les modèles mathématiques doivent être suffisamment précis ; en d'autres termes, leur erreur doit être inférieure aux fluctuations acceptées pour la propriété correspondante ;

ii) les paramètres des constituants, à l'origine des modifications de propriétés, doivent être mesurés en continu ou à intervalle régulier si l'on admet une variation monotone entre essais.

En ce qui concerne la résistance à la compression, nous avons vu que les modèles proposés peuvent prédire les résultats expérimentaux à 2 ou 3 MPa près, ce qui est satisfaisant, pour les fortes résistances surtout. Malheureusement, les deux principaux paramètres influants - la teneur en eau des granulats et la résistance du ciment - sont difficiles à mesurer en temps voulu. Ils peuvent être évalués *a posteriori*. Le premier peut être déduit de l'affaissement [Day 1995] ; mais d'autres facteurs peuvent aussi jouer sur cette mesure, en présence d'adjuvants notamment. Dans les mélanges contenant peu d'air occlus, comme les mélanges fluides, la densité du béton frais est alors un bon moyen pour estimer la quantité d'eau. Quant au ciment, la résistance d'une livraison est généralement mesurée lorsque le béton est déjà durci. Mais, avec la collaboration du cimentier, il est possible d'anticiper les variations et de prendre en compte les changements.

Concernant les propriétés du béton frais, la précision des modèles doit encore être améliorée. Cependant, pour des raisons plus ou moins élucidées, il n'est pas rare d'observer, pour un même ensemble de matériaux, une différence assez constante entre prévisions et mesures. On peut alors s'affranchir de cet écart par une simple correction empirique (voir les prévisions de l'affaissement pour des bétons non plastifiés, sur la figure 2.1.21). En production, les facteurs critiques qui influent sur la rhéologie sont les variations dans la teneur en eau des granulats, dans leur granularité (plus particulièrement les teneurs en fines) et dans la demande en eau du ciment, notamment en présence de superplastifiant. Ces facteurs peuvent être facilement suivis et contrôlés, sauf le premier.

Pour conclure, il n'est pas irréaliste d'imaginer un procédé où l'usine de béton serait reliée à un ordinateur chargé de suivre le dosage des mélanges à partir des paramètres périodiquement mesurés sur les matériaux. Cette organisation conduirait à un béton plus uniforme, en terme de propriétés, mais plus variable quant à sa composition. Dans ce contexte, les normes sur les prescriptions de base, devenues inadaptées, devraient être remplacées par des contrats sur les performances de base.

### Nécessité de poursuivre la recherche

Ce livre contient un certain nombre de modèles mathématiques. Bien que les développements actuels permettent déjà une utilisation pratique du système pour formuler une large variété de bétons (voir l'appendice), des progrès sont encore nécessaires pour améliorer ces modèles. La première question est de savoir si des modèles *analytiques*, comme ceux proposés dans ce livre, suffiront à l'avenir ou s'il faudra recourir à des modèles associant la formule à la structure géométrique tridimensionnelle de l'élément de béton, modélisée par l'ordinateur à des fins de calculs (aux éléments finis par exemple) [Garboczi et Bentz 1996-1997]. De l'avis de l'auteur, pour l'aspect mécanique incluant les paramètres rhéologiques du béton frais, les techniques analytiques sont généralement suffisantes. Par contre, pour la durabilité, où les hétérogénéités locales jouent un rôle majeur, il sera peut être nécessaire de recourir à des méthodes plus sophistiquées, qui demandent des outils de calcul puissants.

Examinons maintenant les différentes propriétés du béton qui, de notre point de vue, méritent des recherches supplémentaires :

— nous avons montré le rôle critique des adjuvants (superplastifiants) sur la *rhéologie du béton frais*. Des connaissances supplémentaires doivent être acquisent sur l'adsorption de ces produits en présence des additions minérales, pour une meilleure prévision du comportement des mélanges formulés avec un système binaire ou ternaire de liants. L'effet des dosages intermédiaires (c'est-à-dire inférieurs au dosage de saturation) doit aussi être mieux quantifié. De même, les rôles de l'air entraîné, des fibres et des agents de viscosité sur les propriétés fondamentales du béton frais ne sont pas assez étudiés, à la connaissance de l'auteur ;

— une question très importante concerne la *stabilité du béton frais*. Malgré la puissance du concept de diagramme de remplissage pour prévoir le ressuage et la ségrégation (paragraphes 1.5.2 et 2.1.7), ces phénomènes restent imparfaitement compris et ont fait l'objet de trop peu de travaux de recherche à travers le monde ;

— l'auteur et ses collègues, aux prix de nombreux efforts, ont essayé de construire un modèle complet pour la *résistance à la compression*. Mais ce modèle reste encore à améliorer en ce qui concerne, d'une part, la résistance au jeune âge – question importante dans beaucoup d'applications pratiques [Chanvillard et Laplante 1996] – et, d'autre part, la prise en compte des laitiers de haut fourneau ;

— les *propriétés de déformation*, le fluage et le retrait notamment, traitées par un ensemble de nouveaux modèles dont quelques-uns demandent une validation complémentaire, devront être complétées par la modélisation du fluage et de la relaxation au jeune âge. A cet égard, de récentes conclusions relatives aux mécanismes du fluage offrent de nouvelles perspectives [Guenot 1997, Ulm et Coussy 1997] ;

— en plus de leur contribution à la rhéologie du béton frais, le *rôle des fibres dans le comportement après fissuration du béton durci* doit être clarifié et quantifié, en fonction des propriétés du complexe matrice/fibre [Rossi 1998]. Quand cette étape sera franchie, une méthode scientifique de formulation des bétons incorporant des fibres en acier ou des fibres organiques deviendra possible ;

— lorsque les théories de la mécanique de la rupture, appliquées au calcul des structures en béton [Shah 1997], feront l'objet d'un consensus international, il faudra définir les propriétés réelles des matériaux[116] qui alimenteront les modèles (ténacité, énergie de rupture, "brittleness number", etc.). Se posera alors la question d'intégrer la mécanique de la rupture dans le système béton, ce qui demandera de modéliser les propriétés correspondantes en fonction des paramètres de la formule [Lange-Kornbak et Karihaloo 1996] ;

— il manque bien sûr dans le présent ensemble de modèles ceux relatifs à *durabilité*. Dans les années à venir, on peut s'attendre à voir émerger de solides outils, scientifiquement fondés et validés, pour prévoir des propriétés comme la perméabilité au gaz et la diffusivité des ions chlore, la profondeur de carbonatation dans le temps, le développement de la réaction alcali-silice (RAS), etc. Il sera finalement possible de prévoir la durée de protection des aciers en fonction de la formule, de l'épaisseur d'enrobage et de l'environnement. Ces modèles, couplés aux successeurs de ceux donnés dans ce livre, formeront alors un système global destiné à maîtriser la conception et la production du béton. L'approche scientifique, définie par René Descartes en 1637, aura alors fait progresser le problème de la formulation des bétons jusqu'à son stade le plus achevé.

* * *

[116] c'est-à-dire les propriétés qui ne sont pas trop affectées par les effets d'échelles.

# *Bibliographie*

(NOTA: des références d'articles en français, de contenu équivalent à celui de certaines publications de l'auteur en anglais, sont indiquées en bas de page)


ABRAMS D. (1919), Cité par Neville (1955).

ACI 211.1-91 (1994), Standard Practice for Selecting Proportions for Normal, Heavyweight and Mass Concrete, ACI, Manual of Concrete Practice, Part I: Materials and General Properties of Concrete, ACI, Detroit, Michigan, 38 p.

ACI 304 (1982), "Placing Concrete by Pumping Methods", ACI, Manual of Concrete Practice, Part 3.

ACKER P. (1982), "Drying of Concrete: Consequences for the Evaluation of Creep Tests", Fundamental Research on Creep and Shrinkage of Concrete, Martinus Nijhoff Publishers, pp. 149-169.

ADDIS B.J., ALEXANDER M.G. (1994), "Cement Saturation and Its Effects on the Compressive Strength and Stiffness of Concrete", Cement and Concrete Research, Vol. 24, N° 5, pp. 975-986.

AITCIN P.C., ALBINGER J.M. (1989), "Les BHP – Expérience nord-américaine et française", Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, N° 473, mars-avril.

AITCIN P.C., MEHTA P.K. (1990), "Effect of Coarse-Aggregate Characteristics on Mechanical Properties of High-Strength Concrete", ACI Materials, Vol. 82, N° 2, pp. 103-107, Mars-Avril.

AITCIN P.C., JOLICOEUR C., McGREGOR J.G. (1994), "Superplaticizer: How do they Work and Why they Sometimes don't", Concrete International, Vol. 6, N° 5, pp. 45-52, Mai.

AL-AMOUDI O.S., MASLEHUDDIN M., ASI I.-M. (1996), "Performance and Correlation of the Properties of Fly Ash Cement Concrete", Cement, Concrete et Aggregates, CCAGDP, Vol. 18, N° 2, pp. 71-77.

ALEXANDER K.M. *et al*. (1961), "Discussion of Walker S. and Bloem D.L. (1960)", "Effect of Aggregate Size on Properties of Concrete", ACI Journal, Vol. 32, N° 9, pp. 1201-1258.

ALOU F., FERRARIS C.-F., WITTMANN F.H. (1987), "Etude expérimentale du retrait du béton", Materials and Structures, Vol. 20, pp. 323-333.

AUPERIN M., DE LARRARD F., RICHARD P., ACKER P. (1989), "Retrait et fluage de bétons à hautes performances aux fumées de silice – Influence de l'âge du chargement", Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, N° 474, mai-juin.

BAALBAKI W. (1990), "Bétons à haute performance à matrice constante : influence de la nature des granulats sur le comportement mécanique", Mémoire de Maîtrise ès Sciences Appliquées, Université de Sherbrooke.

BaCaRa (1994), "Programme inter-laboratoire de fabrication des éprouvettes en BCR, Projet National Barrages en béton compacté au rouleau", 10 rapports d'étude Tranche 5, poste 6.4, IREX (Institut pour la Recherche et l'Expérimentation en Génie Civil), Paris

BACHE H.H. (1981), “Densified Cement/Ultrafine Particle-based Materials”, Second CANMET/ACI International Conference on Superplaticizers in Concrete, Ottawa, édité par V.M. Malhotra, pp. 185-213.

BAROGHEL-BOUNY V. (1994), “Caractérisation des pâtes de ciment et des bétons – Méthodes, analyse et interprétations”, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris.

BARON J., LESAGE R. (1976), “La composition du béton hydraulique, du laboratoire au chantier”. Rapport de Recherche des Laboratoires des Ponts et Chaussées N° 64, Décembre.

BARON J., BASCOUL A., ESCADEILLAS G., CHAUDROUARD G. (1993), “From Clinker to Concrete – an Overall Modelling”, Materials and Structures, RILEM, Vol. 26, pp. 319-327.

BARTOS P.J.M., HOY C.W. (1996), “Interactions of Particles in Fibre-Reinforced Concrete”, Production Methods and Workability of Concrete, Proceedings of the International RILEM conference, édité par P.J.M. Bartos, D.L. Marrs et D.J. Cleland, E. & FN SPON, London, pp. 451-462.

BAZAN Z.P., KIM J.K., PANULA M. (1991-92), “Improved Prediction Model for Time-Dependent Deformations of Concrete – Part 1-2”, Materials and Structures, Vol. 24, pp. 327-344, 409-421, Vol. 25, pp. 21-28, 84-94, 219-223.

BEAUPRE D. (1994), “Rheology of High-Performance Shotcrete”, PhD thesis, University of British Columbia, Vancouver.

BEN AIM R. (1970), “Etude de la texture des empilements de grains. Application à la détermination de la perméabilité des mélanges binaires en régime moléculaire, intermédiaire, laminaire”. Thèse d’Etat de l’Université de Nancy.

BENTZ D.P., WALLER V., DE LARRARD F. (1998) “Prediction of Adiabatic Temperature Rise in Conventional and High-Performance Concretes Using a 3-D Microstructural Model”, à paraître dans Cement and Concrete Research.

BLOT G, NISSOUX J.-L. (1994), “Les nouveaux outils de contrôle de la granulométrie et de la forme”, Mines et Carrières, Les Techniques, Vol. 94, suppl., Décembre.

BOLOMEY J. (1935), “Granulation et prévision de la résistance probable des bétons”, Travaux, Vol. 19, N° 30, pp. 228-232.

BRE (1988), “Design of Normal Concrete Mixes”, Building Research Establishment, Watford, UK.

British Standards Intitution (1975), BS 812, “Methods of Testing Aggregate. Part 2: Methods for Determination of Physical Properties”, BSI, London.

BUIL M., WITIER P., DE LARRARD F., DETREZ M., PAILLERE A.M. (1986), “Physico-chemical Mechanism of the Action of Naphtalene-Sulfonate based Superplasticizers on Silica Fume Concrete”, Proceedings of 2nd International ACI-CANMET, Conference on Fly Ash, Silica Fume, Slag and Pozzolans in Concrete, Madrid, édité par V.M. Malhotra, ACI SP 91, pp. 959-972.

CADORET G, RICHARD P. (1992), “Full Scale Use of High-Performance Concrete in Building and Public Work”, High-Performance Concrete – From Material to Structure, édité par Y. Malier, E. & FN Spon, London, pp. 379-411.

CAQUOT A. (1937), “Le rôle des matériaux inertes dans le béton”, Mémoires de la Société des Ingénieurs Civils de France, pp. 562-582, juillet-août.

CARE S., BAROGHEL V., LINDER R., DE LARRARD F. (1998), “Effet des fillers sur les propriétés d’usage des bétons – plan d’expérience et analyse statistique”, Rapport interne, LCPC Paris.

CARINO N.J., KNAB L.I., CLIFTON J.R. (1992), “Applicability of the Maturity Method to High-Performance Concrete”, Building and Fire Research Laboratory, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD, NISTIR 4819, Mai.

CARIOU B. (1988), “Bétons à très hautes performances. Caractérisation de huit fumées de silice”, Société Lafarge, rapport interne.

CEB (1994), “Application of High-Performance Concrete”, CEB Bulletin d’information N° 222, Novembre, Comité Euro-international du Béton

CHANG C., POWELL R.L. (1994), “Effect of Particle Size Distributions on the Rheology of Concentrated Bimodal Suspensions”, Journal of Rheology, Vol. 38, N° 1, pp. 85-98, Janvier/Février.

CHANVILLARD G. BASUYAUX O. (1996), “Une méthode de formulation des bétons de sable à manaibilité et résistance fixées”, Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° 205, pp. 49-64, Septembre-Octobre.

CHANVILLARD G. LAPLANTE P. (1996), “Viser une résistance à court terme pour tenir les délais de fabrication”, Les bétons – Bases et données pour leur formulation, édité par J. Baron et J.P. Ollivier, Eyrolles, Paris.

CHAUDORGE L. (1990), “Compacité des mélanges sable + ruban Fibratex. Etude expérimentale et modélisation”, Rapport de stage de 1ère année, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Septembre.

CHRISTENSEN R.M., LO K.H. (1979), “Solutions for Effective Shear Properties in Three-phase Sphere and Cylinder Models”, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 27, N° 4, Erratum (1986), Vol. 34.

CINTRE M. (1988), “Recherche d’un mode opératoire de mesure de compacité de mélanges vibrés à sec de classes élémentaires de granulats”, Rapport du LRPC de Blois, Janvier.

COQUILLAT G. (1992), “Fluage des bétons HP chargés au jeune âge”, Voies Nouvelles du Matériau Béton, Rapport de Recherche N° 41 101, CEBTP, St-Rémy-lès-Chevreuses.

CORDON W.A., GILLESPIE H.A. (1963), “Variables in Concrete Aggregates and Portland Cement Paste Which Influence the Strength of Concrete”, Journal of the American Concrete Institute, Août.

COUSSOT P., PIAU J.-M. (1995), “A Large-scale Field Coaxial Cylinder Rheometer for the Study of the Rheology of Natural Coarse Suspensions”, Journal of Rheology, Vol. 39, pp 104-123.

CUMBERLAND D.J., CRAWFORD R.J. (1987), “Handbook of Powder Technologie”, Vol. 6, The Packing of Particle, édité par J.C. Williams et T. Allen, Elsiever, Amsterdam.

DAY K.W. (1995), “Concrete Mix-Design, Quality, Control and Spécification”, E & FN SPON, London, 350 p.

DE CHAMPS J.F., MONACHON P. (1992), “Une application remarquable; l’arc du pont sur la Rance”, Les bétons à hautes performances- Caractérisation, Durabilité, Applications, édité par Y. Malier, Presses de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, pp. 601-614.

DE LARRARD F. (1988), “Formulation et propriétés des bétons à très hautes performances”, Thèse de Doctorat de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Rapport de recherche des LPC N° 149, mars.

DE LARRARD F. (1989)[117], “Ultrafine Particles for the Making of Very High-Strength Concretes”, Cement and Concrete Research, Vol. 19, pp. 161-172.

DE LARRARD F. (1995)[118], “Modelling the Compressive Strength of Structural Fly Ash Concrete”, Proceedings of the 5th International ACI-CANMET, Conference on Fly Ash, Silica Fume, Slag and Natural Pozzolanes in Concrete, édité par V.M. Malhotra, Milwaukee, Mai, ACI SP 153-6, pp. 99-108.

DE LARRARD F. (1996)[119], “Mixtures Proportioning of Lightweight Aggregate Concrete”, Proceedings of the International Conference on High-Performance Concrete and Quality of Concrete Structures, édité par L.R. Prudencio, P.R. Helene et D.C.C. Dal Molin, Florianpolis, Brazil, Juin, pp. 154-166.

DE LARRARD F., ACKER P. (1990), “Un exemple d’ingénierie du matériau: amélioration de l’étanchéité à l’air des enceintes internes de centrales nucléaires – Intérêt de l’emploi d’un béton à hautes performances de formulation spéciale”. Rapport des Laboratoires, Série Ouvrage d’Art, OA 7, Laboratoire Cntral des Ponts et Chaussées, Paris, Octobre.

DE LARRARD F., BELLOC A. (1992), “Are Small Aggregates Really Better Than Coarser Ones For Making High-Strength Concrete ?”, Cement, Concrete et Aggregates, CCAGDP, Vol. 14, N° 1, pp. 62-66.

DE LARRARD F., BELLOC A. (1997)[120], “The Influence on Aggregate on the Compressive Strength of Normal an High-Strength Concrete”, ACI Materials Journal, Vol. 94, N° 5, pp. 417-426, Septembre-Octobre.

DE LARRARD F., LE ROY R. (1992), “Relations entre formulation et quelques propriétés mécaniques des bétons à hautes performances”, Materials and Structures, RILEM, Vol. 25, pp. 464-475.

DE LARRARD F., MARCHAND J. (1995), “Discussion on the Paper by B.J. Addis and M.G. Alexander”, “Cement-saturation and its Effects on the Compressive Strength and Stiffness of Concrete”, Cement and Concrete Research, Vol. 25, N° 5, pp. 1124-1128.

DE LARRARD F., SEDRAN T. (1994), “Optimisation of Ultra-High Performance Concrete by Using a Packing Model”, Cement and Concrete Research, Vol. 24, N° 6, pp. 997-1009.

DE LARRARD F., SEDRAN T. (1996), “Computer-Aided Mix-Design: Predicting Final Results”, Concrete International, Vol. 18, N° 12, pp. 39-41.

DE LARRARD F., TONDAT P. (1993), “Sur la contribution de la topologie du squelette granulaire à la résistance en compression du béton”, Materials and Structures, RILEM, Vol. 26, pp. 505-516.

[117] DE LARRARD F. (1988), "Particules ultrafines pour l'élaboration des bétons à très hautes performances", Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, N°466, Juillet-Août.

[118] DE LARRARD F. (1995), "La résistance en compression des bétons de structure aux cendres volantes", Matériaux et Constructions, Vol. 28, pp. 459-463, Octobre.

[119] DE LARRARD F. (1995), "Une approche de la formulation des bétons légers de structure", Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N°195, Janvier-Février.

[120] DE LARRARD F., BELLOC A. (1999), "L'influence du granulat sur la résistance en compression du béton", Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° 219, pp. 41-52, Janvier-Février.

DE LARRARD F., TORRENTI J.M., ROSSI P. (1988), “Le flambement à deux échelles dans la rupture du béton en compression”, Bulletion de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées’, N° 154, pp. 51-55, Mars-Avril.

DE LARRARD F., ITHURRALDE G., ACKER P., CHAUVEL D. (1990), “High-Performance Concrete for a Nuclear Containment”, Proceeding of the 2nd International Conference on Utilisation of High-Strength Concrete, Berkeley, édité par Weston T. Hester, ACI SP 121-27, Mai, pp. 549-576.

DE LARRARD F., GORSE J.F., PUCH C. (1992)[121], “Comparative Study of Various Silica Fumes as Additives in High-Performance Cementitious Materials”, Materials and Structures, RILEM, Vol. 25, pp. 265-272.

DE LARRARD F., SEDRAN T., ANGOT D. (1994a), “Prévision de la compacité des mélanges granulaires par le modèle de suspension solide. I : Fondements théoriques et calibration du modèle”, Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° 194, novembre-décembre, pp. 59-70.

DE LARRARD F., SEDRAN T., ANGOT D. (1994b), “Prévision de la compacité des mélanges granulaires par le modèle de suspension solide. II : Validations et Cas des mélanges confinés”, Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° 194, novembre-décembre, pp. 71-86.

DE LARRARD F., BELLOC A., RENWEZ S., BOULAY C. (1994c), “Is the Cube Test Suitable for High-Performance Concrete”, Materials and Structures, Vol. 27, pp. 580-583.

DE LARRARD F., ACKER P., LE ROY R. (1994d), “Shrinkage, Creep and Thermal Effects”, High-Performance Concrete and Applications, édité par S.P. Shah et S.H. Ahmad, Edward Arnold, London, pp. 75-114.

DE LARRARD F., SZITKAR J.C., HU C., JOLY M. (1994e)[122], “Design of a Rheometer for Fluid Concretes”, Proceedings of the International RILEM workshop Special Concretes : Workability and mixing, édité par P.J.M. Bartos, E & FN SPON, London, pp 201-208.

DE LARRARD F., HU C., SEDRAN T. (1995), “Best Packing and Specified Rheology: Two Key Concepts in High-Performance Concrete Mixture-Proportioning”, CANMET, Adam Neville Symposium, Las Vegas, Juin.

DE LARRARD F., GILLET G., CANITROT B. (1996a), “Preliminary HPC Mix-design Study for the ‘Grand Viaduc de Millau’: an Example of LCPC’s Approach”, Proceedings of the 4th International Symposium of the Utilisation of High-Strength/High-Performance Concrete, édité par F. de Larrard et R. Lacroix, Paris, Mai, pp. 1323-1332.

DE LARRARD F., BELLOC A., BOULAY C., KAPLAN D., RENWEZ S., SEDRAN T. (1996b), “Formulations de référence – Propriétés mécaniques jusqu’à l’âge de 90 jours”, Rapport Projet National BHP 2000, 14 p., décembre.

DE LARRARD F., SEDRAN T., HU C., SITZKAR J.C., JOLY M., DERKX F. (1996c), “Evolution of the Workability of Superplasticized Concretes: Assessment with BTRHEOM Rheometer”, Proceedings of the International RILEM Conference on

[121] DE LARRARD F. (1988), "Particules ultrafines pour l'élaboration des bétons à très hautes performances", Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, N°466, Juillet-Août.

[122] DE LARRARD F., SITZKAR J.C., HU C. (1993), "Conception d'un rhéomètre pour bétons fluides". Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° 186, pp. 55-60, Juillet-Août.

Production Methods and Workability of Concrete, Paisley, édité par P.J.M. Bartos, D.L. Marrs et D.J. Cleland, pp. 377-388, Juin.

DE LARRARD, BOSC F., CATHERINE C., DEFLORENNE F. (1997a)[123], “The AFREM Method for the Mix-design of High-Performance Concrete”, Materials and Structures, N° 198, Mai.

DE LARRARD F., BELLOC B., BOULAY C. (1997b), “Variations sur le thème des BHP”, Annales des Ponts et Chaussées, N° 83, pp. 4-14.

DE LARRARD F., HU C., SEDRAN T., SITZKAR J.C., JOLY M., CLAUX F., DERKX F. (1997c)[124], “A New Rheometer for Soft-to-Fluid Fresh Concrete”, ACI Materials Journal, Vol. 94, N° 3, pp. 234-243.

DE LARRARD F., FERRARIS C.F., SEDRAN T. (1998), "Fresh concrete: a Herschel-Bulkley material", Technical note, Materials and Structures, Vol. 31, No. 211, August-September.

DETWILLER R.J., TENNIS P. (1996), “The Use of Limestone in Portland Cement: A State of the Art Review”, Portland Cement Association, RP 118, 39 p., Skokie, IL.

DEWAR J.D. (1986), “The Structure of Fresh Concrete”, First Sir Frederick Lea Memorial Lecture, Institute of Concrete Technology, Reprinted by British Ready Mixed Concrete Association, p. 23.

DEWAR J. (1993), “Questjay – Mixism, computer programm”, issue 3.0, January.

DREUX G. (1970), “Guide pratique du béton”, Collection de l’Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics.

DREUX G. & GORISSE F. (1970), “Vibration, ségrégation et ségrégabilité des bétons”, Annales de l’Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, N° 265, Janvier, pp. 37-86

FARRIS R.J. (1968), “Prediction of the Viscosity of Multimodal Suspensions from Unimodal Viscosity Data”, Transactions of the Society of Rheology, Vol. 12, N° 2, pp. 281-301.

Fascicule 65 A (1992), “Exécution des ouvrages en béton armé ou en bton précontraint par post-tension”, Cahier des Clauses Techniques Générales applicables aux Marchés Publics de Travaux, Décret N° 92-72, Janvier.

FAURY J. (1944), “Le béton – Influence de ses constituants inertes – Règles à adopter pour sa meilleure composition, sa confection et son transport sur les chantiers”, 3ème édition, Dunod, Paris.

FERET R. (1892), “Sur la compacité des mortiers hydrauliques”, Annales des Ponts et Chaussées, Série 7, Volume 4, pp. 5-164.

FERRARIS C.-F. (1986), “Mécanisme du retrait de la pâte de ciment durcie”, PhD thése, N° 621, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.

FERRARIS C.F., DE LARRARD F. (1998)[125], “Testing and Modelling of Fresh Concrete Rheology”, NISTIR 6094, National Institute of Standards and Technology, 59 p., February.

[123] DE LARRARD F., BOSC F., CATHERINE C., DEFLORENNE F. (1996), "Nouvelle méthode des coulis AFREM pour la formulation des bétons à hautes performances", Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° 202, pp. 61-70, Mars-Avril.

[124] DE LARRARD F., HU C., SITZKAR J.C., JOLY M., CLAUX F., SEDRAN T. (1994), "Le nouveau rhéomètre LCPC pour bétons très plastiques à fluides", Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, N° 527, Octobre, pp. 17-47.

FIP (1990), “State of the Art report on High-Stength Concrete”, Fédération Internationale de la Précontrainte, Juin.

FOISSY A. (1989), “Les effets fluidifiants”, Séminaire connaissance générale du Béton, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Novembre.

FOLLIARD K.J., BERKE N.S. (1997), “Properties of High Performance Concrete Containing Shrinkage-Reducing Admixture”, Cement and Concrete Research, Vol. 27, N° 9, pp. 1357-1364.

FOSTER B.E., BLAINE R.L. (1968), “A Comparison of ISO and ASTM Tests for Cement Strength”, Cement, Comparison of Standards and Significance of Particular Tests, ASTM STP 441, American Society for Testing and Materials, Philadelphia.

GARBOCZI E., (1997), “Stress, Displacement, and Expansive Cracking Around a Single Spherical Aggregate Under Different Expansive Conditions”, Cement and Concrete Research, Vol. 27, N° 4, pp. 495-500.

GARBOCZI E., BENTZ D. (1996), “Modelling of the Microstructure and Transport Properties of Concrete”, Construction and Building Materials, Vol. 10, N° 5, pp.293-300.

GARBOCZI E., BENTZ D. (1997), “An Electronic Monograph: Modelling the Structure and Properties of Cement-based Materials”, Internet Adress ‘http://ciks.cbt.nist.gov/garboczi/’.

GIODORNO R., GUILLEMET J.P. (1993), “Etude de l’activité des fines calcaires – Mesure des indices d’activité – Influence du ciment et des fines – Récapitulatif des résultats”, Rapports CEBTP, CEREMEX-Marseille, Dossier 4122.3.600, Octobre.

GRANGER L. (1996), “Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires : analyse et modélisation”, Thèse de doctorat de l’ENPC et Etudes et recherches des LPC, OA 21, 381 p., LCPC, Paris.

GRANGER L., TORRENTI J.M., ACKER P. (1997a), “Thoughts About Drying Shrinkage – Scale Effect and Modelling”, Materials and Structures, Vol. 30, N° 196, pp. 96-105.

GRANGER L., TORRENTI J.M., ACKER P. (1997b), “Thoughts About Drying Shrinkage – Experimental Results and Quantification of Structural Drying Creep”, Materials and Structures, Vol. 30, N° 204, pp. 588-598.

GUENOT-DELAHAYE I. (1997), “Contribution à l’analyse et à la modélisation du fluage propre du béton”, Etudes et recherches des Laboratoires des Ponts et Chaussées, OA 25, 180 p., Avril.

GUYON E., TROADEC J.P. (1994), “Du sac de bille au tas de sable”, Editions Odile Jacob, Paris, 306 p.

HASHIN Z. (1962), “The Elastic Moduli of Heterogeneous Materials”, Journal of Applied Mechanics, Vol. 29, pp. 143-150.

---

[125] DE LARRARD F., FERRARIS C.F. (1998):

- "Rhéologie du béton frais remanié. I: Plan expérimental et dépouillement des résultats", Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° 213, Janvier-Février
- "Rhéologie du béton frais remanié. II: Relations entre composition et paramètres rhéologiques", Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° 214, Mars-Avril;
- "Rhéologie du béton frais remanié. III: L'essai au cône d'Abrams modifié", Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° 215, Mai-Juin.

HASHIN Z., SHTRIKMAN S. (1963), “A Variational Approach to the Theory of the Elastic Behaviour of Multiphase Materials”, Journal of Mechanics and Physics of Solids, Vol. 11, pp. 127-140.

HELMUTH R., HILLS L.M., WHITING D.A., BHATTACHARJA S. (1995), “Abnormal Concrete Performance in the Presence of Admixtures”, PCA report RP333, Portland Cement Association, Skokie, IL.

HIRSH T.J. (1962), “Modulus of Elasticity of Concrete as Affected by Elastic Moduli of Cement Paste Matrix and Aggregate”, Journal of the ACI, Vol. 59, pp. 427-451.

HOBBS D.W. (1972), “The Compressive Strength of Concrete: a Statistical Approach to Failure”, Magazine of Concrete Research, Vol. 24, N° 80, pp. 127-138.

HOLAND T.C., KRYSA A., LUTHER M.D., LIU T.C. (1986), “Use of Silica-Fume Concrete to Repair Abrasion-Erosion Damage in the Kinzua Dam Stilling Basin”, Proceedinf of 2nd International ACI-CANMET Conference on Fly Ash, Silica Fume, Slag and Natural Pozzolans in Concrete, Madrid, édité par V.M. Malhotra, ACI SP 91-40, pp. 841-864.

HU C. (1995) “Rhéologie des bétons fluides”, Etudes et recherches des Laboratoires des Ponts et Chaussées, OA 16, 203 p.

HU C., DE LARRARD F. (1996), “The Rheology of Fresh High-Performance Concrete”, Cement and Concrete Research, Vol. 26, N° 2, pp. 283-294.

HU C., DE LARRARD F., GJϕRV O.E. (1995), “Rheology Testing and Modelling of Fresh High-Performance Concrete”, Materials and Structure, Vol. 28, pp. 1-7.

HU C., DE LARRARD F., SEDRAN T. BOULAY C., BOSC F., DEFLORENNE F. (1996), “Validation of BTRHEOM, the New Rheometer for Soft-to-fluid Concrete”, Materiels and Structure, RILEM, Vol. 29, N° 194, pp. 620-631, Décembre.

HUA C. (1992), “Analyse et modélisation du retrait d’autodessiccation de la pâte de ciment durcissante”, Thèse de Doctorat de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

ITHURRALDE G., COSTAZ J.L. (1993), “HPC for Improvement of Tightness of Nuclear Reactor Containment in case of Severe Accident”, HPC in Severe Environments, édité par P. Zia, ACI SP 140-11, pp. 227-238, Novembre.

JOHANSEN V., ANDERSEN P.J. (1991), “Particle Packing and Concrete Properties”, Materials Science of Concrete II, édité par J. Skalny et S. Mindess, The American Ceramic Society, Westterville, OH, pp. 111-148.

JOHNSTON C.D. (1990), “Influence of Aggregate Void Conditions and Particle Size on the Workability and Water Requirement of Single-sized Aggregate”, Properties of Fresh Concrete, Proceedings of RILEM Colloquium, édité par H.J. Wienig, Hanover, pp. 67-76, Octobre.

JOISEL A. (1952), “Composition des bétons hydrauliques”, Annales de l’ITBTP, 5ème année, N° 58, Série : Béton, Béton armé (XXI), Octobre.

JUSTNES H., SELLEVOLD E., LUNDEVALL G. (1992a), “High-Strength Concrete Binders, Part A: Composition of Cement Pastes With and Without Silica Fume” Proceeding of the 4th International Symposium of Fly Ash, Silica Fume, Slag and Natural Pozzolans in Concrete, Istanbul, édité par V.M. Malhotra, ACI SP, 132-47.

JUSTNES H., MELAND I., BJOERGUM J., KRANE J. (1992b), “The Mechanisms of Silica Fume Action in Concrete Studied by Solid State $^{29}$Si NMR”, Séminaire sur la Résonnance Magnétique Nucléaire, Guerville, France, CTG Ital-Cimenti.

KAETZEL L.J., CLIFTON J.R. (1995), “Expert/knowledge Based Systems for Materials in the Construction Industry: State-of-the-art Report”, Materials and Structures, Vol. 28, pp 160-174, avril.

KHANTA RAO V.V.L., KRISHNAMOOTHY S. (1993), “Aggregate Mixture for Least-Void Content for Use in Polymer Concrete”, Cement, Concrete and Aggregates, CCAGDP, Vol. 15, N° 2, pp. 97-107.

KHREIBEK A. (1994), “Retrait et séchage des bétons”, Mémoire de Diplôme d’Etudes Approfondies, LCPC/ENS, Cachan, Juin.

KIM J.K., PARK Y.D., SUNG K.Y., LEE S.G. (1992), “The Production of High-Strength Fly Ash Concrete in Korea”, Proceedings of the 4$^{th}$ CANMET/ACI International Conference on Fly Ash, Silica Fume, Slag and Natural Pozzolans in Concrete, Istanbul, Supplementary papers, Mai.

KRETZ T., EYMARD R. (1993), “Fluage des dalles de pont en ossature mixte”, Bulletin Ponts Métalliques, N° 16, pp. 111-118.

KRIEGER I.M., DOUGHERTY T.J. (1959), “Transactions of the Society of Rheology”, Vol. III, pp. 137-152.

KRISHNAMOOTHY S. (1994), “Communication privée”, Février.

KRONLOF A. (1994), “Effect of Very Fine Aggregate on Concrete Strength”’, Materials and Structures, RILEM, Vol. 27, N° 165, pp. 15-25.

LANGE C., COCHARD A. (1991), “Pont de l’Elorn – Béton léger BL 32 pour le béton précontraint du tablier”, Rapport CEBTP Rennes, Fichier 8132 6 923, Juillet.

LANGE-KORNBAK D., KARIHALOO B.L., (1996), “Design of Concrete Mixes for Minimum Brittleness”, Advanced Cement-Based Materials, Vol 3, pp. 124-132.

LAPLANTE P. (1993), “Comportment mécanique du béton durcissant. Analyse comparée du béton ordinaire et à très hautes performances”, Etudes et Recherches des Laboratoires des Ponts et Chaussées, OA 13, LCPC, Paris.

LE BRIS J., REDOULEZ P., AUGUSTIN V., TORRENTI J.M., DE LARRARD F. (1993), “High Performance Concrete at the Elorn Bridge”, High Performance Concrete in Severe Environnements, édité par P. Zia, SP 140-4, American Concrete Institute, Detroit, Novembre.

LECOMTE A., ZENNIR A. (1997), “Modèle de suspension solide et formulation de bétons calcaires en Lorraine”, Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° 211, pp. 41-52, septembre-octobre.

LEE D.J. (1970), “Packing of Spheres and its Effects on the Viscosity of Suspensions”, Journal of Paint Technology, Vol. 42, pp 579-587.

LE ROY R. (1996), “Déformations instantanées et différées des bétons à hautes performances”, Etudes et Recherches des Laboratoires des Ponts et Chaussées, 350p. Septembre.

LE ROY R., DE LARRARD F., DUVAL D. (1995), “Retrait et fluage du béton du viaduc sur le Rhône”, Rapport de l’étude N° 324, 47, LCPC, Paris, Février.

LE ROY R., DE LARRARD F., PONS G. (1996), “Calcul des déformations instantanées et différées des BHP”, Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, Numéro spécial XIX.

LYSE I. (1932), “Tests on Consistency and Strength of Concrete Having Constant Water Content”, Proceeding of the ASTM, Vol. 32, Part II, pp. 629-636.

MALHOTRA V.M. (1986), “Mechanical Properties and Freezing-and-thawing Resistance on Non-air-entrained and Air-entrained Condensed Silica-fume Concrete Using ASTM Test C 666, Procedure A and B”, Second CANMET/ACI/International Conference on Fly Ash, Silica Fume, Slag and Natural Pozzolans in Concrete, Madrid, édité par V.M. Malhotra, SP 91, pp. 1-53.

MALHOTRA V.M, RAMEZANIANPOUR A.A. (1994), “Fly Ash in Concrete”, 2nd édition, MSL 95-45(IR), CANMET, Ottawa, Canada.

MALIER Y., DE LARRARD F. (1993), “French Bridges in High-Performance Concrete”, Proceeding of the 3rd International Conference on the Utilisation of High-Strength Concrete, June, Lillehammer, édité par I. Holland et E. Sellevold, pp. 534-544.

MALIER Y., BRAZILLIER D., ROI S. (1992),” The Joigny Bridge: an Experimental High-Performance Concrete Bridge”, High-Performance Concrete – From Material to Structure, édité par Y. Malier, E. & FN SPON, London, pp. 424-431.

MARCHAND J. (1992), “Pâtes de ciment. Résultats des essais mécaniques à 28 jours”, Rapport interne, LCPC, juin.

MARKESTAD S.A. (1976), “The Gukild–Carlsen method for making stabilized pastes of cements”, Matérials and structures, Vol. 9, N° 50, pp. 115-117.

MARUSIN S.L., BRADFORD SHOTWELL L. (1995), “ASR in Concrete Caused by Densified SF Lumps – a Case Study”, Proceedings of the 5th International ACI-CANMET, Conference on Fly Ash, Silica Fume, Slag and Natural Pozzolans in Concrete, Milwaukee, Juin, papier supplémentaire, pp. 45-60.

MARZOUK H. (1991), “Creep of High-Strength and Normal-Strength Concrete”, Magazine of Concrete Research, Vol. 43, N° 155, pp. 121-126.

MASO J.C. (1980), “L’étude expérimentale du comportement du béton sous sollicitations monoaxiales et pluriaxiales”, Le béton hydraulique, édité par J. Baron et R. Sauterey, Presse de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, pp. 275-294.

MATSUYAMA H., YOUNG F. (1997), “Superplaticizer Effects on Cement Rheology’, ACBM semi-annual Meeting, Northewestern University, Mars.

METHA P.K. (1975), “Evaluation of Sulfate-Resisting Cement by a new Test Method”, ACI Materials Journal, Vol. 72, N° 10, pp. 573-575.

METHA P.K. (1990), “Durability of High-Strength Concrete”, Paul Klieger Symposium on Performance of Concrete, ACI SP 122-2, pp. 19-28.

METHA P.K. (1997), “Durability – Critical Issue for the Future”, Concrete International, Vol. 19, N° 7, pp. 27-33.

MONACHON P., GAUMY A. (1996), “The Normandy Bridge and the Société Générale tower – HSC grade 60”. Proceedings of the 4th International Symposium on the Utilization of High-Strength/High-Performance Concrete, Paris, Mai, édité par F. de Larrard et R. Lacroix, pp. 1525-1536.

MOONEY M. (1951), “The Viscosity of Concentrated Suspensions of Spherical Particles”, Journal of Colloids, Vol. 6, p. 162.

MORI T., TANAKA K. (1973), “Average Stress in Matrix and Average Elastic Energy of Materials with Misfitting Inclusions”, Acta Metallurgica, Vol. 21, N° 571.

M∅RTSELL E., MAAGE M., SMEPLASS S. (1996), “A Particle-Matrice Model for Prediction of Workability of Concrete”, Production Methods and Workability of Concrete, Proceedings of the international RILEM conference, édité P.J.M. Bartos, D.L. Marrs et D.J. Cleland, E & FN SPON, London, pp. 429-438.

NAPROUX P. (1994), “Les micro-cendres (cendres volantes traitées) et leur emploi dans les bétons hydrauliques”. Thèse de doctorat de l’Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse.

NEVILLE A.M. (1995), “Properties of Concrete”, Longman, Harlow, 844 p.

NILSEN A., MONTEIRO P.J.M (1993), “Concrete: a Three-Phase Material”. Cement and Concrete Research, Vol. 23, pp. 147-151.

OGER L. (1987), “Etude des corrélations structure-propriétés des mélange granulaires”, Thèse d’Etat, Université de Rennes.

OHTA T., YAMAZAKI N., NISHIDA A. (1996), “Prediction of the Adiabatic Temperature Rise of HSC Using Low Heat Portland Cement”, ACI Fall meeting, New Orleans, Novembre.

OLUOKUN F.A. (1991), “Prediction of Concrete Tensile Strength from Its Compressive Strength: Evaluation of Existing Relations for Normal Weight Concrete”, ACI Materials Journal, Vol. 88, N° 3, Mai-Juin.

OLUOKUN F.A., BURDETTE E.G., DEATHERAGE J.H. (1991), “Splitting Tensile Strength and Compressive Strength Relationship at Early Ages”, ACI Materials Journal, Vol. 88, N° 2, pp. 115-121, Mars-Avril.

PAILLERE A.M., BUIL M., SERRANO J.J. (1989), “Effect of Fibre Addition on the Autogenous Shrinkage of Silica Fume Concrete”, ACI Material Journal, Vol. 86, N° 2, pp. 139-144.

PASHIAS N., BOGER D.V., SUMMERS J., GLENISTER D.J. (1996), “A Fifty Cent Rheometer for Yield Stress Measurement”, Journal of Rheology, Vol. 40, N° 6, pp 1179-1189.

PIGEON M., PLEAU R. (1995), “Durability of Concrete in Cold Climates”, E & FN SPON, London.

POPOVICS S. (1982), “Fundamentals of Portland Cement Concrete. A Quantitative Approach”. Vol. 1: Fresh Concrete, John Wiley & Sons

POPOVICS S. (1990), “Analysis of Concrete Strength vs. Water-Cement Ratio Relationship”, ACI Materials Journal, Vol. 87, N° 5, pp. 517-528.

POPOVICS S., POPOVICS J. (1995), “Computerisation of the Strength versus W/C Relationship”, Concrete International, Vol. 17, N° 4, pp. 37-40, Avril.

POWERS T.C. (1968), “Properties of Fresh Concrete”, John Wiley & Sons, New York, 664 p.

POWERS T.C., BROWNYARD T.L. (1946-47), “Studies of the Physical Properties of Hardened Portland Cement Paste”, Journal of the American Concrete Institute, Vol. 18, pp. 101-132, 249-336, 469-504, 549-602, 669-712, 845-880, 933-992.

RAPHAEL J.M. (1984), “Tensile Strength of Concrete”, Concrete International, Vol. 81, N° 2, pp. 158-165.

RICHARD P, CHEYREZY M. (1994), “Reactive Powder Concretes with High Durability and 200-800 MPa Compressive Strength”, ACI Spring Concention, Washington, ACI SP-144, pp. 507-519.

RICHARD P. *et al*. (1995), “Les bétons de pondres réactives (BPR) à ultra-haute résistance (200 à 800 MPa)”, Annales de l’ITBTP, N° 532, pp. 81-143, Mars-Avril.

ROLLET M., LEVY C., CHABANIS F. (1992), “Physical, Mechanical and Durability Characteristics of Various Compressive Strength Concrete (from 20 to 120 MPa)”, CANMET/ACI International Conference on Advances in Concrete Technology, Mai, Research Paper, pp. 207-226.

ROSATO A., STRANDBURG R., PRINZ F., SWENDSEN R.H. (1987), “Why the Brazil Nuts are on the Top: Size Segregation of Particulate Matter by Shaking”, Physical Review Letters, Vol. 58, N° 10, pp 1038-1040.

ROSSI P. (1998), “Les bétons de fibres métalliques”, Presses de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.

ROSSI P., RENWEZ S. (1996), “High Performance Multimodal Fibre Reinforced Cement Composite (HPMFRCC)”, Proceedings of the 4th International Symposium on the Utilization of High-Strength/High-Performance Concrete, édité par F. de Larrard et R. Lacroix, Paris, mai, pp. 687-694.

ROSSI P., WU X., LE MAOU F., BELLOC A. (1994), “Scale Effect in Concrete in Tension”, Materials and Structures, Vol. 27, pp. 437-444

SABLOCRETE (1994), “Bétons de sable – Caractéristiques et pratiques d’utilisation”, Projet national de recherche/développement Sablocrete, Presses de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 237 p.

SCHALLER I., DE LARRARD F., SURDET J.P., (1992), “L’instrumentation du Pont de Joigny”, Le béton à hautes performances, édité par Y. Malier, Presse Nationale des Ponts et Chaussées, pp. 483-520.

SCHIESSL P. et al. (1997), “New Approach to Durability Design – An example for carbonation induced corrosion”, CEB Bulletin, N° 238, 138 p.

SCHRAGE I., SPRINGENSCHMID R. (1996), “Creep and Shrinkage Data of High-Strength Concrete”, Proceedings of the 4th International Symposium on the Utilization of High-Strength/High-Performance Concrete, édité par F. de Larrard et R. Lacroix, Paris, mai, pp. 331-348.

SEDRAN T. (1995), “Les bétons autonivelants (BAN) – Etude bibliographique”, Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° 196.

SEDRAN T. (1997), “Mise au point de béton autonivelant à hautes performances pour tuyaux d’assainissement”, Contrat SABLA, Rapport LCPC, Septembre.

SEDRAN T. (1999), “Rhéologie et rhéométrie des bétons. Application à la formulation des bétons autonivelants””, Thèse de doctorat de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Mars.

SEDRAN T., DE LARRARD F. (1994), “RENE-LCPC – Un logiciel pour optimiser la granularité des matériaux du génie civil”, Note technique, Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° 194, Novembre-Décembre.

SEDRAN T., DE LARRARD F., HOURST F., CONTAMINES C. (1996), “Mix-Design of Self-Compacting Concrete (SCC)”, Production Methods and Workability of Concrete, Proceeding of the International RILEM Conference, édité par P.J.M. Bartos, D.L. Marrs et D.J. Cleland, E & F SPON, London, pp. 439-450.

SHAH S.P. (1997), “An Overview of the Fracture Mechanics of Concrete”, Cement, Concrete and Aggregates, CCAGDP, Vol. 19, N° 2, 79-86.

SELLEVOLD E. (1992), “Shrinkage of Concrete: Effect of Binder Composition and Aggregate Volume Fraction from 0 to 60 %”, Nordic Concrete Research, N° 11, pp. 139-152, Février.

SHILSTONE J.M. (1993), “High-Performance Concrete Mixtures for Durability”, High Performance Concrete in Severe Environnements, édité par P. Zia, SP 140-14, pp. 281-305, Novembre.

SICARD V., FRANCOIS R., RINGOT E., PONS G. (1992), “Influence of Creep and Shrinkage on Cracking in High-Strength Concrete”, Cement and Concrete Research, Vol. 22, pp. 159-168.

STOCK A.F., HANNANT D.J., WILLIAMS R.I.T. (1979), “The Effect of Aggregate Concentration upon the Strength and Modulus of Elasticity of Concrete”, Magazine of Concrete Research, Vol. 31, N° 109, pp. 225-234.

STOVALL T, DE LARRARD F., BUIL M. (1986), “Linear Packing Density of Grain Mixture”, *Powder Technology*, Vol. 48, N° 1, Septembre.

STRUBLE L., SUN G.K. (1995), “Viscosity of Portland Cement Paste as a Function of Concentration”, Journal of Advanced Cement-Based Materials, Vol. 2, pp 62-69.

TANAKA K., SATO K., WATANABE S., ARIMA I., SUENAGA K. (1993), “Development and Utilisation of High-Performance Concrete for the Construction of the Akashi Kaikyo Bridge”, High Performance Concrete in Severe Environnements, édité par P. Zia, SP 140, pp. 25-51.

TATERSALL G.H. (1991), “Workability and Quality-Control of Concrete”, E & FN SPON, London.

TAZAWA E., MIYAZAWAK S. (1993), “Autogenous Shrinkage of Concrete and its Importance in Concrete Technology”, Proceedings of the 5th RILEM Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete, Barcelone, pp. 158-168, Septembre.

TAZAWA E., MIYAZAWAK S. (1996), “Influence of Autogenous Shrinkage on Cracking in High-Strength Concrete”, Proceedings of the 4th International Symposium on the Utilization of High-Strength/High-Performance Concrete, édité par F. de Larrard et R. Lacroix, Paris, mai, pp. 321-330.

TORALLES-CARBONARI B., GETTU R., AGULLO L., AGUADO A., ACENA V. (1996), “A Synthetical Approach for the Experimental Optimisation of High-Strength Concrete”, Proceeding of the 4th International Symposium on the Utilization of High-Strength/High-Performance Concrete, édité par F. de Larrard et R. Lacroix, Paris, mai, pp. 161-167.

TORRENTI J.M., GUENOT I., LAPLANTE P., ACKER P., DE LARRARD F. (1994), “Numerical Simulation of Temperature and Stresses in Concrete at Early Ages”, Euro-C 1994, Innsbruck, Mars.

TOUTLEMONDE F., LE MAHOU F. (1996), “Protection des éprouvettes vis-à-vis de la dessiccation. Le point sur quelques techniques de laboratoire”, Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° 203, pp. 105-119, mai-juin.

TROXELL G.E., RAPHAEL J.M., DAVIS R.E. (1958), “Long-time Creep and Shrinkage Tests of Plain and Reinforced Concrete”, Proceedings of ASTM, Vol. 58, pp 1101-1120.

ULM F.-J., BAZANT Z.P. (1998), “Modeling of Creep and Viscous Flow Mechanisms in Early-age Concrete”, proposé au Journal of Engineering Mechanics, ASCE.

VAN BREUGEL K. (1991), “Simulation of Hydratation and Formation of Structure in Hardening Cement-based Materials”, thèse de Doctorat, Delft Technical University.

VIRLOGEUX M. (1986), “Généralités sur les caractères des bétons légers”, Granulats et bétons légers – Bilan de 10 ans de recherche, Presse de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, pp. 111-246.

WALKER S., BLOEM D.L. (1960), “Effect of Aggregate Size on Properties of Concrete”, Journal of the American Concrete Institute, Vol. 32, N° 3, Septembre, pp. 283-298.

WALLER V. (1999), “Relation entre composition, exothermie en cours de prise et résistance en compression des bétons”, Thèse de doctorat de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, Janvier.

WALLER V., DE LARRARD F., ROUSSEL P. (1996), “Modelling the Temperature Rise in Massive HPC Structures”, Proceedings of the 4th International Symposium of the Utilization of High-Strength/High-Performance Concrete, édité par F. de Larrard et R. Lacroix, Paris, Mai, pp. 415-422.

WALLER V., NAPROUX P., DE LARRARD F., (1997), “Contribution des fumées de silice et des cendres volantes silico-alumineuse à la résistance en compression du béton – Quantification”, Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° 208, mars-avril, pp.53-65.

WEBER S., REINHARDT H.W. (1996), “Various Curing Methods Applied to High-Performance Concrete with Natural and Blended Aggregates”, Proceedings of the 4th International Symposium of the Utilization of High-Strength/High-Performance Concrete, édité par F. de Larrard et R. Lacroix, Paris, mai, pp. 1295-1304.

WIENS U., BREIT W., SCHIESSL P. (1995), “Influence of High Silica Fumes and High Fly Ash Contents on Alkalinity of Pore Solution and Protection of Steel against Corrosion”, Proceedings of the 5th International Conference on Fly Ash, Silica Fume, Slag and Natural Pozzolans in Concrete, Milwaukee, édité par V.M. Malhotra, ACI SP 153-39, Juin.

YAMATO T., EMOTO Y., SOEDN M. (1986), “Strength and Freezing-and-thawing Resistance of Concrete Incorporating Condensed Silica Fume”, Second CANMET/ACI International Conference on Fly Ash, Silica Fume, Slag and Natural Pozzolans in Concrete, Madrid, édité par V.M. Malhotra, ACI SP 91-54.

YAMATO T., SOEDN M., EMOTO Y. (1989), “Chemical Resistance of Concrete Containing Condensed Silica Fume”, Third CANMET/ACI International Conference on Fly Ash, Silica Fume, Slag and Natural Pozzolans in Concrete, Trondheim, édité par V.M. Malhotra, SP 114-44.

YSSORCHE M.P. OLLIVIER J.P. (1996), “Relationship between Air Permeability and Compressive Strength of Concrete”, Proceedings of the 4th International Symposium of the Utilization of High-Strength/High-Performance Concrete, édité par F. de Larrard et R. Lacroix, Paris, mai, pp. 463-470.

# *Liste des symboles*

La liste de tous les symboles utilisés dans ce livre est présentée ci-après. Chaque paramètre apparaît dans la liste du chapitre où il est utilisé la première fois. Malheureusement, pour quelques symboles, il n'a pas était possible de n'attribuer qu'une seule signification. Dans ce cas, on doit chercher la définition la plus proche de l'endroit où ce symbole est utilisé.

## Chapitre 1

$a_{ij}$ paramètre décrivant l'effet de desserrement exercé par la classe j sur la classe i dominante

a(x) même paramètre, considéré comme une fonction du rapport des grosseurs fins/gros

$a_F$ dimension transversale (largeur) d'une fibre prismatique

$b_{ij}$ paramètre décrivant l'effet de paroi exercé par la classe j sur la classe i dominante

b(x) même paramètre, considéré comme une fonction du rapport des grosseurs fins/gros

$b_F$ dimension transversale (hauteur) d'une fibre prismatique

D grosseur maximale dans un mélange polydispersé

d diamètre[126] des grains dans un granulat élémentaire ou diamètre minimum dans un mélange polydispersé

$d_i$ diamètre des grains de la classe i. Lorsque $i > j$, $d_i < d_j$.

e indice des vides d'un mélange granulaire

H(x) fonction décrivant la contribution d'une classe granulaire à l'indice de serrage

K indice de serrage

$K_i$ contribution de la classe i à l'indice de serrage

$K_F$ rapport entre la taille du grain et la distance à laquelle la perturbation engendrée par la présence d'une fibre se propage

$k_w$ rapport entre la compacité générale et locale

$l_F$ longueur d'une fibre

$N_F$ nombre de fibres par unité de volume

n nombre de classe de grains

$P_{min}$ porosité minimale (réelle) d'un mélange granulaire de granulométrie donnée

S potentiel de ségrégation d'un mélange granulaire

$S_i$ proportion du récipient où aucun grain de la classe i ne se trouve, dans l'hypothèse d'une ségrégation totale

$V_p$ dans un volume total unité, le volume dans lequel l'empilement des grains est perturbé par l'effet de paroi

$v_p$ volume élémentaire perturbé par une fibre isolée

$y_i$ volume partiel de la classe i, par rapport au volume *solide* total

[126] pour des grains non sphériques, d est assimilé à la grosseur déterminée par tamisage

$\alpha$ compacité réelle d'un mélange monodispersé

$\alpha_i$ compacité réelle d'une classe monodispersée ayant un diamètre égal à $d_i$ (pour un indice K donné)

$\overline{\alpha}_i$ valeur moyenne de $\alpha_i$, dans un mélange affecté par l'effet de paroi provenant soit du conteneur, soit d'une fibre

$\beta$ compacité résiduelle (compacité virtuelle d'un mélange monodispersé)

$\beta_i$ compacité résiduelle d'une classe monodispersée de diamètre égal à $d_i$

$\overline{\beta}_i$ valeur moyenne de $\beta_i$, dans un mélange affecté par l'effet de paroi provenant soit du conteneur, soit d'une fibre

$\gamma$ compacité virtuelle d'un mélange polydispersé

$\gamma_i$ compacité virtuelle d'un mélange polydispersé, lorsque la classe i est dominante

$\Phi$ volume solide d'un mélange granulaire, dans un volume total unité

$\Phi_F$ proportion de fibres (en volume), par rapport au volume total du conteneur

$\Phi_i$ proportion de la classe i (en volume), par rapport au volume total du conteneur

$\Phi_i^*$ proportion maximale de la classe i, pour des valeurs fixées pour les autres $\Phi_j$ ($j \neq 1$)

$\lambda$ rapport entre les diamètres successifs dans un mélange Appolonien ($\lambda < 1$)

$\lambda_{i \to j}$ paramètre décrivant l'interaction exercée par la classe i sur la classe j dominante

$\lambda^*$ rapport critique de percolation

$\pi$ porosité d'un mélange granulaire

$\pi_{min}$ porosité minimale (virtuelle) d'un mélange granulaire de granulométrie donnée

# Chapitre 2

A affaissement du béton frais (en mm)

$A_c$ constante dans la fonction décrivant le durcissement d'un béton

a volume d'air occlus dans une unité de volume de pâte de ciment frais

$a_i$ coefficient multiplicateur pour la contribution de la classe i au seuil de cisaillement du béton frais

B constante exprimant l'effet accélérateur d'un filler calcaire

b dimension de la cellule élémentaire dans le modèle de la pâte de ciment durci

$C^{th}$ capacité thermique du béton frais

c masse de ciment par unité de volume de béton

$c^{th}_i$ capacité thermique du constituant i

$c_{eq.}$ masse équivalente de ciment (dans le modèle de résistance à la compression)

$c_i$ concentration de la phase i dans un matériau composite

cv masse de cendres volantes par unité de volume de béton

D diamètre du grain dans le modèle de Hashin,

D' épaisseur de la couronne de matrice dans le modèle de Hashin

$D_{max}$ taille maximale du granulat dans un mélange polydispersé

d(t) terme cinétique du ciment exprimant le développement de la résistance à la compression à un âge t

E module d'élasticité du béton

$E_d$ module élastique différé du béton (prenant en compte l'effet du fluage propre)

$E'_d$ module élastique différé du béton (prenant en compte l'effet du fluage total)

$E_{max}$ valeur maximale de E, lorsque la concentration granulaire équivaut à sa compacité

$E_s$ module élastique de la phase solide

$E_g$ module élastique de la phase granulaire

$E_m$ module élastique de la matrice

$E_{md}$ module élastique différé de la matrice (sans séchage)

$E'_{md}$ module élastique différé de la matrice (en conditions sèches)

$E_p$ module élastique de la pâte de ciment

$E_{pd}$ module élastique différé de la pâte de ciment (sans séchage)

EMP épaisseur maximale de pâte

e volume d'eau dans une unité de volume de pâte fraîche de ciment ou de béton

$e_b$ dimension transversale d'une barre ou d'une plaque dans le modèle de la pâte de ciment durcie

$e_c$ épaisseur de la couche externe dans le modèle trisphère

fc résistance à la compression (du béton ou du mortier)

$fc_m$ résistance à la compression de la matrice

$fc_p$ résistance à la compression de la pâte de ciment

fi masse de filler calcaire par unité de volume de béton

fs masse de fumées de silice par unité de volume de béton

ft résistance à la traction (fendage) du béton ou du mortier

G masse de gravillon par volume unité de béton

$G_i$ module de cisaillement de la phase i dans un matériau composite

$Gh_i$ borne de Hashin-Shtrikman pour le module de cisaillement d'un matériau composite, relative la phase i

g volume granulaire dans un volume unité de béton

g* compacité du granulat utilisé pour fabriquer un béton

$h_c$ degré final d'hydratation du ciment Portland

$h_{fs}$ degré final de consommation des fumées de silice

$h_{cv}$ degré final de consommation des cendres volantes (silico-alumineuses)

K' indice de serrage du béton frais (désaéré)

K* indice de serrage relatif à un mode de mise en place

$K_c$ coefficient de retrait endogène (paramètre concernant le ciment)

$K'_c$ contribution du ciment à l'indice de serrage du béton frais (désaéré)

$K_{cr}$ coefficient de fluage (sans séchage)

$K'_{cr}$ coefficient de fluage (en conditions sèches)

$K_i$ module de compressibilité de la phase i dans un matériau composite

$K'_i$ contribution de la classe i à l'indice de serrage du béton frais (désaéré)

Kfi coefficient d'activité décrivant la contribution d'un filler calcaire à la résistance à la compression (effet liant)

$K_g$ coefficient décrivant l'effet du granulat sur la résistance à la compression

$K'_g$ contribution du gravillon à l'indice de serrage du béton frais (désaéré)

$Kh_i$ borne de Hashin-Shtrikman pour le module de compressibilité d'un matériau composite, relative à la phase i

$K_p$ coefficient d'activité décrivant la contribution d'une pouzzolane à la résistance à la compression, indépendamment de son dosage

$k_t$ coefficient granulaire intervenant dans la relation entre la résistance à la traction et la résistance à la compression (coefficient de résistance à la traction)

m coefficient multiplicateur dans le modèle de Herschel-Bulkley pour le béton frais

$m_i$ masse du constituant i par unité de volume de béton

n exposant dans le modèle de Herschel-Bulkley pour le béton frais

P proportion de plastifiant/superplastifiant, en pourcentage de la masse de liant

P* valeur de P correspondant à la quantité de saturation

p coefficient décrivant la contribution de la liaison pâte/granulat à la résistance à la compression du béton (coefficient d'adhérence)

pl masse de plastifiant (en extrait sec) par unité de volume de béton

pz masse de pouzzolane par unité de volume de béton

Q quantité totale de chaleur dégagée en conditions adiabatiques pendant le durcissement du béton

q coefficient décrivant la limitation de la résistance en compression du béton par celle du granulat (coefficient d'effet plafond)

$Rc_{28}$ résistance du ciment à 28 jours, selon la norme ENV 196-1

r exposant affecté à l'EMP dans le modèle de résistance à la compression

S masse de sable par unité de volume de béton

sp masse de superplastifiant (en extrait sec) par unité de volume de béton

t temps (en jours)

$t_{C3A}$ pourcentage d'aluminate tricalcique dans le ciment (selon la composition de Bogue)

$t_{C4AF}$ pourcentage d'alumino-ferrite tétracalcique dans le ciment

$t_{C2S}$ pourcentage de silicate bicalcique dans le ciment

$t_{C3S}$ pourcentage de silicate tricalcique dans le ciment

$v_a$ volume d'air occlus dans une unité de volume de pâte fraîche de ciment

$v_c$ volume de ciment dans une unité de volume de pâte fraîche de ciment

$v_e$ volume d'eau dans une unité de volume de pâte fraîche de ciment

$\alpha,\beta$ constantes liant le module différé (en conditions de cure) et la résistance à la compression de la pâte de ciment

$\alpha',\beta'$ constantes liant le module différé (en conditions sèches) et la résistance à la compression de la pâte de ciment

$\alpha_c$ concentration maximale en ciment dans une unité de volume de pâte de ciment (ou de matrice)

$\Delta\Theta$ température finale en conditions adiabatiques, pour un béton ayant une température initiale de 20°C

$\gamma$ constante exprimant la contribution des pouzzolanes à la contrainte hydrique

$\dot{\gamma}$ gradient de vitesse du béton frais (ou vitesse de cisaillement)

$\varepsilon_{re}$ retrait endogène du béton

$\varepsilon_{re}^m$ retrait endogène de la matrice

$\varepsilon_{Fp}^s$ fluage propre spécifique du béton (fluage d'une éprouvette conservée dans l'eau soumise à une contrainte unitaire)

$\varepsilon_{rt}$ retrait total du béton

$\varepsilon_{rt}^m$ retrait total de la matrice

$\varepsilon_{rt}^g$ retrait total du granulat

$\eta_a$ viscosité apparente du béton frais (pour un gradient de vitesse de 3 $s^{-1}$)

$\Phi$ volume solide dans une unité de volume de béton frais ou de pâte de ciment durcie

$\Phi_0$ volume solide dans une unité de volume de pâte de ciment fraîche

$\Phi_i$ proportion (en volume) de la classe i, par rapport au volume total du béton frais

$\Phi^*$ compacité du béton frais essoré

$\Phi_i^*$ proportion maximale de la classe i, pour des valeurs fixées des autres $\Phi_j$ ($j \neq i$)

$\lambda$ rapport de dilatation (entre l'empilement sec du granulat et le granulat en suspension dans la pâte de ciment)

$\Psi$ contribution d'une pouzzolane à la résistance à la compression du béton

$\Psi'$ contribution d'un filler calcaire (effet liant) à la résistance à la compression du béton

$\Psi_{max}$ valeur maximale de $\Psi$

$\Psi'_{max}$ valeur maximale de $\Psi'$

$\mu$ viscosité plastique du béton frais

$\rho$ densité du béton

$\rho_c$ densité du ciment

$\sigma$ contrainte appliquée sur le matériau entier (à l'échelle macroscopique)

$\sigma_s$ contrainte appliquée sur la phase solide (à l'échelle macroscopique)

$\tau$ contrainte de cisaillement appliquée sur la phase solide (à l'échelle macroscopique)

$\tau_0$ seuil de cisaillement du béton frais

## Chapitre 3

Ab absorption d'eau des granulats, en pourcent

d diamètre des grains d'un mélange monodispersé

d(t) coefficient cinétique dans le modèle de résistance à la compression

$E_g$ module d'élasticité du granulat

fc résistance à la compression du béton (mesurée sur cylindre)

$fc_g$ résistance à la compression de la roche mère d'où est issu le granulat

$fc_m$ résistance à la compression de la matrice

ft résistance à la traction du béton par fendage

g* compacité réelle du granulat utilisé dans un béton

h hauteur final de l'échantillon dans une mesure de compacité

i(t) indice d'activité à un âge t pour une addition pouzzolanique

K indice de serrage

$K_c$ coefficient de retrait endogène (paramètre affecté au ciment)

Kp(t) coefficient d'activité à un âge t pour une addition pouzzolanique

$k_t$ coefficient granulaire liant la résistance à la traction à la résistance à la compression (coefficient de résistance à la traction)

$k_w$ rapport entre la compacité générale et la compacité locale (dans la zone de l'effet de paroi)

$M_D$ masse de granulat sec utilisé dans la détermination de la densité ou de l'absorption d'eau des granulats

$M_{SSS}$ masse de granulat saturé surface sèche utilisé dans la détermination de la densité et/ou de l'absorption d'eau des granulats

n porosité accessible à l'eau d'un granulat

p coefficient décrivant la contribution de l'adhérence pâte/granulat à la résistance à la compression du béton (coefficient d'adhérence)

q coefficient décrivant la limitation de la résistance à la compression du béton par celle du granulat (effet plafond)

$Rc_t$ résistance à la compression d'un mortier normal (ISO) à l'âge t

$Rc_{28}$ résistance à la compression d'un mortier normal (ISO) à 28 jours

$V_{SSS}$ volume de granulat saturé surface sèche utilisé dans la détermination de la densité et/ou de l'absorption d'eau des granulats

$\beta_i$ compacité virtuelle d'une classe granulaire (monodispersée) de diamètre égal à $d_i$

$\overline{\beta}_i$ valeur moyenne de $\beta_i$, dans un mélange affecté par un effet de paroi

$\Phi$ volume solide d'un mélange granulaire, dans un volume total unité

$\varnothing$ diamètre du cylindre (pour une mesure de compacité)

$\rho_S$ densité sèche d'un granulat

$\rho_{SSS}$ densité saturée surface sèche d'un granulat

## Chapitre 4

C volume de ciment par unité de volume de béton

$D_{max}$ taille maximale du granulat

E volume d'eau par unité de volume de béton

F volume de filler inerte par unité de volume de béton

$f_c$ résistance à la compression du béton à un âge donné

G masse de gravillons par unité de volume de béton

g volume de granulat par unité de volume de béton

$g^*$ compacité du granulat (lorsqu'il est compacté séparément comme un mélange granulaire sec)

$g^*_{max}$ valeur de g* obtenue avec la meilleure combinaison des classes granulaires

h hauteur entre la surface supérieure et inférieure de la dalle d'un pont

P dosage de plastifiant, en proportion du volume de ciment

S masse de granulat fin (sable) par unité de volume de béton

x rapport optimum gravillon/sable (conduisant à la compacité maximale $g^*_{max}$)

$\Phi$ volume solide (granulat + filler + ciment) par unité de volume de béton

$\Phi^*$ compacité des matériaux solides (lorsqu'ils sont empilés séparément, comme un matériau granulaire)

$\Phi_{max}^*$ valeur de $\Phi^*$ obtenue avec la meilleure combinaison de tous les matériaux disponibles

$\varphi$ fonction reliant le rapport eau/ciment avec la résistance à la compression du béton

$\eta_a$ viscosité apparente du béton frais, utilisée comme indice de maniabilité

$\Psi_1$ contribution de la pâte de ciment à la viscosité apparente (dans le modèle pâte/granulat)

$\Psi_2$ contribution du granulat à la viscosité apparente (dans le modèle pâte/granulat)

$\Psi_3$ contribution du plastifiant à la viscosité apparente (dans le modèle de concentration solide)

$\Psi_4$ contribution des matériaux solides à la viscosité apparente (dans le modèle de concentration solide)

$\rho$ masse de béton par unité de volume

$\tau_0^{crit}$ seuil de cisaillement au delà duquel l'écoulement du béton frais se déclenche

# Chapitre 5

$c_{et}$ coefficient d'expansion thermique

$E_g$ module élastique du granulat léger

$E_m$ module élastique du mortier

g volume de granulats légers dans l'unité de volume de béton

$Ic_{scel}$ indice de fissuration en conditions scellées (protégées)

$Ic_{sec}$ indice de fissuration en conditions sèches

$Ic_{mas}$ indice de fissuration pour un béton coulé en masse

$\sigma$ résistance à la compression appliquée à une cellule unitaire de béton

$\sigma_m$ résistance à la compression de la phase parallèle du mortier, dans le modèle parallèle/série

# *Appendice: organigramme pour la simulation des mélanges*

Cette partie propose un ordre logique pour utiliser les différents modèles développés au chapitre 2. Le but est de prévoir les propriétés d'un mélange dont les proportions sont fixées par l'utilisateur. Cette liste sert à programmer les modèles dans un ordinateur. S'il existe un "solveur" associé au système (module d'optimisation), l'étalonnage de certains paramètres propres aux matériaux devient possible. L'optimisation à partir d'un jeu de spécifications est aussi envisageable.

On supposera que tous les paramètres décrivant les propriétés des constituants sont mesurés au préalable (voir chapitre 3) et portés dans le classeur des données. La composition du mélange est alors entrée de la façon suivante : pourcentage de chaque coupure par rapport au volume total de granulat ; masse des différents liants et quantité d'eau efficace pour un volume unité de béton frais désaéré ; dosage en superplastifiant (en extrait sec), en pourcentage de la masse du ciment.

| Etape | Nom du paramètre / de la propriété | Symbole | Système granulaire[127] | Référence formule | Commentaires |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Rapport eau/ciment | e/c | | | |
| 2 | Rapport gravillon/sable | G/S | | | Ce paramètre peut être calculé en masse ou en volume |
| 3 | Volume solide | $\Phi$ | 3 | - | Volume total diminué du volume d'eau efficace |
| 4 | Densité du béton frais | $\rho$ | 3 | - | La valeur est celle du béton désaéré, qui est légèrement supérieure à celle du béton frais |
| 5 | Dose de saturation de superplastifiant | P* | - | - | Somme des demandes en SP (pour chaque liant) / masse de ciment, avec prise en compte des particules fines provenant des granulats |
| 6 | Proportions volumiques des n classes | $y_i$ | 3 | - | Les volumes de chaque constituant, puis la granularité générale sont calculés |
| 7 | Compacités résiduelles des n classes | $\beta_i$ | 3 | 2.1.4 puis 1.1.16 | Calcul de la compacité résiduelle "équivalente", là où les granularités de plusieurs constituants se recouvrent, et prise en compte de la présence du superplastifiant (pour les particules fines) |
| 8 | Compacité virtuelle lorsque la classe i est dominante | $\gamma_i$ | 3 | 1.1.13 | - |
| 9 | Contributions des n classes à l'indice de serrage (en masse) | $K'_i$ | 3 | 1.2.14 | - |

[127] voir paragraphe 2.7

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 10 | Seuil de cisaillement | $\tau_0$ | 3 | 2.1.17 | Une distinction est faite entre grains plus gros et plus petits que 80 µm en présence de SP |
| 11 | **Affaissement** | A | 3 | 2.1.19 | $\rho$ est légèrement surestimé, mais cette erreur a un effet négligeable sur la précision de la formule de l'affaissement |
| 12 | Masse de granulats fins ($0{,}08 \leq d_i \leq 5$mm) | S | 3 | - | |
| 13 | **Teneur en air** | a | 1 | 2.1.24 | |
| 14 | **Proportions du mélange** | - | 1 | - | Calculées en tenant compte de l'air occlus et de l'eau absorbée par les granulats |
| 15 | **Densité du béton frais** | | 1 | - | Calculée à partir de $\rho$ en tenant compte de l'air occlus |
| 16 | Compacité du béton frais essoré | $\Phi^*$ | 4 | 1.2.14 | Donné par une équation implicite, avec K=9. L'unique racine réelle pour laquelle $\Phi^* < \underset{1 \leq i \leq n}{\gamma_i}$ peut être obtenue par différentes méthodes numériques, comme celles de Newton ou de Lagrange |
| 17 | Viscosité plastique avant vibration | $\mu$ | 3 | 2.1.7 | |
| 18 | **Viscosité plastique après vibration** | | 3 | 2.1.8 | |
| 19 | Compacités résiduelles des n classes, avec prise en compte de l'effet de paroi du coffrage / armatures | $\overline{\beta}_i$ | 5 | 1.1.33 | Valeurs "confinées" calculées d'après les $\beta_i$ déterminés préalablement, en tenant compte de la géométrie de la structure |
| 20 | Compacité virtuelle lorsque la classe i est dominante | $\gamma_i$ | 5 | 1.1.33 | - |
| 21 | Contributions des n classes à l'indice de serrage | $K_i$ | 5 | 1.2.14 | - |
| 22 | **Diagramme de remplissage** | $\frac{K_j}{1+K_j}$ | 5 | - | Diagramme donnant le rapport de remplissage en fonction de la taille moyenne des tranches granulaires agrégées (les $K_i$ concernés sont additionnés pour chaque tranche) |
| 23 | **Contribution du ciment à la compactabilité** | $K'_c$ | 5 | - | Utilisé pour estimer la tendance au ressuage et comme un critère pour concevoir les bétons autoplaçants |
| 24 | **Contribution du gravillon à la compactabilité** | $K'_g$ | 5 | | Utilisé pour estimer le risque de blocage du gravillon dans les bétons autoplaçants |
| 25 | **Compactabilité du béton frais en place** | K' | 5 | 1.2.14 | - |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 26 | **Potentiel de ségrégation** | S | 5 | 2.1.25 | |
| 27 | Capacité thermique | $C^{th}$ | | 2.2.1 | |
| 28 | Degré final d'hydratation du ciment Portland | $h_c$ | | 2.2.9 – 2.2.12 | Ce paramètre, tout comme les deux suivants, est calculé est résolvant un système de 4 équations (voir paragraphe 2.2.2) |
| 29 | Degré final de transformation des cendres volantes | $h_{CV}$ | | idem | |
| 30 | Degré final de transformation des fumées de silice | $h_{FS}$ | | idem | |
| 31 | Chaleur d'hydratation du béton | Q | | 2.2.13 | |
| 32 | **Elévation de la température en conditions adiabatiques** | $\Delta\Theta$ | | 2.2.14 | |
| 33 | Volume granulaire | g | 6 | - | Volume des granulats de $d_i \geq 0{,}08$ mm |
| 34 | Proportions volumiques des n classes dans un granulat | $y_i$ | 2 | - | |
| 35 | Compacité virtuelle lorsque la classe i est dominante | $\gamma_i$ | 2 | 1.1.33 | - |
| 36 | Contribution à l'indice de serrage des n classes granulaires | $K_i$ | 2 | 1.2.14 | |
| 37 | Compacité de la phase granulaire | g* | 2 | 1.2.14 | Equation implicite, avec K=9 |
| 38 | Taille maximale du granulat | $D_{max}$ | 2 | - | Taille correspondant à 90% du passant du granulat |
| 39 | Epaisseur maximale de pâte | EMP | 6 | 2.3.20 | - |
| 40 | Quantité équivalente de ciment dans le temps | $c_{eq.}(t)$ | - | 2.3.38 | - |
| 41 | Résistance à la compression de la matrice dans le temps | $fc_m(t)$ | - | 2.3.39 | - |
| 42 | **Résistance à la compression du béton dans le temps** | fc(t) | - | 2.3.40 | - |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 43 | **Résistance à la traction du béton dans le temps** | ft(t) | - | 2.4.5 | - |
| 44 | Module d'élasticité de la matrice dans le temps | $E_m(t)$ | - | 2.5.10 | - |
| 45 | **Module d'élasticité du béton dans le temps** | E(t) | - | 2.5.8 | - |
| 46 | Module différé de la matrice | $E_{md}$ | - | 2.5.13 | - |
| 47 | Module différé du béton | $E_d$ | 6 | 2.5.12 | - |
| 48 | **Fluage propre spécifique** | $\varepsilon'_{fp}$ | - | 2.5.14 | - |
| 49 | Module différé de la matrice en conditions sèches | $E'_{md}$ | - | 2.5.17 | - |
| 50 | Module différé du béton en conditions sèches | $E'_d$ | 6 | 2.5.16 | - |
| 51 | **Fluage total spécifique** | $\varepsilon'_{ft}$ | - | 2.5.14 | - |
| 52 | Contrainte hydrique | $\sigma_H$ | - | 2.5.23 | - |
| 53 | Retrait endogène de la matrice | $\varepsilon^m_{re}$ | - | 2.5.22 | - |
| 54 | **Retrait endogène du béton** | $\varepsilon_{re}$ | 6 | 2.5.21 | - |
| 55 | Retrait total de la matrice | $\varepsilon^m_{rt}$ | - | 2.5.26 | - |
| 56 | Retrait total du béton | $\varepsilon_{rt}$ | 6 | 2.5.25 | - |
| 57 | Coût unitaire du béton | | | | Calculé d'après les proportions du mélange, en additionnant une part de frais fixes |

# *Index*

absorption d'eau (du granulat) – 110, 230
adhérence (entre la granulat et la matrice cimentaire) – 169, 170, 233
affaissement au cône d'Abrams – 124
air entraîné (effet sur la résistance à la compression) – 185
air occlus – 133
ajustement – 290, 294
auréole de transition – 164, 196

bâtiment (béton pour) – 341
béton à fort volume de cendres volantes – 375
béton à hautes performances – 132, 249, 317, 332, 344
béton autonivelant (autoplaçant) – 256, 257, 362
béton compacté au rouleau – 355
béton de granulat léger – 366
béton de sable – 377
béton désaéré – 120, 228
béton projeté (voie sèche) – 358
béton ultra stable (pour tablier de pont mixte) – 349
bornes de Hashin-Shtrikman – 192, 200

capacité thermique – 146
des granulats – 234
cendre volante – 111, 128, 147, 152, 153, 174, 242
utilisation dans la formulation du béton – 308, 375
centrale nucléaire (béton pour) – 347
chaleur d'hydratation spécifique – 151
classe granulaire dominante – 34, 36, 40, 41
coefficient d'activité (des pouzzolanes) – 175, 245
coefficient d'interaction – 38, 40, 45, 48
compacité – 33-102, 113, 162, 195, 231, 237, 244
compacité réelle - 43, 231,238
compacité résiduelle – 34, 112, 231, 237, 244
des granulats – 231
des liants – 237, 244
compacité virtuelle – 34
compactabilité – 130, 258, 289
concentration solide relative – 114
cône de Marsh – 250
confinement – 65, 85, 131, 258
constituants (choix des) – 229, 287
contrainte d'impénatrabilité – 36, 41
coulis - 249
courbe de saturation du couple liant/adjuvant – 249
courbe granulaire de Dreux – 58, 95, 325
courbe granulaire de Fuller – 95
courbe granulométrique – 80, 82, 85, 230, 236, 242
du granulat – 230
du ciment – 236
des additions minérales – 242
cusum – 315

déformabilité – 191
degré de consommation (des liants) – 147, 148, 151
degré d'hydratation (du ciment) – 147, 148, 151
diagramme de remplissage – 89, 95,137, 140
dilatance – 104

distribution optimale (courbe granulométrique) – 80, 95
densité
des granulats – 229
du ciment – 236
des additions minérales – 242
du plastifiant/superplastifiant – 248
développement de la résistance – 172
dosage en ciment – 267, 291
durabilité – 223, 266, 383

eau efficace – 184
effet de desserrement – 38, 78, 350
effet de paroi – 39, 65
effet plafond (limitant) – 168
élévation de la température en conditions adiabatiques – 146,152
épaisseur maximale de pâte (EMP) – 162
équation d'Einstein – 115
essai BTRHEOM – 106
essai CES – 325
essai Proctor – 356
étalement – 256, 360, 364
extrait sec (plastifiant/superplastifiant) – 248

forme, paroi, coffrage (effet sur la compacité) – 65, 86
fluage de dessiccation – 192, 208
fluage propre – 204
de la pâte de ciment – 204
du béton – 206
fibre (effet sur la compacité) – 68, 86
filler calcaire – 178, 242, 306
effet sur la résistance à la compression – 178
utilisation dans la formulation des bétons – 306
fluage total – 191, 208, 334
fonctions d'interaction – 51
formulation
traitement analytique – 270
règles de – 273, 281
formule d'Abrams – 160
formule de Bolomey – 159
formule de Féret – 156, 159, 171
fumées de silice – 125, 149, 152, 174, 310
effet sur le degré d'hydratation – 152
utilisation dans la formulation des bétons – 301

gâchée expérimentale – 289
granularité
des granulats – 230
du ciment – 236
des additions minérales – 242
granularité continue – 301,
granularité discontinue – 95, 301
granulométrie laser – 237, 243
granulat léger – 366, 368
granulat roulé ou concassé – 298
granulats – 45, 229

incompatibilité ciment/superplastifiant – 110,249
indice de fissuration – 335
indice de serrage – 43, 63, 82, 113, 130, 259

logiciel – 30, 288
loi de Caquot – 83

maniabilité – 143
maniabilimètre LCL – 328
mélange binaire – 34, 36, 38, 73
mélange ternaire – 41, 57, 75
méthode AFREM (pour la formulation des BHP) – 249
méthode Baron-Lesage – 274, 327

méthode de formulation ACI 211 – 320
méthode de formulation BRE – 323
méthode Dreux – 324
modèle appolonien – 72, 79
modèle bisphère de Hashin – 193
modèle de Ben-Aïm – 65
modèle de Bingham – 107, 108
modèle de concentration solide – 143
modèle de Herschel-Bulley – 106
modèle de Krieger-Dougherty – 115
modèle d'empilement compressible (MEC) – 43
modèle pâte/granulat – 145
modèle trisphère – 195, 211, 275
module d'élasticité
  du granulat – 194, 232
  de la pâte de ciment – 194, 198
  du béton – 194, 197, 199
mortier à ultra hautes performances – 352

nature des granulats
  effet sur la résistance à la compression – 161,164
  effet sur la résistance à la traction – 189

ouvrage d'art (béton pour) – 338, 345, 349,373

pente (de la surface du béton en fonction de la rhéologie) – 257
perméabilité – 223
plastifiant – 113, 248, 278
pompabilité – 261, 340, 349
porosité
  des granulats – 230
  d'un mélange granulaire – 33, 83
porosité minimale (en fonction de l'étendue granulaire) – 83
potentiel de ségrégation – 89, 94, 142, 301, 303, 360, 364
pouzzolanes (effet sur la résistance à la compression) – 174
procédé d'empilement – 46, 60, 62, 63
proportion de remplissage (ou ratio de remplissage) - 90
proportion de saturation – 251, 317

rapport critique de percolation – 92
rapport eau/ciment – 159, 213, 267
  effet sur le degré d'hydratation – 148
réaction pouzzolanique – 148, 175
règle de Lyse – 143, 321
rendement – 290
résistance à la compression
  au jeune âge – 172, 184, 262, 338
  contribution des granulats – 161, 164
  de la pâte de ciment – 155
  du béton – 155, 183
résistance à la traction – 187
  contribution du granulat – 189
ressuage – 138, 139
retrait (effet de l'humidité sur) – 265
retrait de dessiccation – 192
retrait endogène
  contribution du ciment – 240
  de la pâte de ciment – 212
  du béton – 211
retrait total – 191, 215, 335
rhéologie – 104
rhéomètre- 105

ségrégation – 87, 111
série de Renard – 137
seuil de cisaillement – 103, 106, 109, 119, 257
spécifications – 256
stabilité
  par opposition à ségrégation – 137
  dans un procédé industriel – 315

superplastifiant – 114, 120, 121, 248
surface spécifique (d'un filler calcaire) – 179, 243
système granulaire – 227

taille maximale des granulats – 72, 88, 162, 163, 259, 260, 275, 284, 298
teneur en vide – 33
topologie d'une inclusion granulaire – 161
variabilité (du béton) – 315
viscosité apparente – 143
viscosité plastique – 103, 107, 111, 258
volume granulaire, effet sur la résistance à la compression – 161